



*Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica*

PME-3210 - Mecânica dos Sólidos I

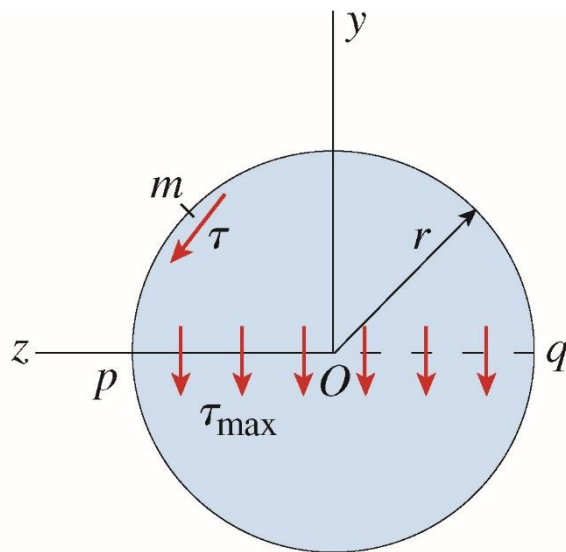
Aula #22

Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

01/07/22



5.9 Tensões de cisalhamento em vigas de seção transversal circular



- Não podemos mais assumir que as tensões de cisalhamento atuem paralelamente ao eixo y
- Não há uma forma simples de encontrar as tensões de cisalhamento ao longo da seção transversal
- Mas podemos, facilmente, calcular as tensões de cisalhamento na linha neutra, que são as tensões máximas
- Ao longo da linha neutra é razoável supor que as tensões atuem paralelamente ao eixo y e sejam constantes



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Assumindo que as tensões de cisalhamento ao longo da linha neutra sejam verticais e constantes, podemos usar a mesma expressão desenvolvida para seção retangular para calcular as tensões de cisalhamento ao longo dessa linha:

$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

onde:

$$Q = \int y dA = A\bar{y} = \left(\frac{\pi r^2}{2}\right)\left(\frac{4r}{3\pi}\right) = \frac{2r^3}{3}$$

$$b = 2r$$

$$I = \frac{\pi r^4}{4}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{V\left(\frac{2r^3}{3}\right)}{\left(\frac{\pi r^4}{4}\right)(2r)} = \frac{4V}{3\pi r^2} \Rightarrow \tau = \frac{4V}{3A} = \frac{4}{3}\tau_{méd}$$

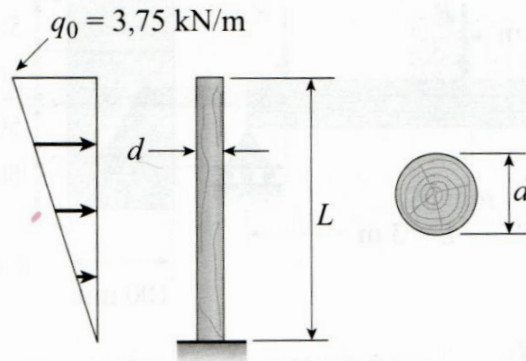


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia Mecânica

5.9-1 Um poste de madeira de seção transversal circular (d = diâmetro) é submetido a uma força horizontal distribuída triangular com pico de intensidade $q_0 = 3,75$ kN/m (veja a figura). O comprimento do poste é $L = 2$ m e as tensões permitidas na madeira são de 13 MPa na flexão e 0,82 MPa no cisalhamento.

Determine o diâmetro mínimo d exigido do poste com base (a) na tensão de flexão permitida e (b) na tensão de cisalhamento permitida.



$$a) \quad M_{\text{máx}} = \frac{q_0 L^2}{3} \quad \sigma_{\text{máx}} = \frac{M_{\text{máx}} d}{I} \quad I = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\text{máx}} = \frac{32 q_0 L^2}{3 \pi d^3} \Rightarrow d'_{\text{mín}} = \sqrt[3]{\frac{32 q_0 L^2}{3 \pi \sigma_{\text{adm}}}}$$

$$\Rightarrow d'_{\text{mín}} = 157 \text{ mm}$$

$$b) \quad V_{\text{máx}} = \frac{q_0 L}{2} \quad \tau_{\text{máx}} = \frac{4 V_{\text{máx}}}{3 A} \quad A = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\Rightarrow \tau_{\text{máx}} = \frac{8 q_0 L}{3 \pi d^2} \Rightarrow d''_{\text{mín}} = \sqrt{\frac{8 q_0 L}{3 \pi \tau_{\text{adm}}}}$$

$$\Rightarrow d''_{\text{mín}} = 88 \text{ mm}$$

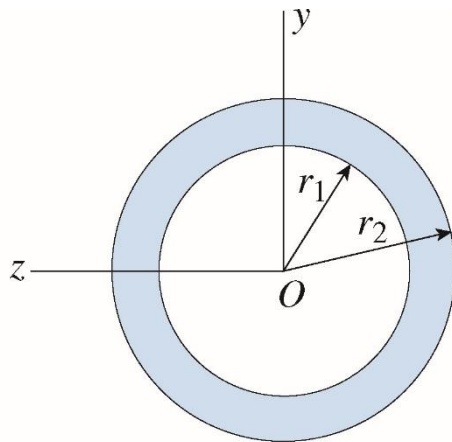
$$d_{\text{mín}} = \text{máx}\{d'_{\text{mín}}, d''_{\text{mín}}\}$$

$$\Rightarrow d_{\text{mín}} = 157 \text{ mm}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Seção circular vazada



$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

onde:

$$Q = \frac{2}{3}(r_2^3 - r_1^3) = \frac{1}{12}(d_2^3 - d_1^3)$$

$$b = 2(r_2 - r_1) = d_2 - d_1$$

$$I = \frac{\pi}{4}(r_2^4 - r_1^4) = \frac{\pi}{64}(d_2^4 - d_1^4)$$



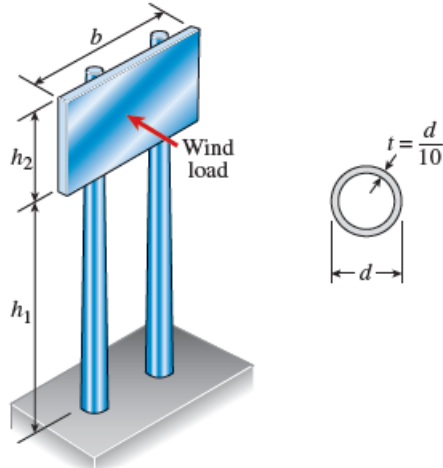
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia Mecânica

5.9-3 Um letreiro de posto de gasolina é suportado por dois tubos de alumínio com seção transversal circular vazada, como ilustrado na figura. Os postes são projetados para resistir à pressão do vento de 3,8 kPa contra toda a área do letreiro. As dimensões dos postes e do letreiro são $h_1 = 7$ m, $h_2 = 2$ m e $b = 3,5$ m. Para prevenir a flambagem das paredes dos postes, a espessura t é especificada como um décimo do diâmetro externo d .

(a) Determine o diâmetro mínimo do poste exigido com base na tensão de flexão permitida de 52 MPa no alumínio.

(b) Determine o diâmetro mínimo do poste exigido com base na tensão de cisalhamento permitida de 16 MPa.



$$a) \quad W = ph_2 \frac{b}{2} = 13,3 \text{ kN}$$

$$M_{\text{máx}} = W \left(h_1 + \frac{h_2}{2} \right) = 106,4 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{M_{\text{máx}} d}{I}$$

$$I = \frac{\pi}{64} (d_2^4 - d_1^4)$$

$$d_2 = d$$

$$d_1 = d - 2t \Rightarrow d_1 = \frac{4}{5} d$$

$$\Rightarrow I = \frac{\pi}{64} \left(d^4 - \left(\frac{4}{5} d \right)^4 \right) = \frac{369\pi d^4}{40000}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{20000 M_{\text{máx}}}{369\pi d^3} = \frac{17,253 M_{\text{máx}}}{d^3}$$

$$\Rightarrow d_{\text{mín}} = \sqrt[3]{\frac{17,253 M_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{adm}}}} = 0,328 \text{ m}$$



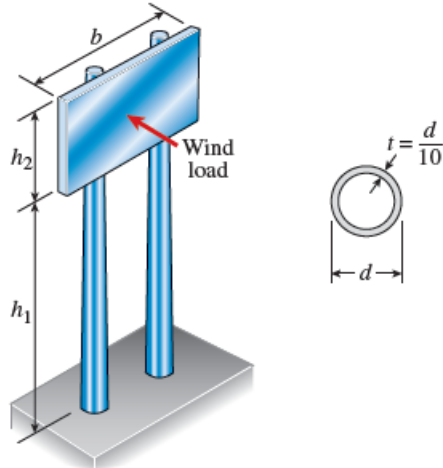
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia Mecânica

5.9-3 Um letreiro de posto de gasolina é suportado por dois tubos de alumínio com seção transversal circular vazada, como ilustrado na figura. Os postes são projetados para resistir à pressão do vento de 3,8 kPa contra toda a área do letreiro. As dimensões dos postes e do letreiro são $h_1 = 7$ m, $h_2 = 2$ m e $b = 3,5$ m. Para prevenir a flambagem das paredes dos postes, a espessura t é especificada como um décimo do diâmetro externo d .

(a) Determine o diâmetro mínimo do poste exigido com base na tensão de flexão permitida de 52 MPa no alumínio.

(b) Determine o diâmetro mínimo do poste exigido com base na tensão de cisalhamento permitida de 16 MPa.



b)

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{V_{m\acute{a}x} Q}{Ib} \quad V_{m\acute{a}x} = W$$

$$d_2 = d \quad d_1 = \frac{4}{5}d$$

$$Q = \frac{1}{12}(d_2^3 - d_1^3) = \frac{61}{1500}d^3$$

$$b = d_2 - d_1 = \frac{d}{5}$$

$$I = \frac{\pi}{64}(d_2^4 - d_1^4) = \frac{369\pi d^4}{40000}$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = W \frac{\frac{61}{1500}d^3}{\frac{369\pi d^4}{40000} \frac{d}{5}} \Rightarrow \tau_{m\acute{a}x} = \frac{7,016W}{d^2}$$

$$\Rightarrow d_{m\acute{i}n} = \sqrt{\frac{7,016W}{\tau_{adm}}} = 0,0764m$$

(Neste caso a flexão é que determina o diâmetro!)



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Referência:

Gere, J.M., Goodno, B.J. Mecânica dos Materiais – Tradução da 7ª edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p, Capítulo 5.