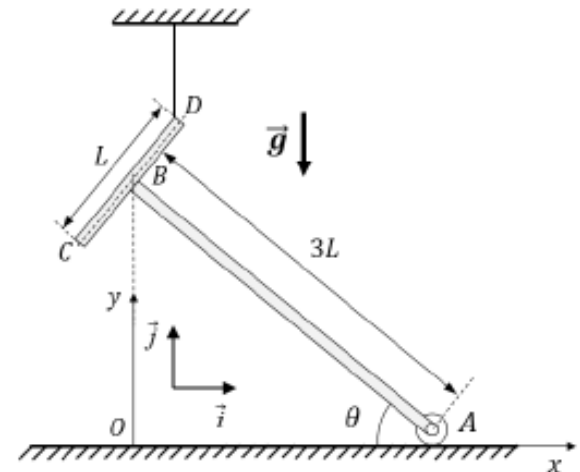




Questão 1

Questão 1 (3,5 pontos). A peça $ABCD$ em forma de “T” mostrada na figura é composta por duas barras delgadas e homogêneas AB e CD , soldadas uma à outra. A barra AB tem comprimento $3L$ e massa $3m$, e a barra CD tem comprimento L e massa m . A peça é vinculada em A a um rolete, de massa desprezível, que se desloca sem atrito sobre o plano horizontal. A peça é mantida suspensa e em repouso por meio de um fio conectado em D . Repentinamente, esse fio se rompe e a peça passa a mover-se livremente no plano Oxy . Para o instante imediatamente posterior ao rompimento do fio e utilizando o sistema de coordenadas $Oxyz$ de versores $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, pede-se:

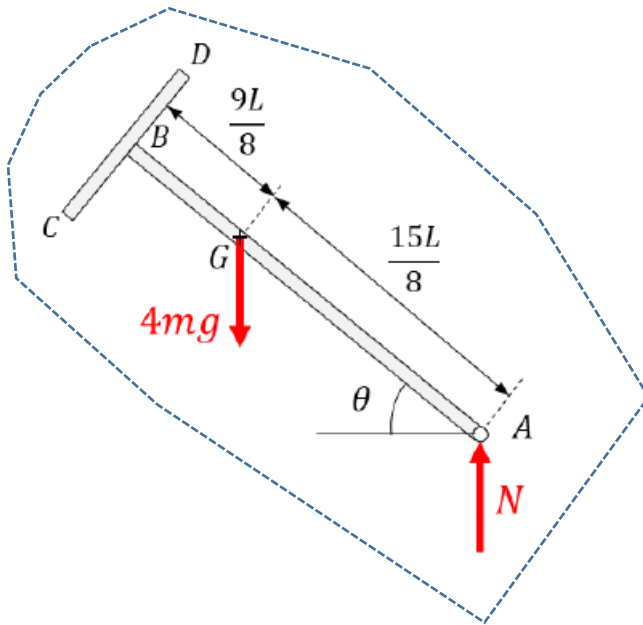


- O diagrama de corpo livre da peça $ABCD$.
- As coordenadas do centro de massa e o momento de inércia J_{Gz} da peça $ABCD$.
- A aceleração do centro de massa da peça $ABCD$.
- A aceleração angular $\vec{\omega}$ da peça $ABCD$.
- A força de reação no rolete A .



Questão 1 (continuação)

DCL



$$|(G - B)| = \frac{m \cdot 0 + 3m \cdot 3L/2}{m + 3m} = \frac{9L}{8}$$

$$(G - O) = \left(\frac{9L}{8} \cos \theta \right) \vec{i} + \left(\frac{15L}{8} \sin \theta \right) \vec{j}$$

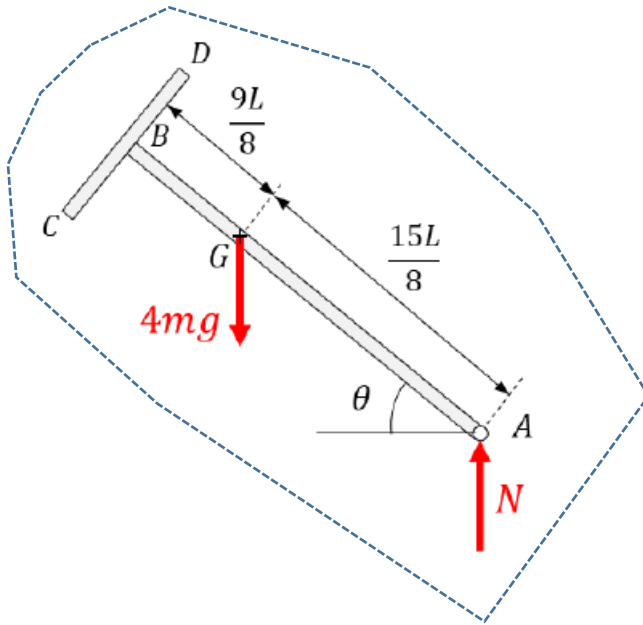
$$J_{z_G} = \left[\frac{mL^2}{12} + m \left(\frac{9L}{8} \right)^2 \right] + \left[\frac{3m(3L)^2}{12} + 3m \left(\frac{3L}{2} - \frac{9L}{8} \right)^2 \right]$$

$$J_{z_G} = \frac{193mL^2}{48}$$



Questão 1 (continuação)

DCL

Aplicando o TMA: $\dot{\vec{H}}_G = \vec{M}_G$

$$J_{z_G} \dot{\omega} \vec{k} = N \frac{15L}{8} \cos\theta \vec{k}$$

$$\Rightarrow \dot{\omega} = N \frac{15L}{J_{z_G}} \cos\theta \Rightarrow \dot{\omega} = N \frac{965}{128mL} \cos\theta \quad (1)$$

Aplicando o TMB: $m\vec{a}_G = \vec{R}_{ext}$

$$m\vec{a}_G = (N - 4mg)\vec{j}$$

$$\vec{a}_G = \vec{a}_A + \vec{\omega} \wedge (G - A) + \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (G - A)]$$

$$\vec{a}_G = a_A \vec{i} + \dot{\omega} \vec{k} \wedge \frac{15L}{8} (-\cos\theta \vec{i} + \sin\theta \vec{j}) + \vec{0} \wedge [\vec{0} \wedge (G - A)]$$

$$\vec{a}_G = \left(a_A - \frac{15L}{8} \dot{\omega} \sin\theta \right) \vec{i} - \left(\frac{15L}{8} \dot{\omega} \cos\theta \right) \vec{j}$$

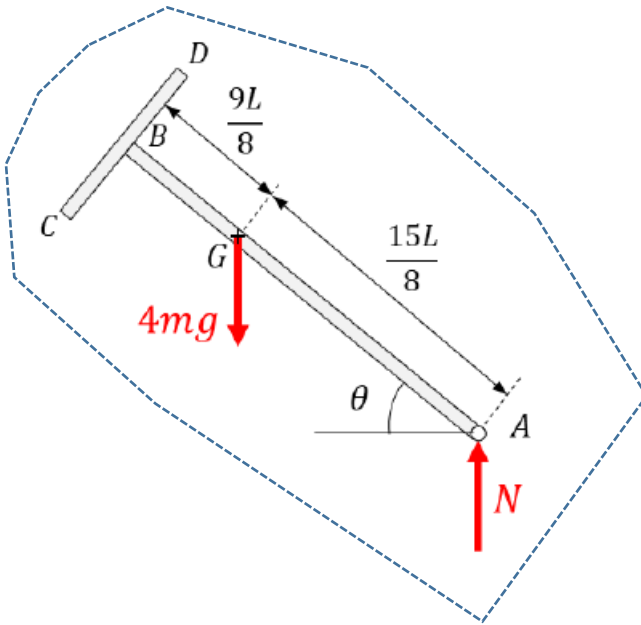
$$\begin{cases} 4m \left(a_A - \frac{15L}{8} \dot{\omega} \sin\theta \right) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} -4m \left(\frac{15L}{8} \dot{\omega} \cos\theta \right) = N - 4mg \end{cases} \quad (3)$$



Questão 1 (continuação)

DCL



3 equações e 3 incógnitas: $\dot{\omega}$, a_A e N

Resolvendo:

$$\dot{\omega} = \left(\frac{360 \cos \theta}{193 + 675 \cos^2 \theta} \right) \frac{g}{L}$$

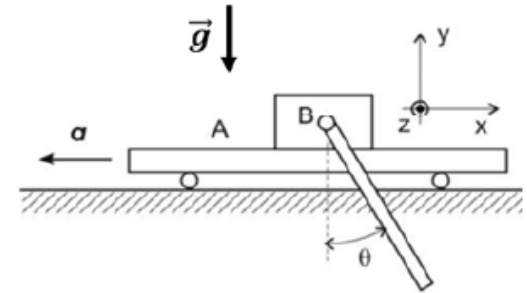
$$N = \left(\frac{772}{193 + 675 \cos^2 \theta} \right) mg$$

$$a_A = \left(\frac{675 \cos \theta \sin \theta}{193 + 675 \cos^2 \theta} \right) g$$



Questão 2

Questão 2 (3,5 pontos). A plataforma A , de massa desprezível, mostrada na figura, se desloca para a esquerda com uma aceleração a constante. Sobre a plataforma, apoia-se um bloco B de massa m . Ao bloco, por sua vez, está articulada uma barra de comprimento L e massa m . Sabendo que o coeficiente de atrito entre o bloco e a plataforma é μ , pede-se:

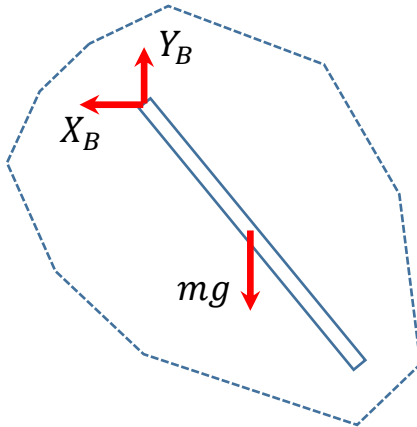
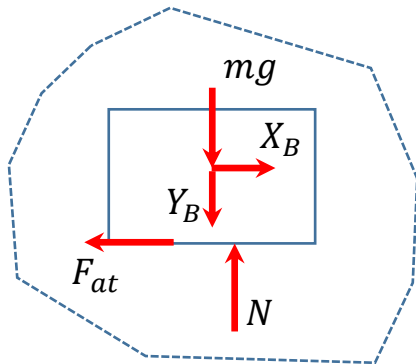


- Os diagramas de corpo livre do bloco e da barra.
- A aceleração a necessária para manter a barra em um dado ângulo θ constante.
- As forças na extremidade B da barra.
- O valor máximo de a para o qual o bloco não escorrega.



Questão 2 (continuação)

DCLs

Aplicando o TMB à barra: $m\vec{a}_G = \vec{R}_{ext}$

$$m(-a)\vec{i} = -X_B\vec{i} + (Y_B - mg)\vec{j}$$

$$\begin{cases} -ma = -X_B \\ 0 = Y_B - mg \end{cases}$$

$$X_B = ma$$

$$Y_B = mg$$

Aplicando o TMB ao bloco: $m\vec{a}_G = \vec{R}_{ext}$

$$m(-a)\vec{i} = (X_B - F_{at})\vec{i} + (N - Y_B - mg)\vec{j}$$

$$\begin{cases} -ma = X_B - F_{at} \\ 0 = N - Y_B - mg \end{cases}$$

$$F_{at} = 2ma$$

$$N = 2mg$$

Aplicando o TMA à barra: $\vec{H}_G = \vec{M}_G$

$$\vec{0} = \left(X_B \frac{L}{2} \cos\theta - Y_B \frac{L}{2} \sin\theta \right) \vec{k}$$

$$a \cos\theta = g \sin\theta \Rightarrow a = g \tan\theta$$

Lei de Coulomb no contato:

$$F_{at} \leq \mu N$$

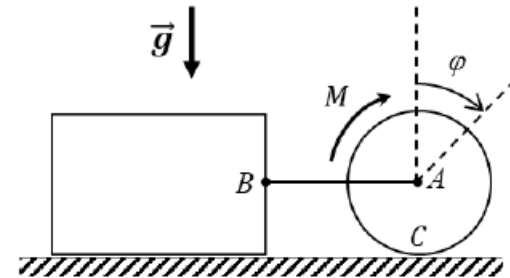
$$a \leq \mu g$$



Questão 3

Questão 3 (3,0 pontos). Um disco de centro A , massa m e raio R , é ligado a um bloco B de massa $4m$ através de uma barra AB , de massa desprezível. O sistema parte do repouso ($\varphi(0) = 0$ e $\dot{\varphi}(0) = 0$) sob a ação de um binário M constante. Sabendo que o coeficiente de atrito nos contatos é μ e que o disco rola sem escorregar, pede-se:

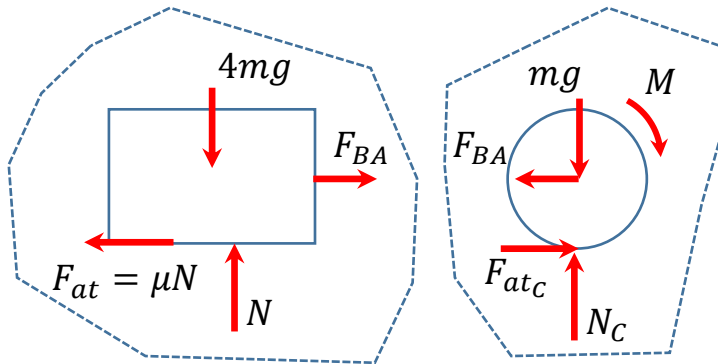
- a) A expressão da energia cinética do sistema em função da velocidade angular $\dot{\varphi}$ do disco.
- b) A trabalho realizado pelos esforços atuantes no sistema, em função de φ .
- c) A velocidade e a aceleração angulares do disco.
- d) A força na barra e as componentes da força de contato em C .





Questão 3 (continuação)

DCLs



$$T = T_{bloco} + T_{disco}$$

$$T = \frac{1}{2} 4m v_{bloco}^2 + \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} J_{z_A} \dot{\phi}^2$$

$$v_{bloco} = v_A = \dot{\phi} R$$

$$T = \frac{5}{2} m \dot{\phi} R^2 + \frac{1}{2} \frac{m R^2}{2} \dot{\phi}^2 \Rightarrow T = \frac{11mR^2}{4} \dot{\phi}^2$$

$$\tau = M\phi - \mu N \phi R$$

Aplicando o TMB ao bloco: $4m\vec{a}_G = \vec{R}_{ext}$

$$4ma\vec{l} = (F_{AB} - \mu N)\vec{l} + (N - mg)\vec{j}$$

$$\begin{cases} 4ma = F_{AB} - \mu N \\ 0 = N - 4mg \end{cases} \quad N = 4mg$$

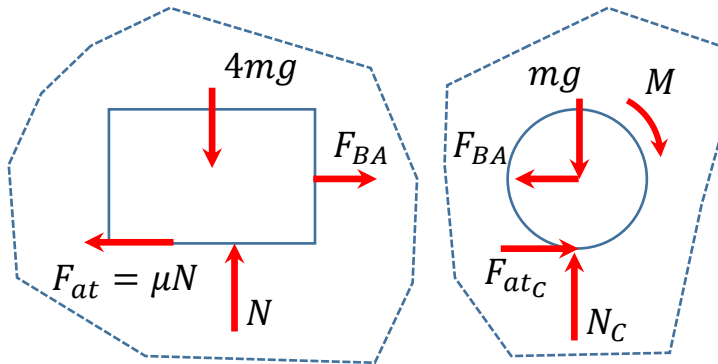
(1)

$$\Rightarrow \tau = M\phi - 4\mu mg\phi R$$



Questão 3 (continuação)

DCLs



$$T = \frac{11mR^2}{4} \dot{\varphi}^2$$

$$\tau = M\varphi - 4\mu mg\varphi R$$

Aplicando o TEC ao sistema: $\Delta T = \tau^{ext} + \tau^{int}$

$$\frac{11mR^2}{4} \dot{\varphi}^2 = M\varphi - 4\mu mg\varphi R$$

$$\dot{\varphi}^2 = \left(\frac{4M - 16\mu mgR}{11mR^2} \right) \varphi$$

$$\dot{\varphi} = \frac{2}{R} \sqrt{\frac{(M - 4\mu mgR)\varphi}{11m}}$$

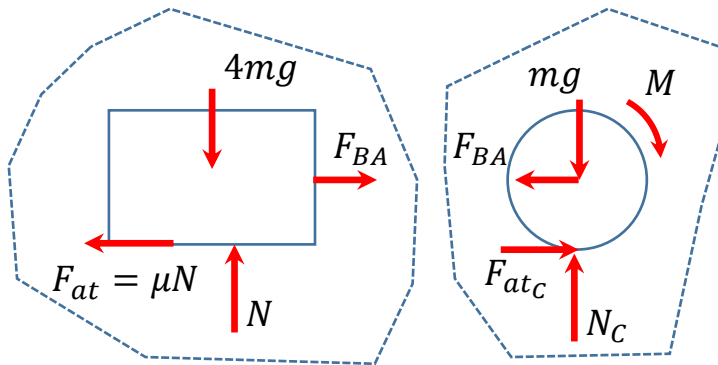
Derivando em relação ao tempo:

$$\ddot{\varphi} = \frac{2M - 8\mu mgR}{11mR^2}$$



Questão 3 (continuação)

DCLs



Da equação (1) (TMB no bloco): $4ma = F_{AB} - \mu N$

$$v_{bloco} = \dot{\phi} R$$

$$a_{bloco} = a = \ddot{\phi} R$$

$$4m \left(\frac{2M - 8\mu mg R}{11mR} \right) = F_{AB} - 4\mu mg$$

$$F_{AB} = \frac{8M}{11R} + \frac{12}{11} \mu mg$$

Aplicando o TMB ao disco: $m\vec{a}_A = \vec{R}_{ext}$

$$ma\vec{i} = (F_{at_C} - F_{AB})\vec{i} + (N_C - mg)\vec{j}$$

$$\begin{cases} ma = F_{at_C} - F_{AB} \\ 0 = N_C - mg \end{cases}$$

$$F_{at_C} = \frac{10M}{11R} + \frac{4}{11} \mu mg$$

$$N_C = mg$$