

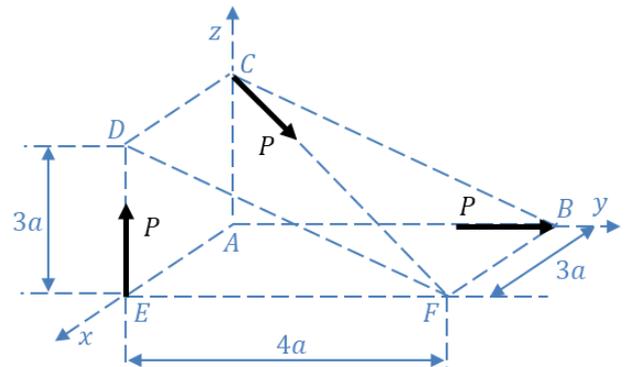


PME 3100 – MECÂNICA I (Reoferecimento) – Prova 1 – 3 de Maio de 2022

Duração da Prova: 110 minutos (Início: 18:00 – Término: 19:50)

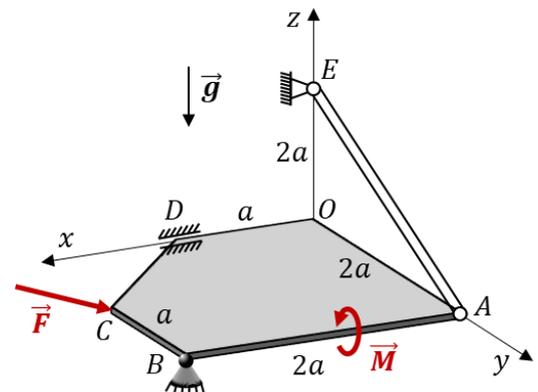
Não é permitido o uso de dispositivos eletrônicos.

1ª Questão (3,0 pontos). O prisma $ABCDEF$, de massa desprezível, está sujeito a 3 forças de módulo P , aplicadas aos vértices B , C e E , conforme ilustrado na figura. Pede-se:



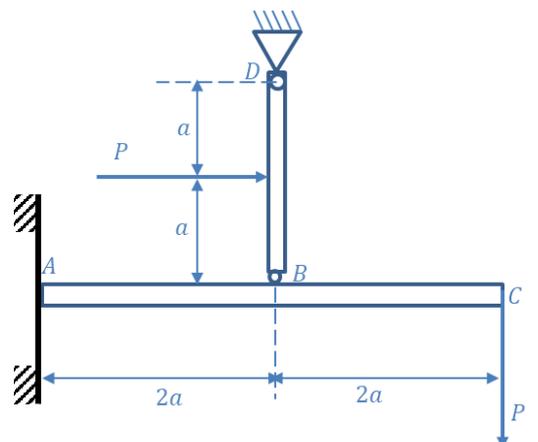
- A resultante do sistema de forças e o momento resultante no polo C .
- O momento resultante no eixo Ax .
- Verificar se o sistema é redutível a uma única força.
- Determinar o módulo do momento mínimo do sistema de forças.

2ª Questão (3,5 pontos). No sistema em equilíbrio mostrado na figura, a placa homogênea $OABCD$, de massa m , está no plano Oxy e tem seu movimento restrito pela articulação em B , pelo anel em D e pela barra AE . A barra se encontra no plano Oyz e tem peso desprezível. Sobre a placa atuam a força $(\vec{F}, C) = -F\hat{i} + F\hat{j}$, o peso $(\vec{P}, G) = -mg\hat{k}$ e o binário $\vec{M} = M\hat{i}$. Determinar:



- As coordenadas do centro de massa G da placa no sistema $Oxyz$.
- O diagrama de corpo livre da placa.
- As equações de equilíbrio da placa.
- Os esforços atuantes na barra AE .
- As reações vinculares em B e D .

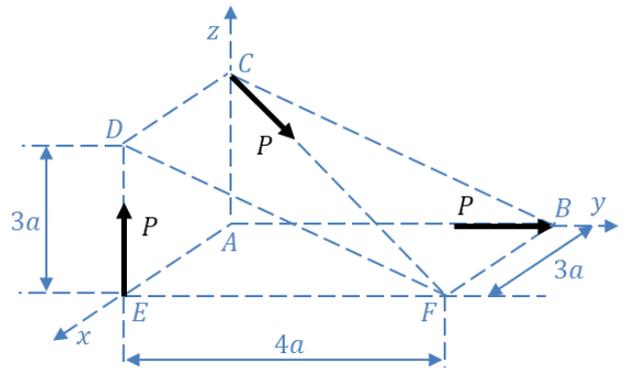
3ª Questão (3,5 pontos). O pórtico plano mostrado na figura é composto pelas barras de peso desprezível AC e BD , em que: (i) a barra AC é apoiada em A a uma superfície vertical rugosa e ligada à barra BD pela articulação B ; (ii) a barra BD é articulada em sua extremidade D e à barra AC . Para o carregamento dado e, considerando que o coeficiente de atrito no contato entre a extremidade A da barra AC e a parede vertical seja μ , pede-se:



- Desenhar os diagramas de corpo livre das barras AC e BD .
- As reações em A e em D .
- O valor mínimo de μ compatível com o equilíbrio estático.



1ª Questão (3,0 pontos). O prisma $ABCDEF$, de massa desprezível, está sujeito a 3 forças de módulo P , aplicadas aos vértices B , C e E , conforme ilustrado na figura. Pede-se:



- a) A resultante do sistema de forças e o momento resultante no polo C .
- b) O momento resultante no eixo Ax .
- c) Verificar se o sistema é redutível a uma única força.
- d) Determinar o módulo do momento mínimo do sistema de forças.

RESOLUÇÃO

a) A resultante do sistema de forças é:

$$\vec{R} = P\vec{j} + P\vec{k} + P \frac{(F - C)}{|F - C|} = P\vec{j} + P\vec{k} + P \frac{(F - E) + (E - A) + (A - C)}{|(F - E) + (E - A) + (A - C)|}$$

ou seja,

$$\vec{R} = P\vec{j} + P\vec{k} + P \frac{4a\vec{j} - 3a\vec{k} + 3a\vec{i}}{|4a\vec{j} - 3a\vec{k} + 3a\vec{i}|} = P\vec{j} + P\vec{k} + P \frac{4a\vec{j} - 3a\vec{k} + 3a\vec{i}}{\sqrt{34}a}$$
$$\Rightarrow \vec{R} = \frac{3}{\sqrt{34}}P\vec{i} + \left(1 + \frac{4}{\sqrt{34}}\right)P\vec{j} + \left(1 - \frac{3}{\sqrt{34}}\right)P\vec{k} \quad (0,5 \text{ ponto})$$

O momento resultante no polo C é:

$$\vec{M}_C = -P \cdot 3a\vec{j} + P \cdot 3a\vec{i} \quad (0,5 \text{ ponto})$$

b) Notemos que as forças aplicadas em E e em B produzem momento nulo no eixo Ax e que as componentes x e z da força aplicada em C também geram momentos nulos em Ax . Portanto, apenas a componente y da força aplicada em C produz torque não nulo em Ax , ou seja:

$$M_{Ax} = -\frac{4P}{\sqrt{34}}3a = -\frac{12}{\sqrt{34}}Pa \quad (0,5 \text{ ponto})$$

c) O invariante escalar do sistema de forças é:

$$I = \vec{M}_C \cdot \vec{R} = (-P \cdot 3a\vec{j} + P \cdot 3a\vec{i}) \cdot \left[\frac{3}{\sqrt{34}}P\vec{i} + \left(1 + \frac{4}{\sqrt{34}}\right)P\vec{j} + \left(1 - \frac{3}{\sqrt{34}}\right)P\vec{k} \right]$$
$$\Rightarrow I = \left(\frac{9}{\sqrt{34}} - 3 - \frac{12}{\sqrt{34}} \right) P^2 a = -3 \left(1 + \frac{3}{\sqrt{34}} \right) P^2 a$$

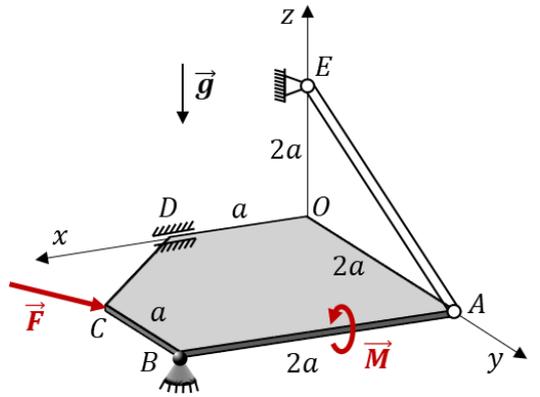
Conclui-se, portanto, que o sistema dado não é redutível a uma única força. (1,0 ponto)

d) O momento mínimo desse sistema de forças é dado por:

$$|\vec{M}_{min}| = \frac{|I|}{|\vec{R}|} = \frac{3 \left(1 + \frac{3}{\sqrt{34}} \right) Pa}{\sqrt{\frac{9}{34} + \left(1 + \frac{4}{\sqrt{34}} \right)^2 + \left(1 - \frac{4}{\sqrt{34}} \right)^2}} = \frac{3(3 + \sqrt{34})Pa}{\sqrt{109}} \quad (0,5 \text{ ponto})$$



2ª Questão (3,5 pontos). No sistema em equilíbrio mostrado na figura, a placa homogênea $OABCD$, de massa m , está no plano Oxy e tem seu movimento restrito pela articulação em B , pelo anel em D e pela barra AE . A barra se encontra no plano Oyz e tem peso desprezível. Sobre a placa atuam a força $(\vec{F}, C) = -F\hat{i} + F\hat{j}$, o peso $(\vec{P}, G) = -mg\hat{k}$ e o binário $\vec{M} = M\hat{i}$. Determinar:



- As coordenadas do centro de massa G da placa no sistema $Oxyz$.
- O diagrama de corpo livre da placa.
- As equações de equilíbrio da placa.
- Os esforços atuantes na barra AE .
- As reações vinculares em B e D .

RESOLUÇÃO

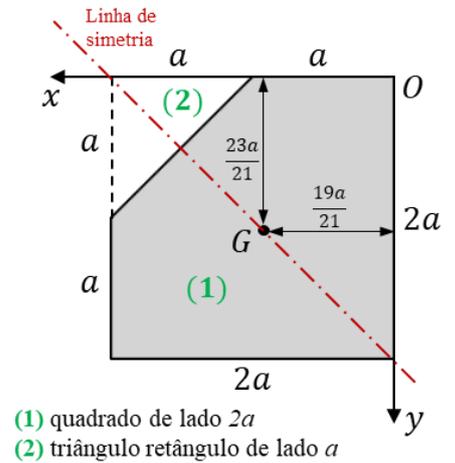
a) Placa no plano Oxy , portanto: $z_G = 0$. **(0,1 ponto)**
 Como a placa é homogênea, tem-se (veja figura ao lado):

$$A_{total}x_G = \sum_{i=1}^n A_i x_{G_i} \Rightarrow (A_1 - A_2)x_G = A_1 x_{G_1} - A_2 x_{G_2}$$

$$\left(4a^2 - \frac{a^2}{2}\right)x_G = 4a^2 a - \frac{a^2}{2}\left(2a - \frac{a}{3}\right) \Rightarrow x_G = \frac{19a}{21} \quad \text{(0,2 ponto)}$$

$$A_{total}y_G = \sum_{i=1}^n A_i y_{G_i} \Rightarrow (A_1 - A_2)y_G = A_1 y_{G_1} - A_2 y_{G_2}$$

$$\left(4a^2 - \frac{a^2}{2}\right)y_G = 4a^2 a - \frac{a^2}{2}\left(\frac{a}{3}\right) \Rightarrow y_G = \frac{23a}{21} \quad \text{(0,2 ponto)}$$

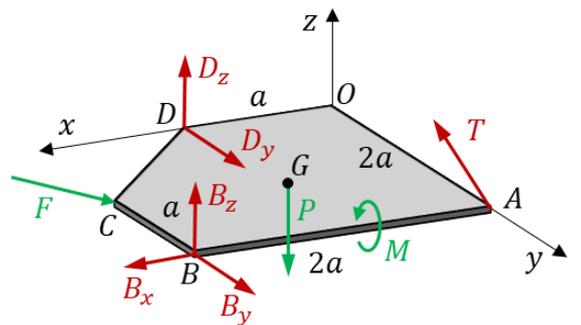


b) Veja o DCL da plana na figura ao lado. **(1,0 ponto)**

c) Equações de equilíbrio da placa:

$$\vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} R_x = 0 \Rightarrow B_x - F = 0 \\ R_y = 0 \Rightarrow B_y + D_y + F - \frac{T\sqrt{2}}{2} = 0 \\ R_z = 0 \Rightarrow B_z + D_z - mg + \frac{T\sqrt{2}}{2} = 0 \end{cases} \quad \text{(0,5 ponto)}$$

$$\vec{M}_B = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} M_{B_x} = 0 \Rightarrow -2aD_z + \frac{19mga}{21} + M = 0 \\ M_{B_y} = 0 \Rightarrow aD_z - \frac{23mga}{21} + \sqrt{2}aT = 0 \\ M_{B_z} = 0 \Rightarrow -aD_y - aF + \sqrt{2}aT = 0 \end{cases} \quad \text{(0,5 ponto)}$$



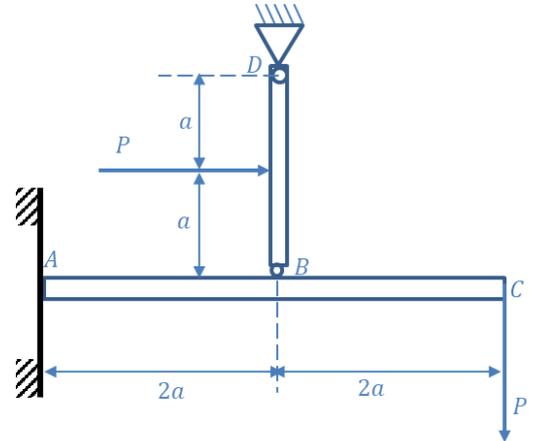
d-e) Resolvendo o sistema linear de equações para as variáveis $(B_x, B_y, B_z, D_y, D_z, T)$, obtêm-se:

$$B_x = F \quad \text{(0,1)} \quad B_z = \frac{19mga - 21M}{84a} \quad \text{(0,1)} \quad D_z = \frac{19mga + 21M}{42a} \quad \text{(0,1)}$$

$$B_y = \frac{7M - 9mga}{28a} \quad \text{(0,1)} \quad D_y = \frac{9mga - 14aF - 7M}{14a} \quad \text{(0,1)} \quad T = \frac{\sqrt{2}(9mga - 7M)}{28a} \quad \text{(0,5)}$$



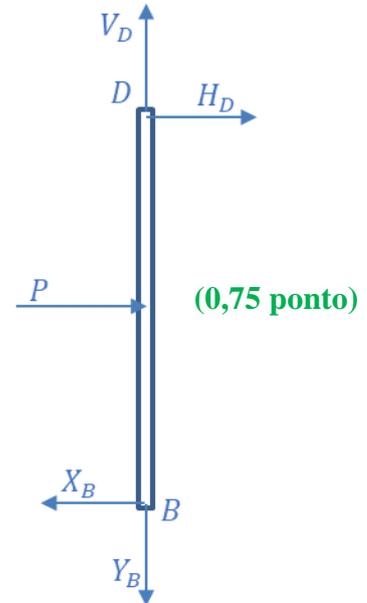
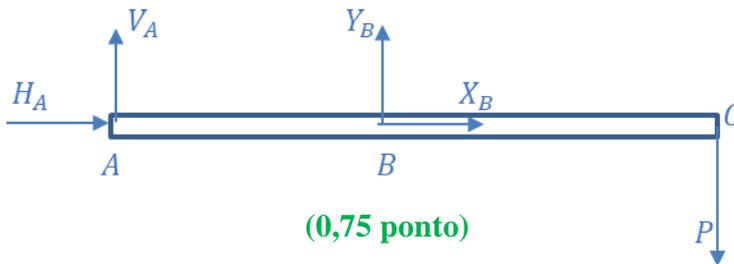
3ª Questão (3,5 pontos). O pórtico plano mostrado na figura é composto pelas barras de peso desprezível AC e BD , em que: (i) a barra AC é apoiada em A a uma superfície vertical rugosa e ligada à barra BD pela articulação B ; (ii) a barra BD é articulada em sua extremidade D e à barra AC . Para o carregamento dado e, considerando que o coeficiente de atrito no contato entre a extremidade A da barra AC e a parede vertical seja μ , pede-se:



- Desenhar os diagramas de corpo livre das barras AC e BD .
- As reações em A e em D .
- O valor mínimo de μ compatível com o equilíbrio estático.

RESOLUÇÃO

a) Abaixo apresentam-se os diagramas de corpo livre das barras AC e BD :



b) As equações de equilíbrio são dadas por:

$$(0,5 \text{ ponto}) \quad \begin{cases} H_A + X_B = 0 \\ V_A + Y_B - P = 0 \\ Y_B 2a - P 4a = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} H_D - X_B + P = 0 \\ V_D - Y_B = 0 \\ P a - X_B 2a = 0 \end{cases} \quad (0,5 \text{ ponto})$$

Resolvendo-se esse sistema de 6 equações e 6 incógnitas, obtêm-se:

$$H_A = -\frac{P}{2} \quad V_A = -P \quad H_D = -\frac{P}{2} \quad V_D = 2P \quad X_B = \frac{P}{2} \quad Y_B = 2P \quad (0,5 \text{ ponto})$$

c) A força de atrito agente no contato A da barra AC com a parede vertical é dada por:

$$F_{at} = V_A = \mu H_A$$

Logo, o valor mínimo de μ compatível com o equilíbrio é:

$$\mu = \frac{V_A}{H_A} = \frac{P}{P/2} = 2 \quad (0,5 \text{ ponto})$$