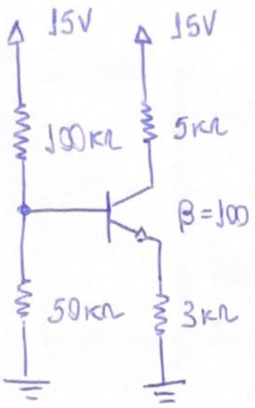
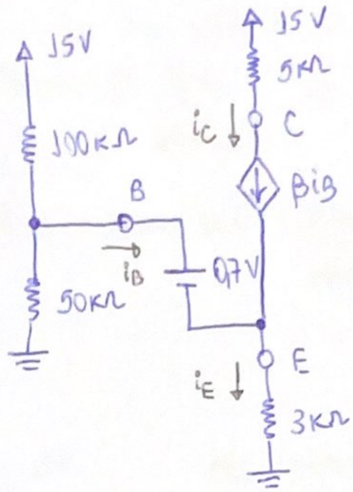
Solução de Reinaldo Avelino da Silva Junior

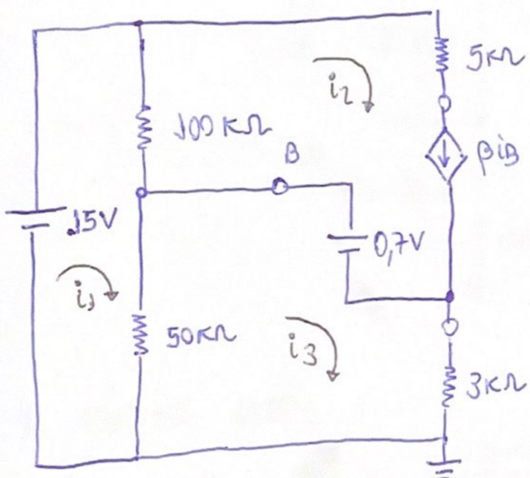
Exemplo 5.10



Supondo TBJ na região ativa:



Resolvendo por Circuitos Elétricos:



Por análise de malhas:

① $-15 + 100K(i_1 - i_2) + 50K(i_1 - i_3) = 0$

③ $\cancel{100K}\ 50K(i_3 - i_1) + 0{,}7 + 3K \cdot i_3 = 0$

Do gerador vinculado:

$$i_2 = i_C = \beta i_B = \beta(i_3 - i_2)$$

$$i_3 = \frac{\beta + 1}{\beta} i_2$$

$$\Rightarrow \frac{101}{100} i_2 - i_3 = 0$$

Matricialmente:

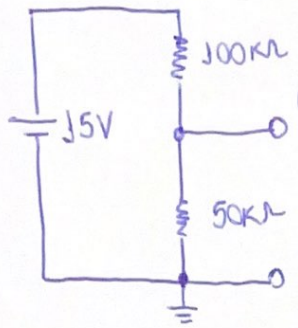
$$\begin{bmatrix} 100K + 50K & -100K & -50K \\ -50K & 0 & 50K + 3K \\ 0 & \frac{101}{100} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ -0{,}7 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ $i_1 = 1{,}383\ mA$, $i_2 = 1{,}278\ mA$, $i_3 = 1{,}291\ mA$

$i_C = i_2$, $i_B = i_3 - i_2$, $i_E = i_3$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} i_C = 1{,}278\ mA \\ i_B = 13\ \mu A \\ i_E = 1{,}291\ mA \end{array}}$$

Resolvendo por Eletrônica I :

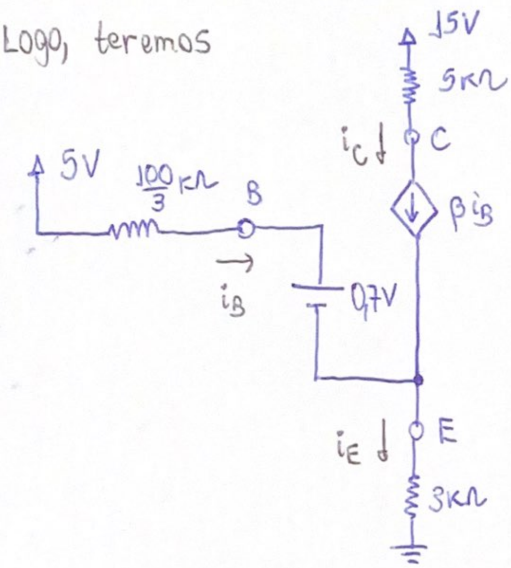


Por Equivalente de Thévenin :

$$V_{Th} = 15 \cdot \frac{50K}{100K+50K} \Rightarrow V_{Th} = 5V$$

$$R_{Th} = 100K // 50K = \frac{100K \cdot 50K}{100K + 50K} \Rightarrow R_{Th} = \frac{100}{3} K\Omega$$

Logo, teremos



Na malha de entrada :

$$5 = \frac{100}{3} K \, i_B + 0{,}7 + 3K \cdot i_E$$

Porém : $i_E = i_B + i_C = (1+\beta)\, i_B$

Então,

$$5 = \frac{100}{3} K \, i_B + 0{,}7 + 3K \overset{101}{(1+\beta)}\, i_B$$

$\therefore$ $\boxed{i_B \cong 13 \mu A}$

(12,78)

E sabemos que :

$$i_C = \beta \cdot i_B = 100 \cdot i_B \Rightarrow \boxed{i_C = 1{,}278 \, mA}$$

E também que :

$$i_E = \frac{\beta+1}{\beta} i_C = \frac{101}{100} \cdot 1{,}278 mA \Rightarrow \boxed{i_E = 1{,}291 \, mA}$$

Solução analítica para I_B a partir dos parâmetros do circuito

Henrique Lefundes

1 de julho de 2022

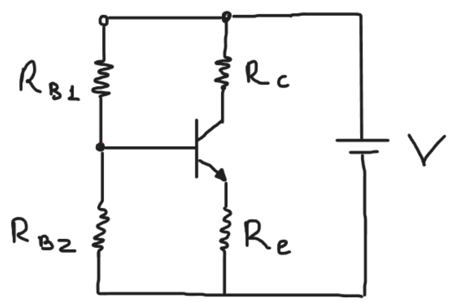


Figura 1: Circuito com Transistor NPN

Partindo do pressuposto que o transistor está na região ativa e, as equações abaixo são válidas:

$$\begin{cases} I_C = \beta I_B \\ I_E = (\beta + 1)\, I_B \end{cases} \tag{1}$$

Os seguintes parâmetros são dados: $V, V_{BE}, R_{B1}, R_{B2}, R_E, R_C, \beta$. Podemos analisar o circuito de uma perspectiva de circuitos elétricos, adotando o modelo em π para a região ativa

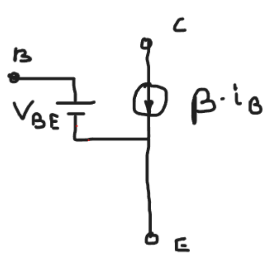


Figura 2: Modelo π para Transistor na Região Ativa

Substituindo o transistor da Figura 1 pelo modelo da Figura 2, obtemos o seguinte circuito:

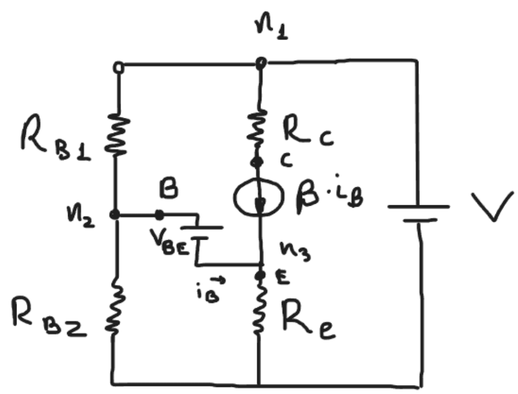


Figura 3: Circuito para Transistor na Região Ativa

Note que, para o nó n_2, podemos escrever que

$$\frac{n_1 - n_2}{R_{B1}} = \frac{n_2}{R_{B2}} + I_B \tag{2}$$

Entretanto, é evidente que $n_1 = V$, logo, podemos escrever a corrente I_B em função de n_2

$$I_B = \frac{V}{R_{B1}} - n_2 \left(\frac{1}{R_{B1}} + \frac{1}{R_{B2}} \right) \tag{3}$$

Agora, fazendo a análise no nó n_3, chegamos a conclusão que ele também pode ser escrito em função de I_B

$$\frac{n_3}{R_E} = I_E = (\beta + 1)\, I_B \tag{4}$$

Essa relação nos permite encontrar uma segunda equação, L.I em relação a equação (2), pois

$$n_2 - n_3 = V_{BE} \Rightarrow n_2 = n_3 + V_{BE} \tag{5}$$

Sendo assim, podemos escrever n_2 como

$$n_2 = V_{BE} + R_E I_B\, (\beta + 1) \tag{6}$$

Resultando no seguinte sistema de equações

$$\begin{cases} I_B + n_2 \left(\dfrac{1}{R_{B1}} + \dfrac{1}{R_{B2}} \right) = \dfrac{V}{R_{B1}} \\ \\ -R_E I_B\, (\beta + 1) + n_2 = V_{BE} \end{cases} \tag{7}$$

Apenas para não sobrecarregar a equação, define-se que

$$R_B \triangleq \frac{1}{R_{B1}} + \frac{1}{R_{B2}} \triangleq \frac{R_{B1} + R_{B2}}{R_{B1} R_{B2}}$$

Escrevendo na notação matricial, obtemos que

$$\begin{bmatrix} 1 & R_B \\ \\ -R_E(\beta+1) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_B \\ \\ n_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V}{R_{B1}} \\ \\ V_{BE} \end{bmatrix} \tag{8}$$

A solução do sistema para I_B pode ser obtida através do método de Cramer

$$I_B = \frac{\begin{vmatrix} \frac{V}{R_{B1}} & R_B \\ \\ V_{BE} & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & R_B \\ \\ -R_E(\beta+1) & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\dfrac{V}{R_{B1}} - R_B V_{BE}}{1 + R_{B1} R_B R_E (\beta+1)}$$

Portanto, a solução analítica de I_B com base exclusivamente em parâmetros dados é

$$I_B = \frac{V - R_B V_{BE} R_{B1}}{R_{B1} + R_B R_{B1} R_E (\beta+1)} \tag{9}$$

Expandindo o termo R_B encontramos outra relação

$$I_B = \frac{V - \dfrac{R_{B1}+R_{B2}}{\cancel{R_{B1}}R_{B2}} V_{BE} \cancel{R_{B1}}}{R_{B1} + \dfrac{R_{B1}+R_{B2}}{\cancel{R_{B1}}R_{B2}} \cancel{R_{B1}} R_E (\beta+1)}$$

Obtendo a equação final

$$\boxed{I_B = \frac{V R_{B2} - V_{BE}(R_{B1}+R_{B2})}{R_{B1}R_{B2} + R_E (R_{B1}+R_{B2})(\beta+1)}} \tag{10}$$

Por consequência, podemos obter I_E e I_C

$$\boxed{I_B = \beta \frac{V R_{B2} - V_{BE}(R_{B1}+R_{B2})}{R_{B1}R_{B2} + R_E (R_{B1}+R_{B2})(\beta+1)}} \tag{11}$$

$$\boxed{I_E = (\beta+1) \frac{V R_{B2} - V_{BE}(R_{B1}+R_{B2})}{R_{B1}R_{B2} + R_E (R_{B1}+R_{B2})(\beta+1)}} \tag{12}$$