

# GeoGebra-INFORMAÇÕES

[www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

Autor: Markus Hohenwarter

Última modificação : 19 de Abril de 2007

Tradução para Português: Hermínio Borges Neto, Luciana de Lima, Alana Paula Araújo Freitas, Alana Souza de Oliveira

## GeoGebra AJUDA BUSCA

Você pode utilizar a página da web para procurar os arquivos da Ajuda do GeoGebra se você se conectar à Internet: [GeoGebra Help Search](#).

# Sumário

Capítulo 1: O que é o GeoGebra?.....	4
Capítulo 2: Exemplos .....	5
2.1 Triângulo com ângulos .....	5
2.2 Equação Linear $y = kx + d$ .....	5
2.3 Baricentro de três pontos A, B, C.....	5
2.4 Dividir um segmento AB em duas partes proporcionais a 7 : 3.....	6
2.5 Sistema de equações lineares com duas variáveis.....	7
2.6 Tangente a uma função de x.....	7
2.7 Estudo de funções polinomiais.....	7
2.8 Integrais .....	8
Capítulo 3: Entrada Geométrica .....	9
3.1 Notas gerais .....	9
3.1.1 Menu contextual.....	9
3.1.2 Exibir e esconder .....	9
3.1.3 Traço.....	9
3.1.4 Zoom.....	9
3.1.5 Relação entre eixos .....	10
3.1.6 Protocolo de Construção.....	10
3.1.7 Redefinir.....	10
3.2 Modos .....	10
3.2.1 Modos Gerais.....	10
3.2.2 Ponto.....	12
3.2.3 Vetor .....	12
3.2.4 Segmento.....	13
3.2.5 Semi-reta.....	13
3.2.6 Polígono.....	13
3.2.7 Reta .....	13
3.2.8 Seção Cônica.....	14
3.2.9 Arco e Setor .....	15
3.2.10 Número e Ângulo .....	16
3.2.11 Lugar Geométrico .....	17
3.2.12 Transformações Geométricas .....	17
3.2.13 Texto .....	18
3.2.14 Imagens .....	19
3.2.15 Propriedades de Imagens .....	19
Capítulo 4: Entrada Algébrica.....	21
4.1 Notas Gerais .....	21
4.1.1 Modificação de valores .....	21
4.1.2 Animação .....	21
4.2 Entrada Direta .....	21
4.2.1 Números e ângulos .....	22
4.2.2 Pontos e Vetores.....	22
4.2.3 Reta .....	22

4.2.4	Seção Cônica .....	23
4.2.5	Função de x .....	23
4.2.6	Operações Aritméticas .....	24
4.3	Comandos .....	25
4.3.1	Comandos Gerais .....	25
4.3.2	Número .....	25
4.3.3	Ângulo .....	26
4.3.4	Ponto .....	27
4.3.5	Vetor .....	28
4.3.6	Segmento .....	29
4.3.7	Semi-reta .....	29
4.3.8	Polígono .....	29
4.3.9	Reta .....	29
4.3.10	Seção Cônica .....	30
4.3.11	Função .....	31
4.3.12	Arco e Setor .....	32
4.3.13	Imagem .....	32
4.3.14	Lugar Geométrico - Locus .....	33
4.3.15	Transformações Geométricas .....	33
Capítulo 5:	Imprimindo e exportando .....	35
5.1	Imprimindo .....	35
5.1.1	Área de trabalho .....	35
5.1.2	Protocolo de Construção .....	35
5.2	Janela de Visualização como Figura .....	35
5.3	Copiar para área de transferência .....	36
5.4	Protocolo de construção como Página Web .....	36
5.5	Planilha dinâmica como página da WEB .....	36
Capítulo 6:	Opções .....	38
6.1	Captação de pontos .....	38
6.2	Unidade Angular .....	38
6.3	Casas Decimais .....	38
6.4	Estilo de ponto .....	38
6.5	Qualidade Gráfica .....	38
6.6	Tamanho da fonte .....	38
6.7	Linguagem .....	38
6.8	Área de trabalho .....	39
Índice .....		40

# Capítulo 1: O que é o GeoGebra?

GeoGebra é um software matemático que reúne geometria, álgebra e cálculo. Ele foi desenvolvido por Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg para educação matemática nas escolas.

Por um lado, o GeoGebra é um sistema de geometria dinâmica. Permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas como com funções que podem se modificar posteriormente de forma dinâmica.

Por outro lado, equações e coordenadas podem estar interligadas diretamente através do GeoGebra. Assim, o software tem a capacidade de trabalhar com variáveis vinculadas a números, vetores e pontos; permite achar derivadas e integrais de funções e oferece comandos, como raízes e extremos.

Essas duas visões são características do GeoGebra: uma expressão em álgebra corresponde a um objeto concreto na geometria e vice-versa.

# Capítulo 2: Exemplos

Para ter uma impressão geral das possibilidades do GeoGebra revisaremos alguns exemplos.

## 2.1 Triângulo com ângulos

- Para começar escolha o modo *Novo ponto*  (ver 3.2) na barra de ferramentas e dê três cliques na área de trabalho para criar os três vértices A, B e C do triângulo.
- Escolha o modo *Polígono* e dê um clique sobre os pontos A, B, C, e, novamente, sobre A para criar o triângulo P. A janela algébrica mostrará a área do triângulo.

Agora, escolha o modo *Mover*  e arraste os vértices para modificar dinamicamente o triângulo. Se você não necessitar da janela algébrica e/ou do eixo de coordenadas, você pode ocultá-los usando a opção *Exibir* do menu.

## 2.2 Equação Linear $y = kx + d$

Nos concentramos no significado de k e d na equação linear  $y = kx + d$  atribuindo valores diferentes a k e d. Para isto, nós podemos incorporar as seguintes linhas ao campo de entrada de texto no fundo da tela (teclando Enter ao finalizar cada linha).

```
k = 1
d = 2
y = k x + d
```

Agora nós podemos mudar k e d na janela algébrica (clique no botão direito: Editar) ou no campo de entrada de texto.

```
k = 2
k = -3
d = 0
d = -1
```

Você pode modificar k e d facilmente utilizando o comando de seta (ver 4.1.2) ou os seletores (clique com o botão direito em k ou d,  *Exibe objeto*; ver 3.2.10).

De uma maneira similar nós podemos investigar as equações de seções cônicas tais como:  $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ ,  $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$  ou  $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$ .

## 2.3 Baricentro de três pontos A, B, C

Vamos agora construir o baricentro de três pontos incorporando as seguintes linhas ao campo de entrada (teclando Enter ao finalizar cada linha). Naturalmente, você

também pode usar o mouse para realizar esta construção usando os correspondentes modos (ver 3.2) na barra de ferramentas.

```
A = (-2, 1)
B = (5, 0)
C = (0, 5)
M_a = PontoMédio[B, C]
M_b = PontoMédio[A, C]
s_a = Reta[A, M_a]
s_b = Reta[B, M_b]
S = Interseção[s_a, s_b]
```

Alternativamente nós escrevemos o baricentro como

$$S1 = (A + B + C) / 3$$

e comparamos os resultados usando o comando

```
Relação[S, S1]
```

Subseqüentemente, nós testamos se  $S = S1$  é verdadeira para outras posições de A, B, C. Nós fazemos essa mudança escolhendo o modo *Mover*  com o mouse (botão mais à esquerda da barra de ferramentas) e arrastando um dos pontos.

## 2.4 Dividir um segmento AB em duas partes proporcionais a 7 : 3

Como o GeoGebra nos permite trabalhar com vetores, a tarefa é simples.

```
A = (-2, 1)
B = (3, 3)
T = A + 7/10 (B - A)
```

Uma outra maneira de fazer isto poderia ser

```
A = (-2, 1)
B = (3, 3)
v = Vetor[A, B]
T = A + 7/10 v
```

Na etapa seguinte nós poderemos introduzir um número t (ex.: utilizando o  *seletor*, ver 3.2.10) e redefinir o ponto T como  $T = A + t v$  (ver 3.1.7). Ao mudar t você pode ver T mover-se ao longo de uma linha reta.

Essa reta poderia entrar agora na sua forma paramétrica (ver 4.2.3):

$$g: X = T + s v$$

## 2.5 Sistema de equações lineares com duas variáveis

Duas equações lineares em  $x$  e em  $y$  podem ser interpretadas como duas linhas retas. A solução algébrica é o ponto da interseção destas duas retas.

$$\begin{aligned}g &: 3x + 4y = 12 \\h &: y = 2x - 8 \\S &= \text{Interseção}[g, h]\end{aligned}$$

Pode-se modificar tanto a equação (clique no botão direito, Editar) como mover ou rotacionar a reta com o mouse (  *Mover*;  *Girar*; ver [3.2.1](#))

## 2.6 Tangente a uma função de $x$

O GeoGebra oferece um comando para a tangente de uma  $f(x)$  em  $x=a$ .

$$\begin{aligned}a &= 3 \\f(x) &= 2 \sin(x) \\t &= \text{Tangente}[a, f]\end{aligned}$$

Ao animá-la (ver [4.1.2](#)) a tangente se desloca pelo gráfico de  $f$ . Uma outra maneira de fazer isto seria...

$$\begin{aligned}a &= 3 \\f(x) &= 2 \sin(x) \\T &= (a, f(a)) \\t &: X = T + s (1, f'(a))\end{aligned}$$

Com isso, nós encontramos o ponto  $T$  no gráfico de  $f$ . A tangente  $t$  está expressa na forma paramétrica. Inclusive, também podemos traçar a tangente de uma função geometricamente.

- Escolhemos o modo  *Novo ponto* (ver [3.2](#)) e clicamos no gráfico da função  $f$ .
- Escolhemos o modo  *Tangentes* e clicamos na função  $f$  para depois clicar no ponto criado previamente.

Agora, escolha o modo  *Mover* e arraste o ponto ao longo da função com o mouse. A tangente também se modifica dinamicamente.

## 2.7 Estudo de funções polinomiais

Com o GeoGebra podemos investigar raízes, extremos locais e pontos de inflexão de funções polinomiais.

$$\begin{aligned}f(x) &= x^3 - 3x^2 + 1 \\N &= \text{Raiz}[f]\end{aligned}$$

E = Extremo[f]

W = PontodeInflexão[f]

No modo  *Mover* você pode arrastar a função  $f$  com o mouse. Nessa situação, as primeiras duas derivadas de  $f$  são também interessantes.

Derivada[f]

Derivada[f, 2]

## 2.8 Integrais

Para introduzir integrais, o GeoGebra oferece a possibilidade de visualizar com retângulos, as somas inferiores e superiores de uma função como retângulos.

$$f(x) = x^2/4 + 2$$

$$a = 0$$

$$b = 2$$

$$n = 5$$

$$L = \text{SomaInferior}[f, a, b, n]$$

$$U = \text{SomaSuperior}(f, a, b, n)$$

Modificando  $a$ ,  $b$  ou  $n$  (animação, ver [4.1.2](#); *Seletor*  $\rightarrow$ , ver [3.2.10](#)) você pode evidenciar a influência desses parâmetros. Para o incremento de  $n$  você deve selecionar 1 (clikando com o botão direito sobre  $n$ , propriedades).

A integral definitiva pode ser mostrada como segue:

$$\text{Integral}[f, a, b]$$

A antiderivada  $F$  é criada utilizando:

$$F = \text{Integral}[f]$$

# Capítulo 3: Entrada Geométrica

Agora nós iremos explicar como o mouse é usado no Geogebra.

## 3.1 Notas gerais

A janela geométrica (à direita) mostra pontos, vetores, segmentos, polígonos, funções, retas e seções cônicas graficamente. Quando o mouse se desloca sobre um objeto aparece sua descrição. A janela da geometria se denomina área de trabalho.

Há diversas maneiras para dizer ao GeoGebra como deve reagir a cada entrada do mouse (um novo ponto, interseção, circunferência por três pontos, ...). Essas questões serão explicadas detalhadamente mais adiante (ver [3.2](#)).

Ao clicar duas vezes sobre um objeto na janela algébrica, abre-se seu campo de edição.

### 3.1.1 Menu contextual

Pressione a tecla direita do mouse sobre um objeto, e aparecerá um menu contextual que se pode selecionar a notação algébrica (coordenadas polares ou cartesianas, equações implícitas ou explícitas, ...). Aqui também se encontram comandos como Renomear, Editar ou Apagar .

Ao selecionar Propriedades aparece uma caixa de diálogo, onde podem modificar-se a cor, o tamanho, a espessura do traço, o estilo da reta, o sombreado etc.

### 3.1.2 Exibir e esconder

Os objetos geométricos podem expor-se (exibir) ou não (esconder).. Use o modo  *Exibir/Esconder objetos* (ver [3.2.1](#)) ou o menu contextual (ver [3.1.1](#)) para modificar esse estado. O ícone à esquerda de cada objeto na janela algébrica, informa sobre seu atual estado de visibilidade.

### 3.1.3 Traço

Os objetos geométricos podem deixar um traço na tela quando são movidos. Use o menu contextual (ver [3.1.1](#)) para (des)ativar esse traço.

O item do menu *Atualizar Janelas* no menu *Exibir* limpa todos os traços.

### 3.1.4 Zoom

Ao pressionar a tecla direita sobre a área de trabalho aparecerá um menu contextual que permite uma aproximação ou afastamento do enfoque ou zoom (selecionado ou

não). Ver também o modo  *Zoom de aproximação*.  *Zoom de afastamento* (ver [3.2.1](#)).

Janela do zoom: clique com o botão direito do mouse e arraste-o para aumentar uma área especificada.

### 3.1.5 Relação entre eixos

Ao clicar com o botão direito na área de trabalho, aparecerá um menu onde você pode escolher a relação entre eixo x e eixo y.

### 3.1.6 Protocolo de Construção

O protocolo interativo de construção (menu *Exibir*) é uma tabela que mostra todas as etapas da construção. Aqui você pode fazer uma construção passo a passo. Inclusive é possível introduzir passos de uma construção e modificar sua seqüência. Você pode encontrar mais detalhes no menu de ajuda do protocolo de construção.

### 3.1.7 Redefinir

Um objeto pode ser redefinido usando o menu contextual (ver [3.2.1](#)). Isso é muito útil para introduzir mudanças na sua construção. Também pode ser aberta a caixa de diálogo com a qual se Redefine clicando duplamente sobre o objeto desejado.

Para localizar um ponto livre A sobre uma reta h, se usa Redefinir para o ponto A e se insere Ponto(h). Para remover o ponto dessa reta e “liberá-lo” novamente, redefine-o a certo ponto de coordenadas livres como na figura (ver [3.2](#)).

Outro exemplo é a conversão de uma reta h que passa pelos pontos A e B em um segmento que os tem como extremos: escolha Redefinir e escreva Segmento[A,B]

A ferramenta que permite a redefinição de objetos é muito versátil para uma modificação retrospectiva do que foi construído. Convém levar em consideração que deste modo também é possível mudar a ordem das etapas de construção dentro do protocolo de construção. (ver [3.1.6](#)).

## 3.2 Modos

Os seguintes modos podem ser ativados na barra de ferramentas ou o menu Geométrico. Clique na flecha pequena à direita do ícone para passar aos outros modos desse menu.

Para marcar um objeto clique nele com o mouse. Em todos os modos de construção você pode facilmente criar novos pontos clicando na área de trabalho.

### 3.2.1 Modos Gerais

 **Mover**

Para arrastar e soltar objetos livres com o mouse.

Selecione um objeto clicando no modo  *Mover*, assim você pode:

- deletá-lo pressionando a tecla Del
- movê-lo utilizando as teclas de seta (ver [4.1.2](#))

Para selecionar vários objetos deve-se manter pressionada a tecla Ctrl.



### **Girar em torno de um ponto**

Selecione em primeiro lugar, o ponto central da primeira rotação. Depois você pode girar objetos livres ao redor desse ponto, simplesmente arrastando-os com o mouse.



### **Relação**

Para marcar um par de objetos e manter informações sobre suas relações (ver [4.3.1](#)).



### **Mover área de trabalho**

Para mover e soltar a área de trabalho e mover a origem do sistema de coordenadas. Você também pode mover a área de trabalho pressionando a tecla Ctrl e arrastando-a com o mouse.



### **Zoom de aproximação**

Pode-se clicar sobre qualquer lugar da área de trabalho para produzir um zoom de aproximação (ver [3.1.4](#)).



### **Zoom de afastamento**

Pode-se clicar sobre qualquer lugar da área de trabalho para produzir um zoom de afastamento (ver [3.1.4](#))



### **Exibir / esconder objeto**

Ao clicar sobre um objeto você pode mostrá-lo ou escondê-lo, respectivamente. Todos os objetos que devem estar escondidos são destacados. Suas mudanças se efetivarão logo que você escolher um outro modo na barra de ferramentas.



### **Exibir / Esconder rótulo**

Clique no rótulo do objeto para Exibir/Esconder, respectivamente.



### **Estilo cópia visual**

Esse modo permite copiar as propriedades visuais como cor, dimensão, estilo de reta, etc., a partir de um objeto para vários outros objetos.

Em primeiro lugar, escolha o objeto cujas propriedades você quer copiar. Depois clique em todos os outros objetos que devem adotar essas propriedades.



### **Apagar objeto**

Basta clicar sobre qualquer objeto que você deseja apagar.

## **3.2.2 Ponto**



### **Novo Ponto**

Ao clicar sobre a área de trabalho cria-se um novo ponto. Suas coordenadas são estabelecidas quando soltamos o botão do mouse novamente.

Ao clicar sobre um segmento, reta ou seção cônica você pode criar um ponto sobre esse objeto. Ao clicar sobre a interseção de dois objetos se cria o ponto de interseção.



### **Interseção de dois objetos**

Os pontos de interseção de dois objetos podem ser feitos de duas maneiras:.

1. Ao marcar dois objetos: criam-se todos os pontos de interseção (se possível).
2. Ao clicar sobre a interseção dos dois objetos: se se cria este único ponto de interseção.

Para segmentos, semi-retas ou arcos você pode especificar se você quer permitir a interseção de pontos periféricos (ver [3.1.1](#)). Isso pode ser usado para conseguir a interseção de pontos que se encontram na extensão de um objeto. Por exemplo, a extensão de um segmento ou uma semi-reta, é uma reta.



### **Ponto Médio**

Clique sobre ...

1. dois pontos para obter seu ponto médio.
2. um segmento para obter seu ponto medio.
3. uma seção cônica para obter seu ponto central

## **3.2.3 Vetor**



### **Vetor entre dois pontos**

Marca o ponto de início e o de aplicação do vetor.



### Vetor a partir de um ponto

Ao marcar um ponto A e um vetor  $v$  se cria o ponto  $B = A + v$  e o vetor de A até B.

## 3.2.4 Segmento



### Segmento entre dois pontos

Ao marcar dois pontos A e B se estabelece um segmento entre A e B. Na janela algébrica poderá ser visto o comprimento do segmento.



### Segmento com comprimento dado a partir de um ponto

Ao clicar sobre um ponto A que você quer que seja a origem do segmento. Especifique o comprimento desejado na janela apresentada.

Esse modo criará um segmento com tamanho entre A e B. O extremo B pode ser rotacionado no modo *Mover* ao redor do ponto inicial.

## 3.2.5 Semi-reta



### Semi-reta através de dois pontos

Ao marcar dois pontos A e B se cria uma semi-reta que parte de A e cruza B. Na janela algébrica se expõe a equação correspondente à reta.

## 3.2.6 Polígono



### Polígono

Para Exibir a área do polígono na janela algébrica, basta marcar ao menos três pontos e voltar a clicar novamente sobre o primeiro deles.

## 3.2.7 Reta



### Reta através de dois pontos

Ao marcar dois pontos A e B se fixa a reta entre A e B. O vetor que fixa a direção da reta é  $(B-A)$ .



### Retas paralelas

Ao selecionar uma reta  $g$  e um ponto  $A$  fica definida a reta que passa por  $A$  e é paralela a  $g$ . A direção desta reta é a de  $g$ .



### Retas perpendiculares

Ao selecionar uma reta  $g$  e um ponto  $A$ , fica definida a reta que passa por  $A$  e é perpendicular a  $g$ . A direção desta reta é equivalente a do vetor perpendicular (ver 4.3.5) a  $g$ .



### Mediatriz

A mediatriz de um segmento fica estabelecida por um segmento  $s$  ou por dois pontos  $A$  e  $B$ . A direção desta reta é equivalente à do vetor perpendicular (ver 4.3.5) ao segmento  $s$  ou a  $AB$ .



### Bissetriz

A bissetriz de um ângulo pode ser definido de duas maneiras.

1. Ao marcar os três pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a bissetriz do ângulo determinado por  $A$ ,  $B$  e  $C$ , com  $B$  como vértice é traçada.
2. Ao marcar duas retas se produzem as bissetrizes de seus ângulos.

Os vetores direção de todas as bissetrizes têm tamanho 1.



### Tangentes

As tangentes de um cônica podem ser determinadas de duas maneiras:

1. Ao marcar um ponto  $A$  e uma cônica  $c$  são produzidas todas as tangentes a  $c$  que passam por  $A$ .
2. Ao marcar uma reta  $g$  e uma cônica  $c$  são produzidas todas as tangentes a  $c$  que são paralelas a  $g$ .

Ao marcar o ponto  $A$  e a função  $f$  obtém-se a reta tangente a  $f$  em  $x = x(A)$ .



### Reta polar ou diametral

Esse modo cria uma reta polar ou diametral de uma seção cônica:

1. Ao marcar um ponto e a seção cônica você obtém a reta polar.
2. Ao marcar a reta ou o vetor e a seção cônica você obtém a reta diametral.

## 3.2.8 Seção Cônica



### Círculo definido pelo centro e um de seus pontos

Ao marcar um ponto M e um ponto P está definido um círculo com centro M passando por P. O raio do círculo é a distância MP.



#### **Círculo dados centro e raio**

Após marcar um ponto M como centro aparecerá a janela para ingressar o valor do raio.



#### **Círculo definido por três pontos**

Ao marcar três pontos A, B e C fica definido um círculo que passa por estes pontos. Se os três pontos pertencem a uma reta, o círculo fica reduzido a esta reta.



#### **Cônica definida por cinco pontos**

Ao marcar cinco pontos fica definida uma seção cônica que passa por eles. Se quatro desses cinco pontos ficam sobre uma reta, a seção cônica está definida.

### **3.2.9 Arco e Setor**

O valor algébrico de um arco representa seu comprimento; o valor de uma seção representa sua área.



#### **Semicírculo dados dois pontos**

Ao marcar dois pontos A e B se produz um semicírculo sobre o segmento AB.



#### **Arco circular dados o centro e dois pontos**

Ao marcar três pontos M, A e B se produz um arco circular com centro em M, que tem como extremo inicial o ponto A e termina com o ponto B. Nota: o ponto B não precisa pertencer necessariamente ao arco.



#### **Setor circular dados o centro e dois pontos**

Ao marcar três pontos M, A e B se produz um setor circular com centro em M, que tem como extremo inicial o ponto A e termina com o ponto B. Nota: o ponto B não precisa pertencer necessariamente ao setor.



#### **Arco circuncircular dados três pontos**

Ao marcar três pontos se produz um arco circular passando por esses pontos.



## Setor circuncircular dados três pontos

Ao marcar três pontos se produz um setor circuncircular passando por esses pontos.

### 3.2.10 Número e Ângulo



#### Distância

Esse modo estabelece a distância de...

1. dois pontos
2. duas retas
3. um ponto e uma reta



#### Seletores

Clicando sobre qualquer lugar na área de trabalho você cria um seletor para um número ou para um ângulo. Aparecerá uma janela onde você especificará o intervalo [min, max] do respectivo número ou ângulo e a largura do seletor(em pixel).

No GeoGebra um seletor nada mais é do que uma representação gráfica de um número ou ângulos livres. Você pode criar facilmente um seletor correspondente a um número ou ângulo existentes, simplesmente clicando no objeto (clique com o botão direito do mouse e escolha  Exibir objeto).

A posição de um seletor pode ser absoluta na tela ou relativa ao sistema de coordenadas. (ver propriedades do correspondente número ou [Ângulo 3.1.1](#)).



#### Ângulo

Este modo cria

1. o ângulo entre três pontos
2. o ângulo entre dois segmentos
3. o ângulo entre duas retas
4. o ângulo entre dois vetores
5. todos os ângulos interiores a um polígono

Todos estes ângulos estão limitados entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$ . Se você quiser permitir ângulos refletidos, selecionar e ativar a opção correspondente na caixa de diálogo das propriedades (ver [3.1.1](#)).



### Ângulo com amplitude fixa

Após marcar dois pontos A e B aparecerá uma janela pedindo o tamanho do ângulo. Este modo produz um ponto C e um ângulo  $\alpha$ , onde  $\alpha = \angle (ABC)$ .

## 3.2.11 Lugar Geométrico

### Lugar Geométrico

Primeiramente, marque um ponto Q cujo lugar geométrico dependerá. Depois, com um clique crie o ponto P o qual Q dependerá. Note que o ponto P tem que ser um ponto em um objeto (reta, segmento, círculo, ...).

## 3.2.12 Transformações Geométricas

As seguintes transformações geométricas operam sobre pontos, retas, seções cônicas, polígonos e imagens.



### Reflexão com relação a um ponto

Primeiramente, marque o objeto a ser refletido. Depois, marque o ponto através do qual ocorrerá a reflexão.



### Reflexão com relação a uma reta

Primeiramente, marque o objeto a ser refletido. Depois, marque a reta através da qual ocorrerá a reflexão.



### Girar em torno de um ponto

Primeiramente, marque o objeto a ser rotacionado. Depois, com um clique se marca o ponto que funcionará como centro da rotação. Então, aparecerá uma janela onde você especificará a amplitude, em graus, do ângulo de rotação.



### Translação por um vetor

Primeiramente, marque o objeto a ser transladado. Depois, com um clique se marca o vetor de translação.



### Homotetia de um ponto por um fator

Primeiramente, marque o objeto a ser transportado. Depois, marque o ponto que funcionará como centro da homotetia. Então, aparecerá uma janela onde você especificará o fator da homotetia.

### 3.2.13 Texto

#### ABC Texto

Neste modo você pode criar textos ou fórmulas em LATEX.

1. Clicando sobre a área de trabalho, você cria um novo texto nessa posição.
2. Clicando sobre um ponto, você cria um novo texto cuja localização se vincula e associa a este ponto.

Depois, aparecerá uma caixa de diálogo onde você ingressará o texto. Você também poderá usar valores de objetos e deste modo criar textos dinâmicos.

Entrada	Descrição
"Este é um texto"	texto simples
"Ponto A = " + A	texto dinâmico usando o valor do ponto A
"a = " + a + "cm"	texto dinâmico usando o valor do segmento a

A posição do texto pode ser absoluta em tela ou relativa com respeito ao sistema de coordenadas (ver propriedades do texto, [3.1.1](#)).

#### Fórmulas em LATEX

No GeoGebra você pode escrever fórmulas. Para fazê-lo assim, verifique a fórmula em LATEX e insira na caixa de diálogo. Aqui se aplicam uns dos mais importantes comandos em LATEX. Verifique toda a documentação em LATEX para informações adicionais.

Entrada em LATEX	Resultado
$a \cdot b$	$a \cdot b$
$\frac{a}{b}$	$\frac{a}{b}$
$\sqrt{x}$	$\sqrt{x}$
$\sqrt[n]{x}$	$\sqrt[n]{x}$
$\vec{v}$	$\vec{v}$
$\overline{AB}$	$AB$
$x^2$	$x^2$
$a_{1}$	$a_1$
$\sin\alpha + \cos\beta$	$\sin \alpha + \cos \beta$
$\int_a^b x \, dx$	$\int x \, dx$
$\sum_{i=1}^n i^2$	$\sum i^2$

## 3.2.14 Imagens



### Inserir imagem

Este modo permite acrescentar uma imagem em uma construção.

1. Clicando sobre a área de trabalho você cria o vértice inferior esquerdo da imagem.
2. Clicando sobre um ponto você determina que este será o vértice inferior esquerdo da imagem.

Depois, aparecerá uma caixa de diálogo onde você selecionará a imagem a ser inserida.

## 3.2.15 Propriedades de Imagens

### Posição

A posição de uma imagem pode ser absoluta em tela ou relativa ao sistema de coordenadas (ver propriedades de imagens, [3.1.1](#)). Por último é pedido para especificar os três pontos vértices que oferece a flexibilidade de escalar, girar e até distorcer as imagens.

1. Vértice: posição do vértice inferior esquerdo da imagem.
2. Vértice (inferior direito): este vértice só pode ser fixado se o 1. Vértice for fixado antes. Ele controla a largura da imagem.
4. Vértice (superior esquerdo): este vértice só pode ser fixado se o 1. Vértice for fixado antes. Ele controla a altura da imagem.

Vamos criar três pontos A, B e C para explorar o efeito dos pontos vértices. Seja A o primeiro vértice e B o segundo vértice de sua imagem. Ao arrastar A e B no modo  *Mover* você pode explorar sua influência mais facilmente. Agora, seja A o primeiro e C o quarto vértice. Finalmente, você poderá ajustar todos os três pontos e ver como, ao arrastá-los, distorce a imagem.

Você ainda pode observar como influenciar a posição e a altura da sua imagem. Se você quiser unir sua imagem a um ponto e ajustar sua largura a 3 e sua altura a 4, você poderia fazer o seguinte:

1. Vértice: A
2. Vértice: A + (3,0)
3. Vértice: A + (0,4)

Ao arrastar o ponto A no modo  *Mover* sua imagem conserva a medida desejada. Ver comando *Vértice* (see [4.3.13](#)).

### Imagem de fundo

Você pode ajustar uma imagem para estar no fundo (ver propriedades de imagens, [3.1.1](#)). Uma imagem de fundo encontra-se atrás dos eixos coordenados e não pode ser selecionada com o mouse.

Para modificar a condição de “tela de fundo” de uma imagem deve-se mudar suas Propriedades em menu Editar.

### **Transparência**

Uma imagem pode se tornar transparente para que imagens ou eixos possam ser vistos atrás dela. Você pode ajustar a transparência de uma imagem especificando um valor de enchimento entre 0 % e 100 % (ver propriedades de imagens, [3.1.1](#)).

# Capítulo 4: Entrada Algébrica

Explicaremos agora como fazer ingressos por teclado no GeoGebra.

## 4.1 Notas Gerais

Valores, coordenadas e equações de objetos livres e dependentes são mostrados na janela algébrica (no lado esquerdo). Os objetos livres não dependem de nenhum outro objeto e pode ser mudado diretamente.

A entrada pode ser feita na entrada de texto no fundo da tela. Isso será explicado em detalhes mais tarde. (ver [4.2](#) e [4.3](#))

### 4.1.1 Modificação de valores

Objetos livres podem ser mudados, objetos dependentes não podem. Para modificar o valor do objeto livre, basta reescrevê-lo, ingressando o novo valor na caixa de entrada de texto. (ver [4.2](#)).

Alternativamente, isso pode ser feito na janela algébrica escolhendo o menu Editar (ver [3.1.1](#)).

### 4.1.2 Animação

Para mudar um número ou ângulo de forma contínua selecione o modo  *Mover* (ver [3.2.1](#)), clique sobre o número ou ângulo e pressione a tecla + ou -.

Se for mantida uma dessas teclas pressionadas produz-se um efeito de animação. Por exemplo, se as coordenadas de uns pontos dependerem de um número  $k$  como em  $P=(2k, k)$ , o ponto se moverá ao longo de uma linha reta quando  $k$  é mudado continuamente.

Com as teclas de seta você pode mover todo objeto livre no modo  *Mover*. O incremento é ajustado na caixa de diálogo em propriedades (ver [3.1.1](#)).

- Ctrl + tecla de seta ...10 \* largura do passo
- Alt + tecla de seta ...100 \* largura do passo

Um ponto em uma reta pode ser movido ao longo dessa reta usando a tecla de seta + ou -.

## 4.2 Entrada Direta

O GeoGebra pode operar com números ângulos, pontos, vetores, segmentos, retas e seções cônicas. Explicaremos como podemos ingressar estes objetos através de coordenadas e equações.

Você pode usar índices com os nomes de objetos:  $A_1$  resp.  $s_{AB}$  é inserido como  $A_1$  resp.  $s_{AB}$ .

### 4.2.1 Números e ângulos

Números e ângulos usam o símbolo . como ponto decimal.

número r	r = 5.32
----------	----------

Ângulos são ingressos em graus ( $^\circ$ ) ou radianos (rad). A constante pi é muito usada para valores em radianos.

	graus	radianos
ângulo alfa	alfa = $60^\circ$	alfa = $\pi / 3$

O GeoGebra faz todos os cálculos internos em radianos. O símbolo  $^\circ$  não é nada mais que uma constante para  $\pi/180$  para converter graus me radianos.

#### Seletores e teclas de seta

Os números e ângulos livres podem ser mostrados como seletores na área de trabalho (ver 3.2.10). Por meio das teclas de seta você também pode mudar o valor dos números e ângulos na janela algébrica. (ver 4.1.2).

#### Valor Limite para Intervalo

Os números e ângulos livres podem ser limitados por um intervalo [min, max] (propriedades, ver 3.1.1). Este intervalo é usado também para seletores  Seletores (ver 3.2.10).

Para cada ângulo dependente você pode especificar se pode mudar a simetria ou não (propriedades, ver 3.1.1)

### 4.2.2 Pontos e Vetores

Pontos e vetores podem ser ingressos em coordenadas cartesianas ou polares (ver 4.2.1). As maiúsculas rotulam pontos, e as minúsculas rotulam vetores.

	coordenadas cartesianas	coordenadas polares
ponto P	$P = (1, 0)$	$P = (1; 0^\circ)$
vetor v	$v = (0, 5)$	$v = (5; 90^\circ)$

### 4.2.3 Reta

Uma reta é inserida como uma equação linear em x e y ou na forma parametrizada. Em ambos os casos, pode-se empregar variáveis definidas (números, pontos,

vetores). O nome da reta deve ser dado no início da entrada, seguida por dois pontos.

	equação	forma parametrizada
reta g	$g : 3x + 4y = 2$	$g : X = (-5, 5) + t(4, -3)$

Seja  $k=2$  e  $d=-1$  por exemplo. Então, podemos definir uma reta g escrevendo a equação  $g : y = kx + d$ .

### Eixox e Eixoy

Os dois eixos coordenados estão disponíveis nos comandos usando os nomes Eixox e Eixoy. Por exemplo, o comando Perpendicular[A, Eixox] constrói a reta perpendicular ao eixo x através do ponto A.

### 4.2.4 Seção Cônica

Uma seção cônica é inserida como uma equação quadrática em x e y. As variáveis previamente definidas (números, pontos, vetores) podem ser usadas. O nome da seção cônica deve ser anotado no início da entrada seguida por dois pontos.

	Equação
elipse eli	$eli : 9x^2 + 16y^2 = 144$
hipérbole hip	$hip : 9x^2 - 16y^2 = 144$
parábola par	$par : y^2 = 4x$
círculo k1	$k1 : x^2 + y^2 = 25$
círculo k2	$k2 : (x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 25$

Seja  $a=4$  e  $b=3$ , por exemplo. Agora, podemos ingressar uma elipse como  $eli : b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ .

### 4.2.5 Função de x

Para ingressar uma função, você pode usar variáveis previamente definidas (números, pontos, vetores, ...) e outras funções.

	Entrada
Função f	$F(x) = 3x^3 - x^2$
Função g	$G(x) = \tan(f(x))$
Função não-nomeada	$\sin(3x) + \tan(x)$

Todas as funções internas (como sin, cos, tan, etc.) são definidas nas seções sobre operações aritméticas (ver 4.3.6).

Existem comandos para criar integrais (ver 4.3.2) e derivadas (ver 4.3.11) de uma função. Você pode também usar  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ , ... para as derivadas de uma função previamente definida  $f(x)$ :

$f(x) = 3x^3 - x^2$
$g(x) = \cos(f'(x + 2))$

No mais, funções podem ser transladadas por um vetor (ver [4.3.15](#)) e uma função livre pode ser movida com o mouse.

### Função Limitada por um Intervalo

A fim de limitar uma função a um intervalo  $[a, b]$ , usar o comando Função (ver [4.3.11](#)).

## 4.2.6 Operações Aritméticas

Para ingressar números, coordenadas ou equações (ver [4.2](#)) você pode usar expressões aritméticas com parênteses. As seguintes operações estão disponíveis:

operação	Entrada
adição	+
subtração	-
multiplicação, produto escalar	* ou espaço
divisão	/
potenciação	^ ou <sup>2, 3</sup>
fatorial	!
Função Gamma	gamma( )
parênteses	( )
coordenada x	x( )
coordenada y	y( )
valor absoluto	abs( )
símbolo	sgn( )
raiz quadrada	sqrt( )
função exponencial	exp( )
logaritmo (natural)	log( )
cosseno	cos( )
seno	sin( )
tangente	tan( )
arco cosseno	acos( )
arco seno	asin( )
arco tangente	atan( )
cosseno hiperbólico	cosh( )
seno hiperbólico	sinh( )
tangente hiperbólica	tanh( )
arco cosseno hiperbólico	acosh( )
arco seno hiperbólico	asinh( )
arco tangente hiperbólico	atanh( )
maior inteiro maior ou igual que	floor( )
menor inteiro menor ou igual que	ceil( )
Arredondar	round( )

Por exemplo, o ponto médio  $M$  de dois pontos  $A$  e  $B$  pode ser ingresso como  $M=(A+B)/2$ . O comprimento do vetor  $v$  pode ser calculado usando  $l=\text{sqrt}(v*v)$ .

Percebemos que você poderá fazer cálculos com pontos e vetores muito bem, com o GeoGebra.

## 4.3 Comandos

Com a ajuda dos comandos você pode produzir novos objetos e modificar os objetos existentes. A interseção de duas retas  $g$  e  $h$  produz um novo ponto, por exemplo:  $S = \text{Interseção}[g,h]$  (ver 4.3.4).

O resultado de um comando pode ser nomeado inserindo um rótulo seguido de  $=$ . Em nosso exemplo  $S = \text{Interseção}[g, h]$  o novo ponto é nomeado  $S$ .

Você pode também usar índices com os nomes dos objetos:  $A_1$  resp.  $s_{AB}$  é inserido como  $A_1$  resp.  $s_{\{AB\}}$ .

### 4.3.1 Comandos Gerais

  $a = b$  **Relação**

$\text{Relação}[\text{objeto } a, \text{ objeto } b]$  mostra uma caixa de mensagem que nos informa a relação de  $a$  e  $b$ .

Este comando nos permite averiguar se dois objetos são iguais, se um ponto pertence a uma reta ou cônica, ou se uma reta é tangente ou cruza uma cônica.

#### Apagar

$\text{Apagar}[\text{objeto}]$ : Apaga um objeto e todos os seus dependentes.

### 4.3.2 Número

#### Comprimento

$\text{Comprimento}[\text{vetor}]$ : Comprimento de um vetor

$\text{Comprimento}[\text{ponto } A]$ : Comprimento do vetor na posição de  $A$

#### Área

$\text{Área}[\text{ponto } A, \text{ ponto } B, \text{ ponto } C, \dots]$ : Área do polígono definido pelos pontos dados.

 **Distância**

$\text{Distância}[\text{ponto } A, \text{ ponto } B]$ : Distância entre dois pontos  $A$  e  $B$

$\text{Distância}[\text{ponto } A, \text{ reta } g]$ : Distância de um ponto  $A$  a uma reta  $g$

$\text{Distância}[\text{reta } g, \text{ reta } h]$ : Distância entre as retas  $g$  e  $h$ . A distância de retas secantes é 0. Esta função é de interesse para retas paralelas.

#### Inclinação

Inclinação[reta]: Inclinação de uma reta. Este comando também traça a inclinação do triângulo cuja medida pode ser modificada (ver propriedades, [3.1.1](#)).

### **Raio**

Raio[círculo]: Raio de um círculo

### **Parâmetro**

Parâmetro[parábola]: Parâmetro de uma parábola (distância entre diretriz e foco)

### **ComprimentodoPrimeiroEixo**

ComprimentodoPrimeiroEixo[cônica]: Comprimento do primeiro eixo de uma seção cônica

### **ComprimentodoSegundoEixo**

ComprimentodoSegundoEixo[cônica]: Comprimento do segundo eixo de uma seção cônica

### **Excentricidade**

Excentricidade[cônica]: Excentricidade de uma cônica

### **Integral**

Integral[função f, número a, número b]: Integral definida de  $f(x)$  de a até b. Este comando traça a área entre o gráfico da função de f e o eixo x.

Integral[função f, função g, número a, número b]: Integral definida de  $f(x)-g(x)$  de a até b. Este comando traça a área entre o gráfico da função f e g.

Ver integral indefinida [4.3.11](#).

### **SomaInferior**

SomaInferior[função f, número a, número b, número n]: Soma inferior da função f no intervalo  $[a,b]$  com n retângulos. Este comando também desenha os retângulos da soma inferior.

### **SomaSuperior**

SomaSuperior[função f, número a, número b, número n]: Soma superior da função f no intervalo  $[a,b]$  com n retângulos. Este comando também desenha os retângulos da soma superior.

## **4.3.3 Ângulo**



Ângulo

Ângulo[vetor, vetor]: Ângulo entre dois vetores (entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ )  
 Ângulo[reta, reta]: Ângulo entre os vetores diretores de duas retas (entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ )  
 Ângulo[ponto A, ponto B, ponto C]: Ângulo compreendido entre BA e BC (entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ ). B é o vértice.  
 Ângulo[ponto A, ponto B, ângulo alfa]: Ângulo de amplitude alfa traçado a partir de B com vértice A. O ponto Girar[B, A, a] também é criado.  
 Ângulo[cônica]: Ângulo de revolução do primeiro eixo de uma seção cônica (ver [4.3.9](#))  
 Ângulo[vetor v]: Ângulo entre o eixo x e o vetor v  
 Ângulo[ponto A]: Ângulo entre o eixo x e o vetor de posição do ponto A  
 Ângulo[número]: Converter um número em um ângulo (resultado entre  $0^\circ$  e  $2\pi$ )  
 Ângulo[polígono]: Todos os ângulos internos de um polígono

#### 4.3.4 Ponto

##### Ponto

Ponto[reta]: Ponto sobre uma reta  
 Ponto[cônica]: Ponto sobre uma seção cônica (e.x. círculo, elipse, hipérbole)  
 Ponto[função]: Ponto em uma função  
 Ponto[vetor]: Ponto no vetor  
 Ponto[ponto P, vetor v]: Ponto  $P + v$



##### PontoMédio e Centro

PontoMédio[ponto A, ponto B]: Ponto médio de A e B  
 PontoMédio[segmento]: Ponto médio do segmento

Centro[cônica]: Centro de uma seção cônica (e.x. círculo, elipse, hipérbole)

##### Foco

Foco[cônica]: (Todos) foco de uma seção cônica

##### Vértice

Vértice[cônica]: (Todos) vértice de uma seção cônica

##### Baricentro

Baricentro[polígono]: Baricentro de um polígono

##### Interseção

Interseção[reta g, reta h]: Ponto de Interseção das retas g e h  
 Interseção[reta g, cônica c]: Todos os pontos de Interseção de g e c (máx. 2)  
 Interseção[reta g, cônica c, número n]: enésimo ponto de Interseção de g e c  
 Interseção[cônica c, cônica d]: Todos os pontos de Interseção de c e d (máx. 4)  
 Interseção[cônica c, cônica d, número n]: enésimo ponto de Interseção de c e d

Interseção[polinômio f, polinômio g]: Todos os pontos de Interseção de f e g  
Interseção[polinômio f, polinômio g, número n]: enésimo ponto de Interseção de f e g  
Interseção[polinômio f, reta g]: Todos os pontos de Interseção de f e g  
Interseção[polinômio f, reta g, número n]: enésimo ponto de Interseção de f e g  
Interseção[função f, função g, ponto A]: Ponto de Interseção de f e g com valor inicial A (pelo método de Newton)  
Interseção[função f, reta g, ponto A]: Ponto de Interseção de f e g com valor inicial A (pelo método de Newton)

(ver também o modo  *Interseção de dois objetos*, [3.2.2](#))

## **Raiz**

Raiz[polinômio f]: Todas as raízes do polinômio f (como pontos)  
Raiz[função f, número a]: Uma raiz da função f com valor inicial a (método de Newton)  
Raiz[função f, número a, número b]: Uma raiz de função f no intervalo [a, b] (regula falsi)

## **Extremos**

Extremo[polinômio f]: Todos os extremos locais do polinômio f (como pontos)

## **PontoDeInflexão**

PontoDeInflexão[polinômio f]: Todos os pontos de inflexão do polinômio f

## **4.3.5 Vetor**

### **Vetor**

Vetor[ponto A, ponto B]: Vetor que parte de A e vai até B  
Vetor[ponto]: Posição vetorial de um ponto

### **Direção**

Direção[reta]: Vetor diretriz de uma reta. Uma reta cuja equação é  $ax + by = c$  tem direção  $(b, -a)$ .

### **Vetor Unitário**

VetorUnitário[reta]: Vetor diretriz de uma reta com comprimento 1.  
VetorUnitário[vetor]: Vetor de comprimento 1 e a mesma direção e orientação que a do vetor dado.

### **Vetor Perpendicular**

VetorPerpendicular[reta]: Vetor perpendicular de uma reta. Uma reta de equação  $ax + by = c$  tem um vetor perpendicular  $(a, b)$ .  
VetorPerpendicular[vetor]: Vetor perpendicular de um vetor. Um vetor com coordenadas  $(a, b)$  tem o vetor perpendicular  $(-b, a)$ .

## **VetorPerpendicularUnitário**

VetorPerpendicularUnitário[reta]: Vetor de comprimento 1, perpendicular a uma reta.  
VetorPerpendicularUnitário[vetor]: Vetor de comprimento 1, perpendicular a um vetor.

### **4.3.6 Segmento**

#### **Segmento**

Segmento[ponto A, ponto B]: Segmento entre dois pontos A e B  
Segmento[ponto A, numero a]: Segmento com comprimento dado a partir de um ponto A. Cria-se, também, o extremo oposto a A do segmento.

### **4.3.7 Semi-reta**

#### **Semi-reta**

SemiReta[ponto A, ponto B]: Semi-reta que se inicia em A e passa por B

SemiReta[ponto A, vetor v]: Semi-reta que se inicia em A com direção v

### **4.3.8 Polígono**

#### **Polígono**

Polígono[ponto A, ponto B, ponto C, ...]: Polígono definido pelos pontos marcados

### **4.3.9 Reta**

#### **Reta**

Reta[ponto A, ponto B]: Reta que passa pelos pontos A e B

Reta[ponto A, reta g]: Reta que passa por A e é paralela a reta g

Reta[ponto A, vetor v]: Reta que passa por A com direção v

#### **Perpendicular**

Perpendicular[ponto A, reta g]: Reta perpendicular a g que passa por A

Perpendicular[ponto A, vetor v]: Reta perpendicular a v que passa por A

#### **Mediatriz**

Mediatriz[ponto A, ponto B]: Mediatriz ao segmento AB

Mediatriz[segmento s]: Mediatriz ao segmento s

#### **Bissetriz**

Bissetriz[ponto A, ponto B, ponto C]: Bissetriz do ângulo (A, B, C). B é o vértice deste ângulo.

Bissetriz[reta g, reta h]: Bissetriz de ambas g e h.

### **Tangente**

Tangente[ponto A, cônica c]: (Toda) tangente a c passando por A

Tangente[reta g, cônica c]: (Toda) tangente a c que é paralela a g

Tangente[número a, função f]: Tangente a  $f(x)$  em  $x=a$

Tangente[ponto A, função f]: Tangente a  $f(x)$  em  $x=x(A)$

### **Assíntota**

Assíntota[hipérbole c]: Ambas assíntotas a uma hipérbole

### **Diretriz**

Diretriz[parábola c]: Diretriz de uma parábola

### **Eixos**

Eixos[cônica c]: Eixo Principal e Eixo Secundário de uma seção cônica

### **EixoPrincipal**

EixoPrincipal[cônica c]: Eixo Principal de uma seção cônica

### **EixoSecundário**

EixoSecundário[cônica c]: Eixo Secundário de uma seção cônica

### **Polar**

Polar[ponto A, cônica c]: Reta polar a A relativa a c

### **Diâmetro**

Diâmetro[reta g , cônica c]: Diâmetro paralelo a g relativo a c

Diâmetro[vetor v, cônica c]: Diâmetro com direção v relativo a c

## **4.3.10 Seção Cônica**

### **Círculo**

Círculo[ponto M, número r]: Círculo com centro M e raio r

Círculo[ponto M, segmento s]: Círculo com centro em M e raio = Comprimento[s]

Círculo[ponto M, ponto A]: Círculo com centro em M passando por A

Círculo[ponto A, ponto B, ponto C]: Círculo que passa por A, B e C

### **Elipse**

Elipse[ponto F, ponto G, número a]: Elipse com focos F, G e eixo principal de comprimento a.

. Condição:  $2a > \text{Distância}[F,G]$

Elipse[ponto F, ponto G, segmento s]: Elipse com focos F, G e comprimento do eixo principal = Comprimento[s]

### Hipérbole

Hipérbole[ponto F, ponto G, número a]: Hipérbole com focos F, G e eixo principal de comprimento a.

Condição:  $0 < 2a < \text{Distância}[F,G]$

Hipérbole[ponto F, ponto G, segmento s]: Hipérbole com focos F, G e comprimento do eixo principal = Comprimento[s]

### Parábola

Parábola[ponto F, reta g]: Parábola com foco F e diretriz g

### Cônica

Cônica[ponto A, ponto B, ponto C, ponto D, ponto E]: Seção cônica passando por cinco pontos (quatro deles não colineares)

## 4.3.11 Função

### Derivada

Derivada[função f]: Derivada da função  $f(x)$

Derivada[função f, número n]: enésima derivada da função  $f(x)$

### Integral

Integral[função f]: Integral indefinida de  $f(x)$

Consultar Integral definida, [4.3.2](#).

### Polinômio

**Polinômio** [função f]: expande a função polinomial f. Exemplo: Polinômio[  $(x - 3)^2$  ]  
expande para  $x^2 - 6x + 9$

### PolinômioDeTaylor

PolinômioDeTaylor[função f, número a, número n]: expansão de série de potência de ordem n para a função f ao redor do ponto  $x=a$

### Função

Função[função f, número a, número b]: estabelece uma função, que é igual a f no intervalo  $[a, b]$  e não está definida fora de  $[a, b]$

### 4.3.12 Arco e Setor

O valor algébrico de um arco é seu comprimento, o valor de um setor é sua área.

#### Semicírculo

Semicírculo[ponto A, ponto B]: Semicírculo sobre o segmento AB.

#### ArcoCircular

ArcoCircular[ponto M, ponto A, ponto B]: Arco circular com centro em M que passa por dois pontos A e B. Nota: ponto B não deve estar sobre o arco.

#### ArcoCircumcircular

ArcoCircuncircular[ponto, ponto, ponto]: Arco circular que passa pelos três pontos

#### Arco

Arco[cônica c, ponto A, ponto B]: Arco de seção cônica entre dois pontos A e B da seção cônica c (círculo ou elipse)

Arco[cônica c, número t1, número t2]: Arco de seção cônica entre dois valores de parâmetros t1 e t2 para as seguintes formas paramétricas:

- círculo:  $(r \cos(t), r \sin(t))$ , onde r é o raio do círculo
- elipse:  $(a \cos(t), b \sin(t))$ , onde a e b são os comprimentos dos eixos principal e secundário

#### SetorCircular

SetorCircular[ponto M, ponto A, ponto B]: Setor circular com ponto médio M entre dois pontos A e B. Nota: ponto B não deve estar sobre o arco.

#### SetorCircumcircular

SetorCircumcircular[ponto, ponto, ponto]: Setor circular passando por três pontos

#### Setor

Setor[cônica c, ponto A, ponto B]: Setor seção cônica entre dois pontos A e B na seção cônica c (círculo ou elipse)

Setor[cônica c, número t1, número t2]: Setor de seção cônica entre dois valores de parâmetros t1 e t2 para as seguintes formas paramétricas:

- círculo:  $(r \cos(t), r \sin(t))$ , onde r é o raio do círculo
- elipse:  $(a \cos(t), b \sin(t))$ , onde a e b são os comprimentos dos eixos principal e secundário

### 4.3.13 Imagem

#### Extremo

Extremo[imagem, número n]: estabelece o enésimo extremo de uma imagem ( $n = 1, \dots, 4$ ).

### 4.3.14 Lugar Geométrico - Locus

#### Lugar Geométrico - Locus

Locus[ponto Q, ponto P]: traça o lugar geométrico do ponto Q de inclinação do ponto P. O ponto P deve ser um ponto pertencente a um objeto (reta, segmento, círculo, ...).

### 4.3.15 Transformações Geométricas

Se você assionar um dos seguintes comandos para um novo nome, uma cópia do objeto movido será produzida. O comando Reflexão[A, g] reflete o ponto A em relação a reta g e a localização do ponto A muda. Inserindo  $B = \text{Reflexão}[A, g]$  produzirá um novo ponto B enquanto A permanece imóvel.

#### Translação

Translação[ponto A, vetor v]: Translação do ponto A pelo vetor v

Translação[reta g, vetor v]: Translação da reta g pelo vetor v

Translação[cônica c, vetor v]: Translação da cônica c pelo vetor v

Translação[função c, vetor v]: Translação da função f pelo vetor v

Translação[polígono P, vetor v]: Translação polígono P pelo vetor v. Novos vértices e segmentos são criados também.

Translação[imagem p, vetor v]: Translação da imagem p pelo vetor v

Translação[vetor v, ponto p]: Translação do vetor v pelo ponto p

#### Girar

Girar[ponto A, ângulo phi]: Gira o ponto A um ângulo phi ao redor da origem dos eixos

Girar[vetor v, ângulo phi]: Gira um vetor v um ângulo phi

Girar[reta g, ângulo phi]: Gira a reta g por um ângulo phi ao redor da origem dos eixos

Girar[cônica c, ângulo phi]: Gira a seção cônica c pelo ângulo phi ao redor da origem dos eixos

Girar[polígono P, ângulo phi]: Gira o polígono P por um ângulo phi ao redor da origem dos eixos. Novos vértices e segmentos são criados também.

Girar[imagem p, ângulo phi]: Gira a imagem p por um ângulo phi ao redor da origem dos eixos

Girar[ponto A, ângulo phi, ponto B]: Gira o ponto A por um ângulo phi ao redor do ponto B

Girar[reta g, ângulo phi, ponto B]: Gira a reta g por um ângulo phi ao redor do ponto B

Girar[cônica c, ângulo phi, ponto B]: Gira seção cônica c por um ângulo phi ao redor do ponto B

Girar[polígono P, ângulo phi, ponto B]: Gira o polígono P por um ângulo phi ao redor do ponto B. Novos vértices e segmentos são criados também.

Girar[imagem p, ângulo phi, ponto B]: Gira a imagem p por um ângulo phi ao redor do ponto B

## **Reflexão**

Reflexão[ponto A, ponto B]: Reflete o ponto A em relação ao ponto B

Reflexão[reta g, ponto B]: Reflete a reta g em relação ao ponto B

Reflexão[cônica c, ponto B]: Reflete a seção cônica c em relação ao ponto B

Reflexão[polígono P, ponto B]: Reflete o polígono P em relação ao ponto B. Novos vértices e segmentos são criados também.

Reflexão[imagem p, ponto B]: Reflete a imagem p em relação ao ponto B

Reflexão[ponto A, reta h]: Reflete o ponto A em relação a reta h

Reflexão[reta g, reta h]: Reflete a reta g em relação a reta h

Reflexão[cônica c, reta h]: Reflete a cônica c em relação a reta h

Reflexão[polígono P, reta h]: Reflete o polígono P em relação a reta h. Novos vértices e segmentos são criados também.

Reflexão[imagem p, reta h]: Reflete a imagem p em relação a reta h

## **Homotetia**

Homotetia[ponto A, número f, ponto S]: Amplia ou Reduz o ponto A um número f de vezes a partir do ponto S

Homotetia[reta h, número f, ponto S]: Amplia ou Reduz a reta h um número f de vezes a partir do ponto S

Homotetia[cônica c, número f, ponto S]: Amplia ou Reduz a seção cônica c um número f de vezes a partir do ponto S

Homotetia[polígono P, número f, ponto S]: Amplia ou Reduz o polígono P um número f de vezes a partir do ponto S. Novos vértices e segmentos são criados também

Homotetia[imagem p, número f, ponto S]: Amplia ou Reduz a imagem p um número f de vezes a partir do ponto S

# Capítulo 5: Imprimindo e exportando

## 5.1 Imprimindo

### 5.1.1 Área de trabalho

No menu Arquivo, a opção Visualização da Impressão, Janela de Visualização permite especificar o título, autor, data e escala da saída impressa (em cm). Você deve teclar Enter após qualquer mudança para atualizar a janela prévia.

### 5.1.2 Protocolo de Construção

Existem duas maneiras para abrir a janela do protocolo de construção

- No menu Arquivo, no item Visualização da Impressão usando a opção Protocolo de Construção.
- No menu Exibir, abra o Protocolo de Construção primeiro. Lá você encontra o item Visualização da impressão no menu arquivo.

O segundo caminho é mais flexível, você pode desativar e ativar as diferentes colunas do protocolo de construção (ver menu Exibir do protocolo de construção ).

Na janela de Visualização de Impressão você pode ingressar título autor e data.

## 5.2 Janela de Visualização como Figura

Você encontra o item Janela de Visualização como Figura (png, eps...) no menu Arquivo, Exportar. Aqui, você pode especificar a escala (em cm) e a resolução (em dpi) do arquivo de saída. A verdadeira medida da imagem exportada aparece na parte inferior da janela.

Pode-se selecionar um dos seguintes formatos:

### **PNG - Portable Network Graphics**

Esse é um vetor no formato gráfico. As imagens EPS podem ser dimensionadas sem perda de qualidade. Os arquivos gráficos EPS servem muito bem para o uso de programas de vetores gráficos como o CorelDraw e sistemas de processamento profissional de texto como LATEX.

A resolução de uma imagem EPS é sempre 72dpi. Esse valor é usado somente para calcular o tamanho real de uma imagem em cm e não tem efeito na qualidade da imagem.

Observação: O efeito de transparência em polígonos ou seções cônicas não é possível com EPS.

### 5.3 Copiar para área de transferência

Você encontra o item Copiar para Área de Transferência no menu Arquivo, *Exportar*. Este copia um screenshot da área de trabalho para o clipboard do sistema como uma figura PNG. Essa figura pode ser utilizada em outro programa (e.x. Um documento Microsoft Word).

Para exportar sua construção em uma certa escala (em cm) por favor use o item do menu Janela de Visualização como Figura no menu Arquivo, *Exportar*.

### 5.4 Protocolo de construção como Página Web

Existem duas maneiras de abrir a janela *Exportar Protocolo de Construção*:

- No menu Arquivo, *Exportar* você pode escolher o item Protocolo de Construção como página da Web (*html*).
- No menu Exibir, abra o Protocolo de Construção primeiro. Lá você pode encontrar o item *Exportar como Página da Web no menu Arquivo*.

O segundo caminho é mais flexível porque ali se pode ir (des)ativando as diferentes colunas do protocolo de construção (ver o menu Vista do protocolo de construção).

Na janela de exportação você pode anotar o título, o autor e a data da construção e escolher se você quer exportar uma figura da área de trabalho e a janela algébrica junto com o protocolo.

O arquivo exportado em HTML pode ser visualizado com um navegador (e.x. Mozilla, Internet Explorer) e editado com algum editor de texto (e.x. Frontpage, Word).

### 5.5 Planilha dinâmica como página da WEB

No menu Arquivo, *Exportar* você encontra o item Planilha Dinâmica como *Página da Web (html)*.

Na janela de exportação você pode escrever título, autor, data e algum texto na área superior e inferior da construção dinâmica (e.x. Uma descrição da construção e alguns exercícios). A construção pode ser incluída diretamente na página da web ou abrir clicando em um botão.

Nota: Não tome também valores grandes para a altura e a largura da construção dinâmica isso faz a visualização ficar pesada no navegador.

Três arquivos são criados quando uma planilha dinâmica é exportada:

1. arquivo html , e.x. *círculo.html* – esse arquivo inclui a planilha nele mesmo
2. arquivo ggb , e.x. *círculo\_planilha.ggb* - esse arquivo inclui sua construção no GeoGebra
3. *geogebra.jar* - esse arquivo inclui o GeoGebra e faz sua planilha ser interativa

Todos esses três arquivos - e.x. *círculo.html*, *círculo\_planilha.ggb* e *geogebra.jar* – deve ser armazenado em uma pasta (diretório) para que a construção opere dinamicamente. Claro que você pode copiar todos os três arquivos para outra pasta também.

Nota: O arquivo exportado em HTML - e.x. *círculo.html* – pode ser mostrado com algum navegador (e.x. Mozilla, Internet Explorer). Para a construção dinâmica funcionar deve ter sido instalado o programa Java no computador. Você pode baixar o Java de <http://www.java.com> livremente. Se você quer usar sua planilha no computador de sua escola com internet peça para o administrador local da rede instalar o Java nos computadores.

Você pode também editar o texto da planilha com algum editor de texto (e.x. Frontpage, Word) abrindo o arquivo HTML exportado.

# Capítulo 6: Opções

As opções Globais podem ser mudadas no menu *Opções*, transformando as configurações do objeto, por favor use o menu contextual (ver [3.1.1](#)).

## 6.1 Captação de pontos

Captação dos pontos na grade

## 6.2 Unidade Angular

Determina se ângulos são exibidos em graus ( $^{\circ}$ ) ou em radianos (rad).

É sempre possível ingressar ambos os caminhos (graus e radianos).

## 6.3 Casas Decimais

Determina as casas decimais : 0, 1, ..., 5

## 6.4 Estilo de ponto

Determina se pontos são mostrados como pontos ou como cruzeiros.

## 6.5 Qualidade Gráfica

Determina a qualidade de saída grafica na janela geométrica.

## 6.6 Tamanho da fonte

Determina o tamanho da fonte dos pontos (pt).

## 6.7 Linguagem

O GeoGebra é multilingual. Aqui você pode escolher a língua em uso. Isso afeta todas as entradas incluindo o nome dos comandos e todas as saídas.

Área de trabalho

Abre uma janela onde as propriedades da área de trabalho (eixos, coordenadas grades, etc.) podem ser ajustadas.

## **6.8 Área de trabalho**

Abre um diálogo com as propriedades da área de trabalho (coordenadas, grade e eixos, cor de fundo, etc).

# Índice

ângulo		
comando .....	27	
modo .....	16	
reflexão .....	22	
valor limite .....	22	
ângulo com amplitude fixa		
modo .....	16	
ângulos .....	22	
animação .....	21	
apagar .....	8	
comando .....	25	
apagar objeto		
modo .....	11	
arco		
comando .....	32	
arco circular dados o centro e dois pontos		
modo .....	15	
arco circumcircular dados três pontos		
modo .....	15	
arco e setor .....	32	
ArcoCircular		
comando .....	32	
ArcoCircumcircular		
comando .....	32	
área		
comando .....	25	
área de trabalho		
exportar .....	35	
para área de transferência .....	36	
assíntota		
comando .....	30	
baricentro		
comando .....	28	
bissetriz		
comando .....	30	
modo .....	13	
captação de pontos .....	38	
casas decimais .....	38	
circle through three points		
mode .....	14	
círculo dados centro e raio		
modo .....	14	
círculo definido pelo centro e um de seus pontos		
modo .....	14	
comandos .....	25	
comprimento		
comando .....	25	
ComprimentodoPrimeiroEixo		
comando .....	26	
ComprimentodoSegundoEixo		
comando .....	26	
cônica		
comando .....	31	
cônica definida por cinco pontos		
modo .....	14	
construction protocol		
export .....	36	
cor .....	8	
derivada		
comando .....	31	
diâmetro		
comando .....	30	
direção		
comando .....	28	
diretriz		
comando .....	30	
distância		
comando .....	26	
modo .....	15	
editar .....	8	
EixoPrincipal		
comando .....	30	
eixos		
comando .....	30	
Eixos		
Eixox, Eixoy .....	23	
EixoSecundário		
comando .....	30	
Eixox .....	23	
Eixoy .....	23	
elipse		
comando .....	31	
esconder .....	8	
estilo cópia visual		
modo .....	11	
estilo da reta .....	8	
estilo de ponto .....	38	
estilo visual		
cópia .....	11	
Excentricidade		

comando .....	26	modo .....	16
exibir .....	8	mediatriz	
exibir/esconder objeto		comando .....	30
modo .....	10	modo .....	13
exibir/esconder rótulo		menu contextual .....	8
modo .....	11	modificação de valores .....	21
expandir		mover	
polinômio.....	31	modo .....	10
espessura do traço .....	8	mover área de trabalho	
exportar .....	35	modo .....	10
extremo		movimentos .....	33
comando .....	33	novo ponto	
extremos		modo .....	11
comando .....	28	número	
foco		valor limite .....	22
comando .....	27	números.....	22
formatação do estilo de cópia visual.....	11	operações aritméticas.....	24
fórmulas em LATEX .....	18	parábola	
função		comando .....	31
comando .....	31	parâmetro	
limitada por um intervalo .....	24	comando .....	26
função de x .....	23	perpendicular	
funções trigonométricas.....	24	comando .....	30
girar em torno de um ponto		planilha dinâmica .....	36
modo .....	10, 17	polar	
hipérbole		comando .....	30
comando .....	31	polígono	
homotetia		comando .....	29
comando .....	34	modo .....	12
homotetia de um ponto por um fator		polinômio	
modo .....	17	comando .....	31
imagem		PolinômioDeTaylor	
extremo .....	33	comando .....	32
inserir .....	18	ponto	
posição.....	19	comando .....	27
imagem de fundo .....	19	lugar na reta, redefinir .....	9
imprimir		ponto médio	
área de trabalho .....	35	modo .....	12
protocolo de construção.....	35	PontoDeInflexão	
inclinação		comando .....	28
comando .....	26	pontomédio	
index .....	22	comando .....	27
integral		pontos e vetores .....	22
comando .....	26, 31	protocolo .....	9
indefinite.....	31	protocolo de construção .....	9
interseção		raio	
comando .....	28	comando .....	26
interseção de dois objetos		raiz	
modo .....	11	comando .....	28
lugar geométrico		redefinir.....	9
comando .....	33	reflexão	

comando .....	34	SetorCircular	
reflexão com relação a um ponto		comando .....	32
modo .....	16	SetorCircumcircular	
reflexão com relação a uma reta		comando .....	32
modo .....	17	simplificar	
relação		polinômio .....	31
comando .....	25	SomaInferior	
modo .....	10	comando .....	26
relação entre eixos .....	9	SomaSuperior	
renomear .....	8	comando .....	27
reta .....	23	sombreado .....	8
comando .....	29	square root .....	24
converter para segmento, redefinir .	9	tamanho .....	8
reta através de dois pontos		tangente	
modo .....	13	comando .....	30
reta polar ou diametral		tangentes	
modo .....	14	modo .....	13
retas paralelas		texto	
modo .....	13	modo .....	17
retas perpendiculares		traço .....	8
modo .....	13	transformações	
rotação		geométricas .....	33
comando .....	33	translação	
scalar product .....	24	comando .....	33
seção cônica .....	23	translação por um vetor	
segmento		modo .....	17
comando .....	29	transparência .....	19
redefinir .....	9	valor limite	
segmento com comprimento dado a		número, ângulo .....	22
partir de um ponto		vértice	
modo .....	12	comando .....	27
segmento entre dois pontos		vetor	
modo .....	12	comando .....	28
seletores		vetor a partir de um ponto	
modo .....	15	modo .....	12
semicírculo		vetor entre dois pontos	
comando .....	32	modo .....	12
semicírculo dados dois pontos		vetor perpendicular vector	
modo .....	14	comando .....	29
semi-reta		VetorPerpendicularUnitário	
comando .....	29	comando .....	29
semi-reta através de dois pontos		VetorUnitário	
modo .....	12	comando .....	29
setor		zoom .....	9
comando .....	33	zoom de afastamento	
setor circular dados o centro e dois		modo .....	10
pontos		zoom de aproximação	
modo .....	15	modo .....	10
setor circumcircular dados três pontos			
.....	15		