

Física III 2022 (IQ) – Aula 28

Objetivos de aprendizagem

- Reconhecer a inconsistência entre a conservação da carga (equação de continuidade) e a Lei de Ampère
- Reconhecer a limitação da Lei de Ampere em determinadas situações
- Reconhecer a modificação da Lei de Ampère com a introdução do Termo de Maxwell relativo à variação do campo elétrico
- Obter a equação de continuidade a partir das Leis de Maxwell
- Determinar o campo magnético induzido pela variação do campo elétrico em uma região do espaço, como entre as placas de um capacitor.

Inconsistência entre a Lei de Ampère e a Equação de continuidade

Lei de Ampère na forma diferencial: $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$

Equação de continuidade, ou conservação da carga elétrica: $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

Identidade matemática: $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = 0$ (verificar)

Aplicando à L. Ampère: $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \mu_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$

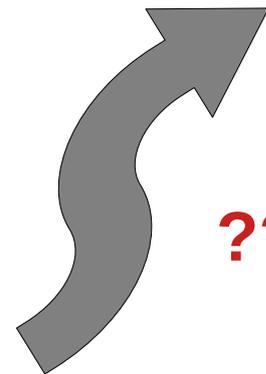
Inconsistência entre a Lei de Ampère e a Equação de continuidade

Lei de Ampère na forma diferencial: $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$

Equação de continuidade, ou conservação da carga elétrica: $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

Identidade matemática: $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = 0$ (verificar)

Aplicando à L. Ampère: $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \mu_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$

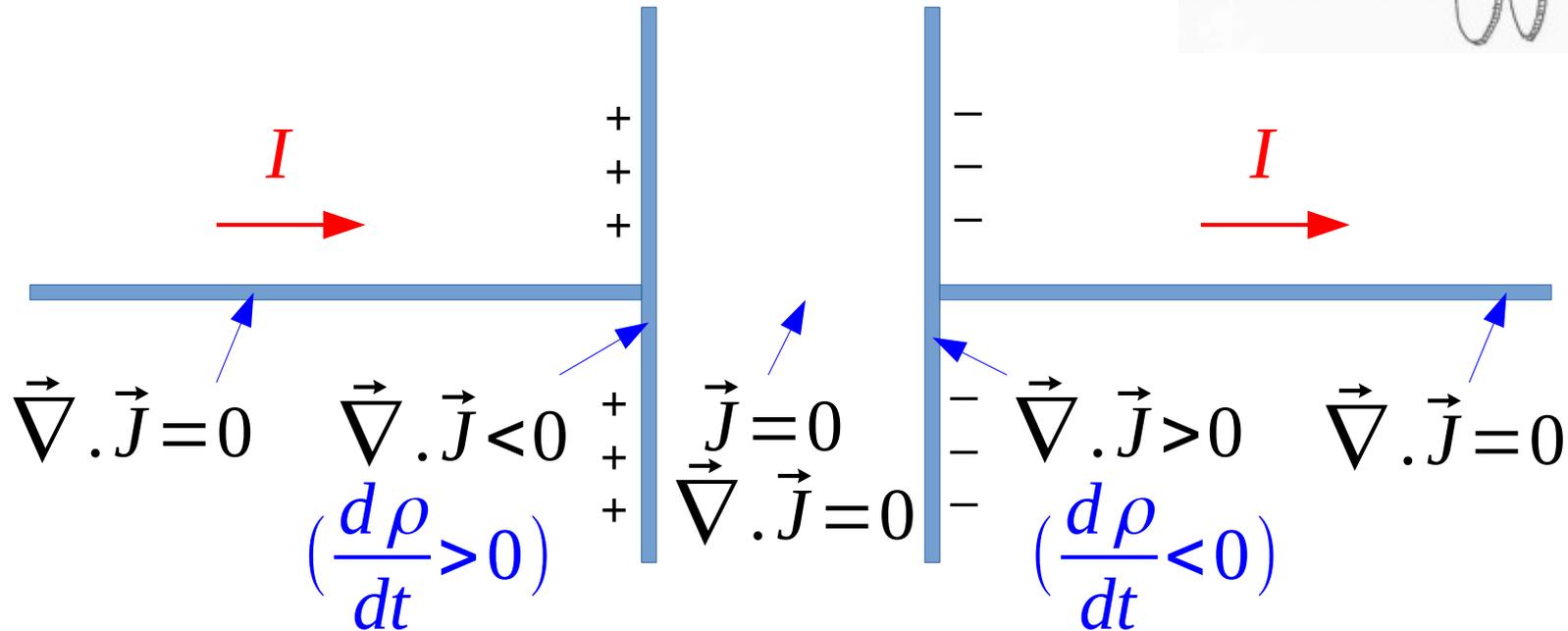
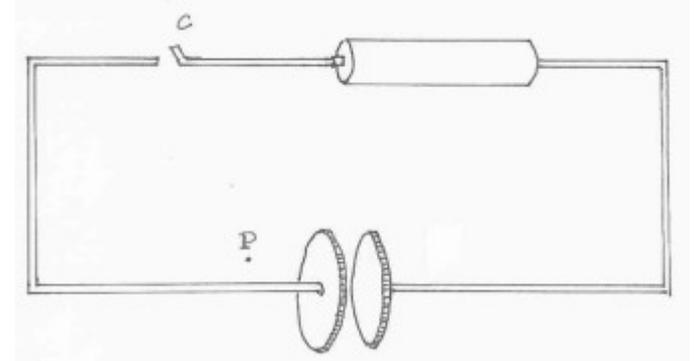


????

Como interpretar isso?

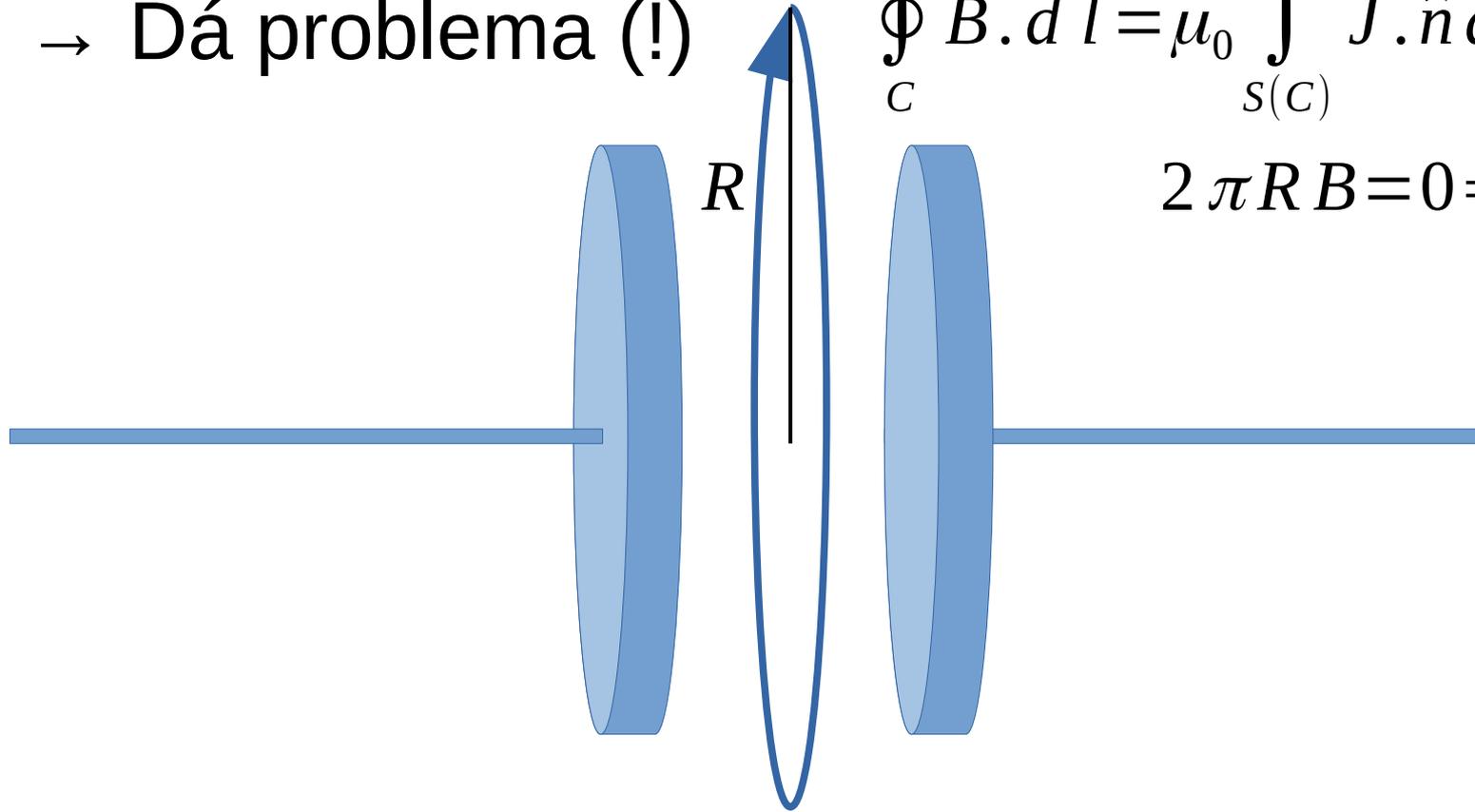
Exemplo em que a densidade de carga varia no tempo

- Capacitor sendo carregado



Lei de Ampère na região do capacitor

- → Dá problema (!) $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_{S(C)} \vec{J} \cdot \hat{n} dS = \mu_0 I_{\text{int}} = 0$

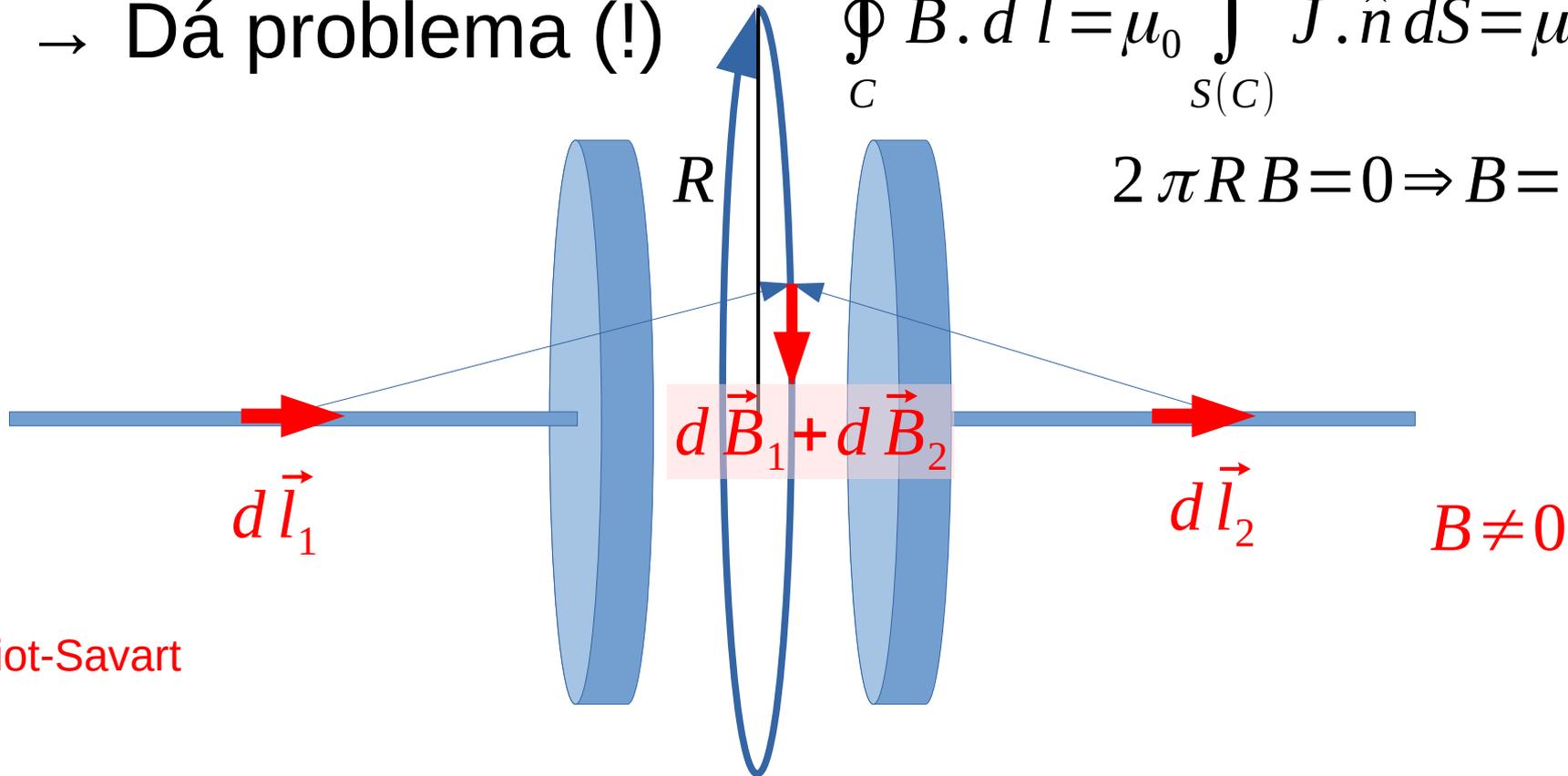


$$2 \pi R B = 0 \Rightarrow B = 0$$

Lei de Ampère na região do capacitor

- Dá problema (!) $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_{s(C)} \vec{J} \cdot \hat{n} dS = \mu_0 I_{\text{int}} = 0$

$$2\pi R B = 0 \Rightarrow B = 0 \quad ??$$



Biot-Savart

Como salvar a lei de Ampère

- Adicionar o Termo de Maxwell

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Lei de Gauss

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Aplicando o divergente dos dois lados:

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \mu_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial (\vec{\nabla} \cdot \vec{E})}{\partial t} = \mu_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \mu_0 \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{Ou:} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad \text{Eq. Cont.}$$

Obs.:

Lei de Ampère-Maxwell: $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Lei de Gauss: $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

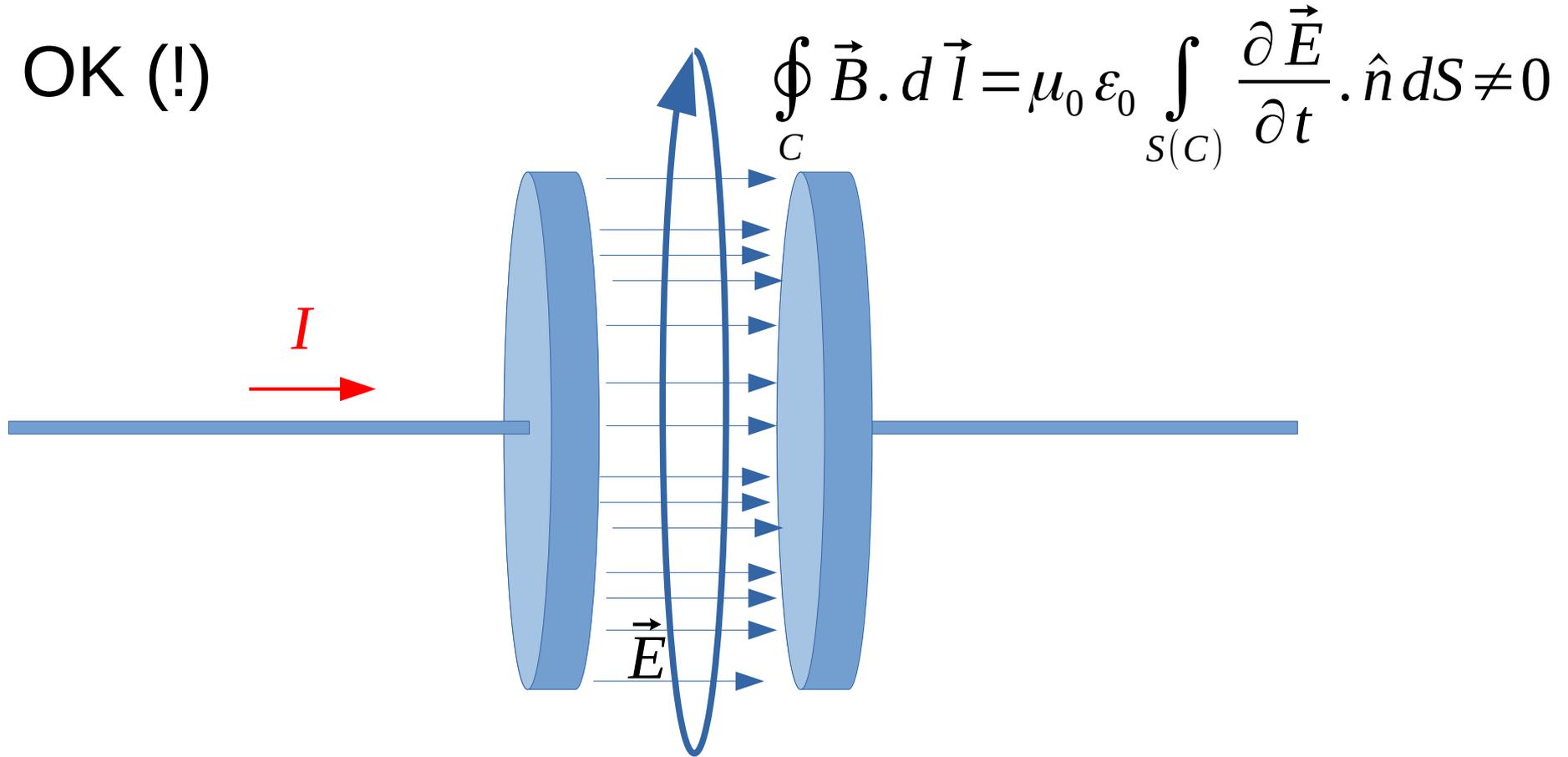
$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

Eq. Cont.

As leis de Maxwell permitem DEDUZIR a equação de continuidade

Lei de Ampère na região do capacitor

- OK (!)



Exemplo 1

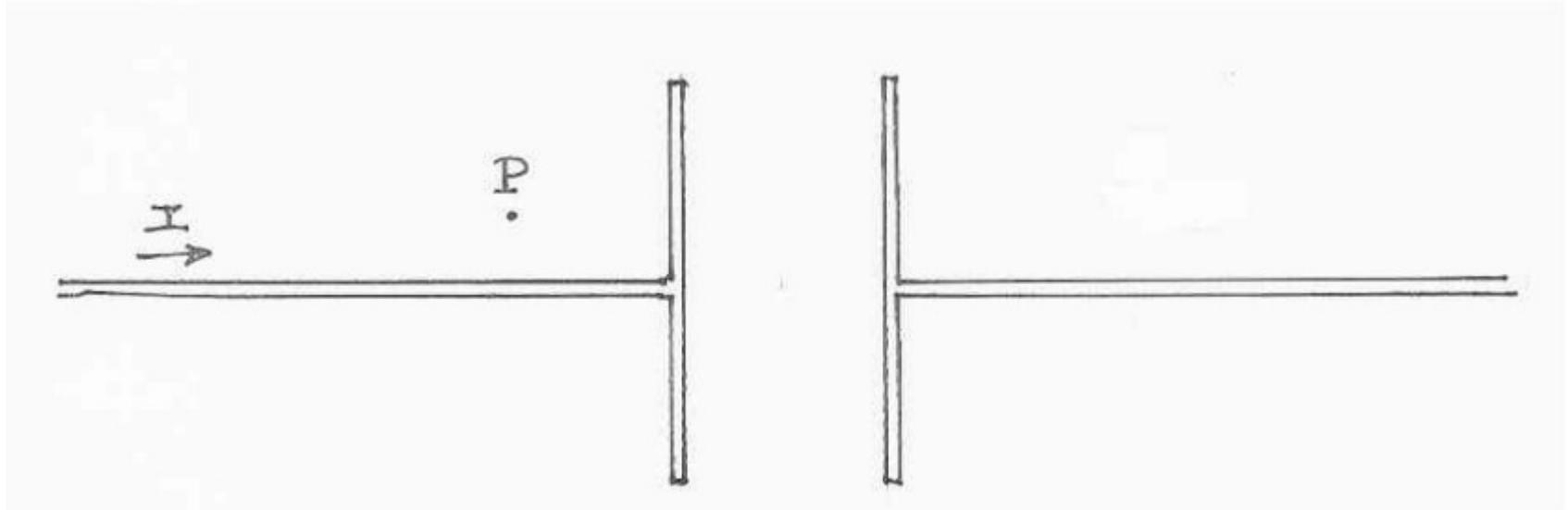
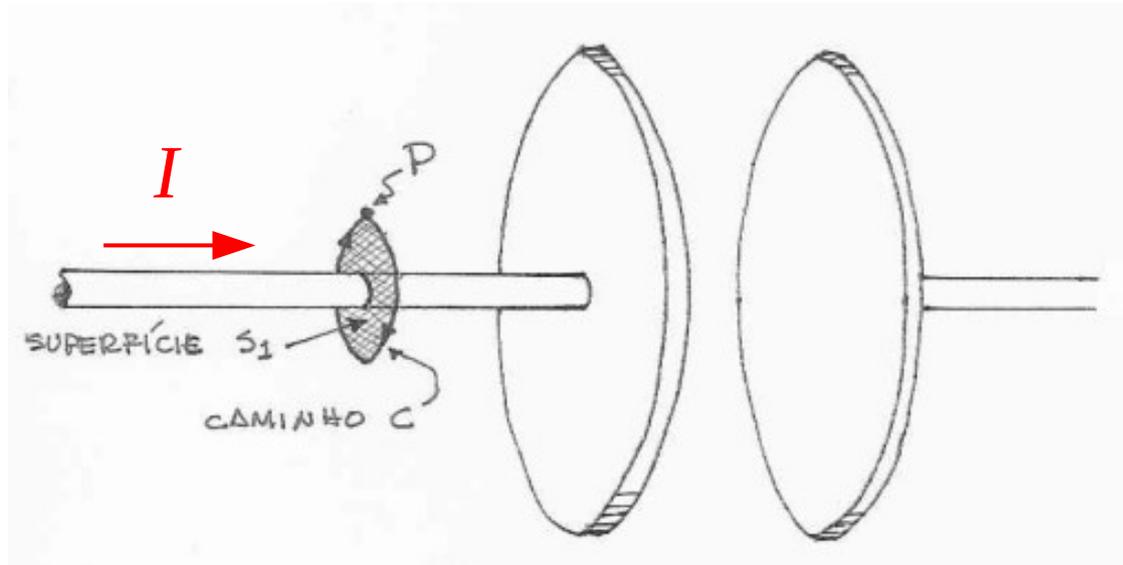


Figura 39.2: Estamos interessados em calcular o campo \vec{B} no ponto P

Caminho da integral de linha

- Perto do fio: linhas de campo B aproximadamente circulares

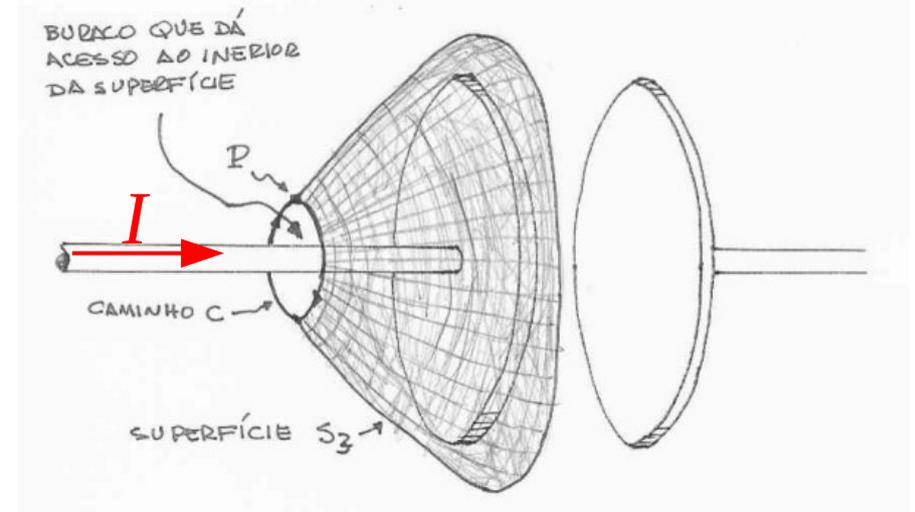
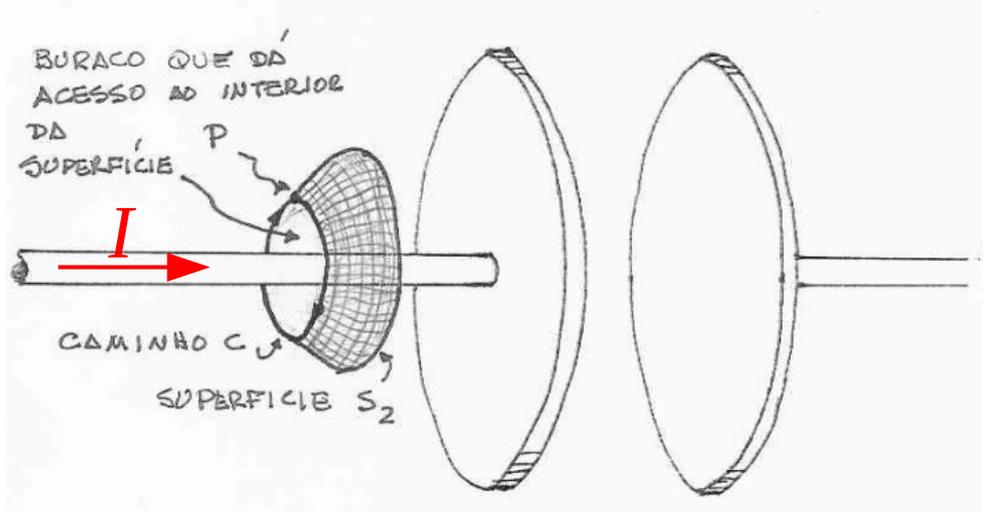


$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_{S_1(C)} \vec{J} \cdot \hat{n} dS = \mu_0 I \approx 2\pi r B$$

$$B \approx \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Superfície limitada por C

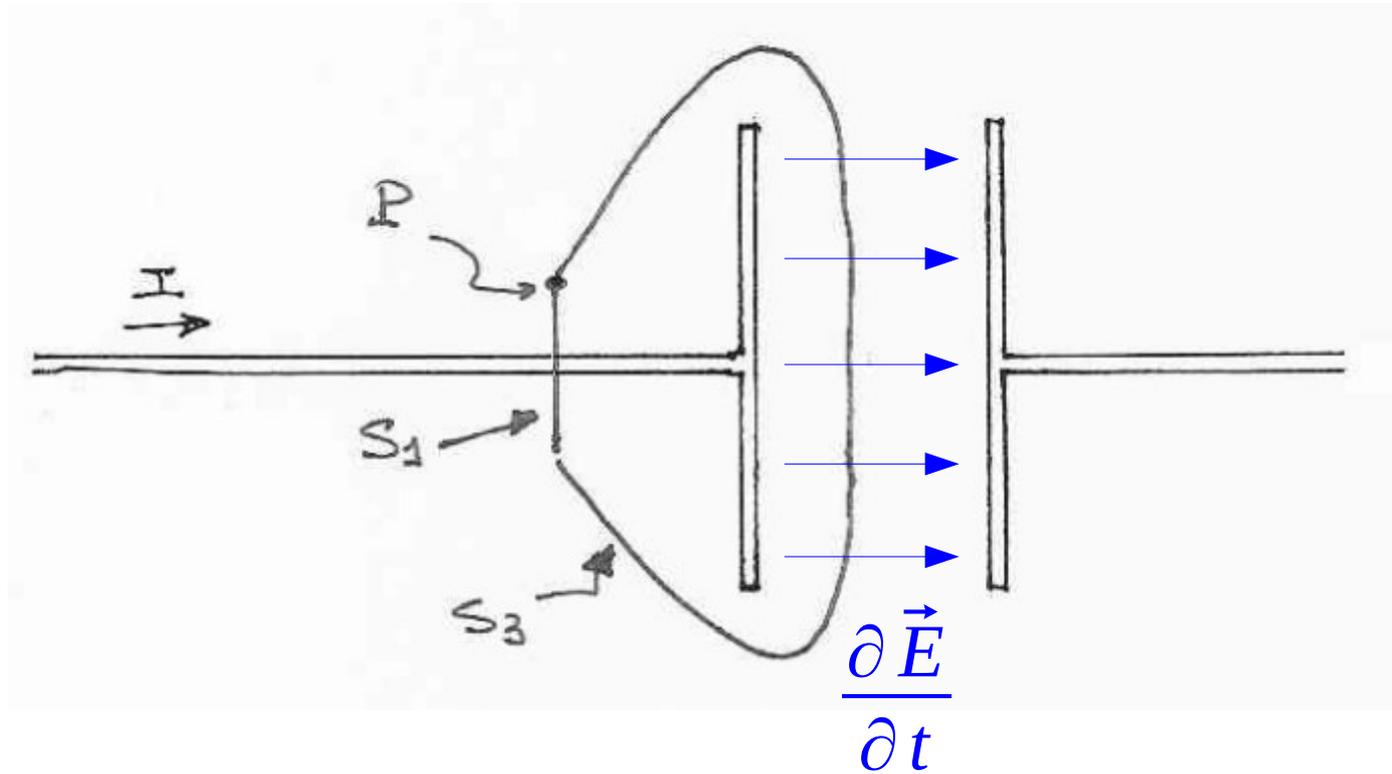
- Equivalente a qualquer outra, pelo T. Stokes



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_{S_2(C)} \vec{J} \cdot \hat{n} dS = \mu_0 I$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_{S_3(C)} \vec{J} \cdot \hat{n} dS = 0$$

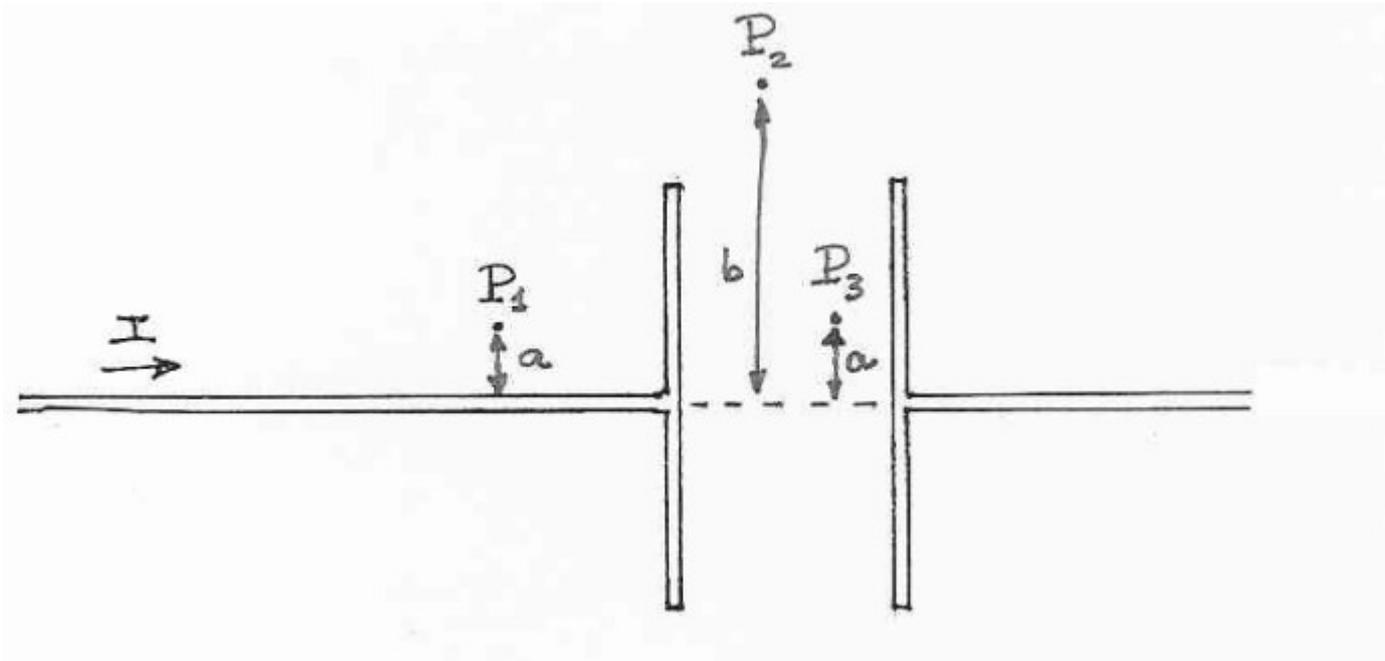
Salvos pelo termo de Maxwell



Conferir o resultado

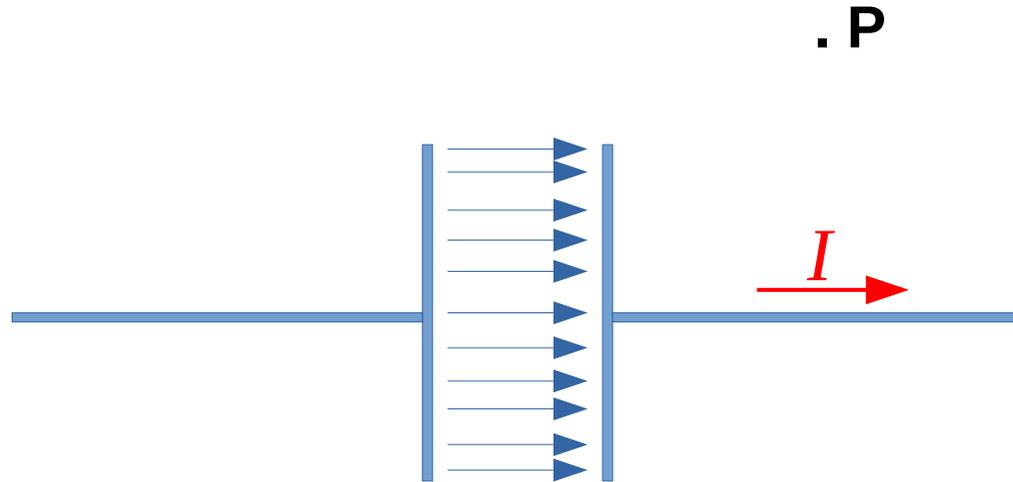
Exemplo 2

- Campo magnético induzido no interior do capacitor pelo campo elétrico variável



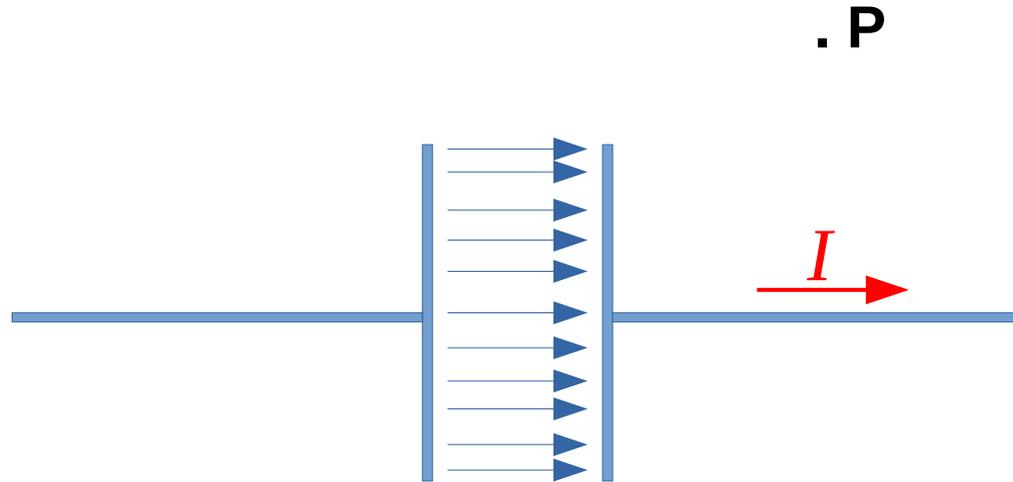
Perguntas

- Há contribuição para o campo magnético fora da região entre as placas (P) devida à variação do campo elétrico entre as placas?



Perguntas

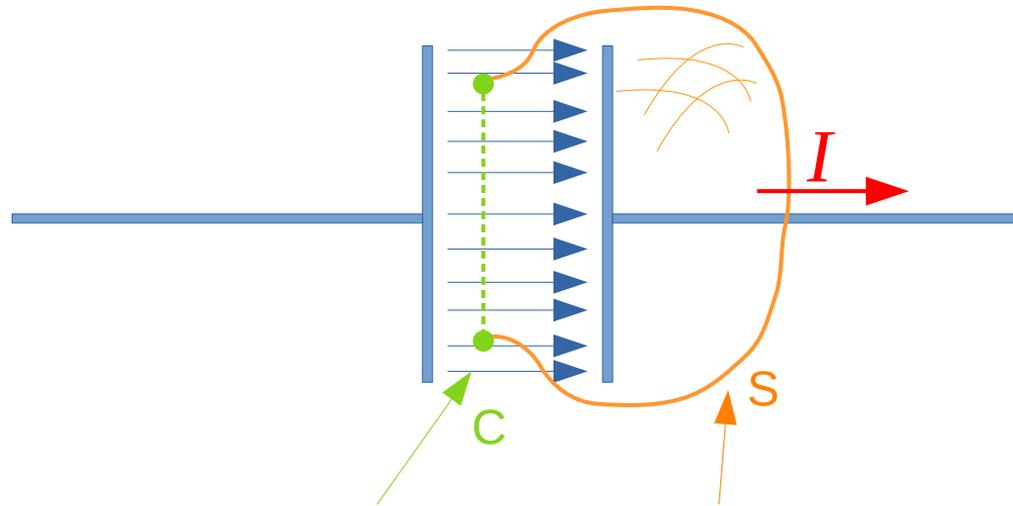
- Há contribuição para o campo magnético fora da região entre as placas (P) devida à variação do campo elétrico entre as placas?



“Biot-Savart”

Perguntas

- Superfície passando por fora do capacitor:



Podemos dizer que: $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_{S(C)} \vec{J} \cdot \hat{n} dS = \mu_0 I$?