

Física do calor

F.S. Navarra

navarra@if.usp.br

Monitor: Guilherme Germano

Guilherme.germano@usp.br

edisciplinas.if.usp.br

(buscar: física do calor 4300159)

Plano do Curso

22/03	Cap. 7	10/05	Evento	→	28/06	Exs.
25/03	Cap. 7	13/05	Cap. 10		01/07	P 3
29/03	Cap. 8	17/05	Cap. 10		05/07	
01/04	Cap. 8	20/05	Cap. 10		08/07	Sub
05/04	Cap. 8	24/05	Cap. 10			
08/04	Exs.7/8	27/05	Exs. 10			
12/04		31/05	P 2			
15/04		03/06	Cap. 11			
19/04	Exs. 7/8	07/06	Cap. 11			
22/04		10/06	Cap. 11			
26/04	P 1	14/06	Cap. 12			
29/04	Cap. 9	17/06				
03/05	Cap. 9	21/06	Cap. 12			
06/05	Cap. 9	24/06	Cap. 12			

9. Considere uma partícula esférica de $0,5 \mu\text{m}$ de raio e densidade $1,2 \text{ g/cm}^3$, como as que foram utilizadas por Jean Perrin em experiências para determinação do número de Avogadro. Uma tal partícula, em suspensão num líquido, adquire um movimento de agitação térmica que satisfaz à lei de equipartição da energia. De acordo com esta lei, qual seria a velocidade quadrática média da partícula em suspensão à temperatura de 27°C ?

$$\frac{1}{2}m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2}m v_{qm}^2 = \frac{3}{2} k T \quad \longrightarrow \quad v_{qm} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

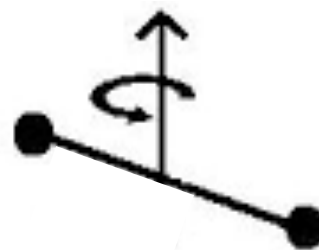
$$m = \rho V = \frac{4\pi}{3} \rho r^3 \quad \longrightarrow \quad v_{qm} = \sqrt{\frac{9kT}{4\pi \rho r^3}}$$

$$r = 0.5 \times 10^{-6} \text{ m} \quad \rho = 1.2 \text{ g/cm}^3 = 1200 \text{ kg/m}^3$$

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{9 \times 1.38 \times 10^{-23} \times (27 + 273)}{4\pi \times 1200 \times (0.5 \times 10^{-6})^3}} = 0.44 \text{ cm/s}$$

12. Um gás é formado de moléculas diatômicas de momento de inércia $I = 6 \times 10^{-39} \text{ g} \cdot \text{cm}^2$. Calcule a velocidade angular de rotação quadrática média de uma molécula do gás em torno de um eixo perpendicular à linha que une os centros dos dois átomos, nas condições normais de temperatura e pressão.

$$E_c = \frac{I \langle \omega^2 \rangle}{2} = \frac{I \omega_{qm}^2}{2}$$



$$\tau_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2$$

$$E_c = \frac{I \omega_{qm}^2}{2} = \frac{1}{2} kT$$

$$\omega_{qm} = \sqrt{\frac{kT}{I}}$$

$$I = 6 \times 10^{-39} \text{ g} \times \text{cm}^2 = 6 \times 10^{-46} \text{ kg} \times \text{m}^2$$

$$\omega_{qm} = \sqrt{\frac{1.38 \times 10^{-23} \times 273}{6 \times 10^{-46}}} = 2.5 \times 10^{12} \text{ rad/s}$$

Gigantesca !!!

13. O livre percurso médio em hélio gasoso a 1 atm e 15°C é de $1,862 \times 10^{-5}$ cm. (a) Calcule o diâmetro efetivo de um átomo de hélio. (b) Estime o número médio de colisões por segundo que um átomo de hélio sofre nestas condições.

$$\text{a)} \quad pV = NkT \qquad P = 1 \text{ atm} \approx 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT} = \frac{1.01 \times 10^5}{1.38 \times 10^{-23} \times 288} = 2.54 \times 10^{25} \frac{\text{molecules}}{\text{m}^3}$$

$$\bar{l} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2} \qquad \bar{l} = 1.862 \times 10^{-5} \text{ cm} = 1.862 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$d = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}\pi n \bar{l}}} = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}\pi \times 2.54 \times 10^{25} \times 1.862 \times 10^{-7}}} = 2.17 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

$$\text{b)} \quad \frac{mv_{qm}^2}{2} = \frac{3}{2}kT \quad v_{qm} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Vamos supor que $\bar{v} \approx v_{qm}$

Massa do átomo de Hélio é 4 u.m.a. : $4 \times 1.66 \times 10^{-27} kg$

$$\bar{v} \approx v_{qm} = \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 288}{4 \times 1.66 \times 10^{-27}}} = 1340 m/s$$

$$\boxed{\bar{f} = \frac{\bar{v}}{\bar{l}} = \frac{1340}{1.862 \times 10^{-7}} = 7.19 \times 10^9 \frac{coliso\text{es}}{s}}$$

14. O diâmetro efetivo da molécula de CO_2 é $\approx 4,59 \times 10^{-8} \text{ cm}$. Qual é o livre percurso médio de uma molécula de CO_2 para uma densidade de $4,91 \text{ kg/m}^3$?

$$\rho = \frac{Nm}{V} = nm$$

Uma molécula de CO_2 possui 44 unidades de massa atômica

$$n = \frac{\rho}{m} = \frac{4.91}{44 \times 1.66 \times 10^{-27}} = 6.75 \times 10^{25} \frac{\text{molecules}}{\text{m}^3}$$

$$\bar{l} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi 6.75 \times 10^{25} \times 4.59 \times 10^{-10}} = 1.59 \times 10^{-6} \text{ cm}$$

4. Calcule o número médio de moléculas por cm^3 e o espaçamento médio entre as moléculas: (a) em água líquida, (b) em vapor de água a 1 atm e 100°C (tratado como gás ideal). (c) No caso (b), calcule a velocidade média quadrática das moléculas.

a) $\rho = 1\text{g}/\text{cm}^3$ $M = 18\text{g}/\text{mol}$

$$n = \frac{\rho}{M} = \frac{1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{18\frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{1}{18} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3}$$

$$n = \frac{1}{18} \times 6 \times 10^{23} \approx 3.33 \times 10^{22} \frac{\text{molecules}}{\text{cm}^3}$$

$$V_{\text{livre}} = \frac{1}{3.34 \times 10^{22}} \frac{\text{cm}^3}{\text{molecule}} = 3 \times 10^{-23} \frac{\text{cm}^3}{\text{molecule}}$$

$$d_{\text{livre}} = \sqrt[3]{V_{\text{livre}}} = \sqrt[3]{3 \times 10^{-23}} = 3.1 \times 10^{-8} \text{cm}$$

b) $pV = nRT$

$$\frac{n_{mols}}{V} = \frac{P}{RT} = \frac{1}{0.082 \times (100 + 273)} = 3.27 \times 10^{-2} \frac{mols}{l} = 3.27 \times 10^{-5} \frac{mols}{cm^3}$$

$$n = \frac{N}{N_0} = \frac{N}{6 \times 10^{23}} \quad \frac{N}{V} = 3.27 \times 10^{-5} \times 6 \times 10^{23} \text{ molécules / cm}^3$$

$$V_{livre} = \frac{1}{1.97 \times 10^{19}} \frac{cm^3}{molecula} = 5.1 \times 10^{-20} \frac{cm^3}{molecula}$$

$$d_{livre} = \sqrt[3]{V_{livre}} = \sqrt[3]{5.1 \times 10^{-20}} = 3.7 \times 10^{-7} cm$$

c) $\frac{1}{2}m \underbrace{\langle v^2 \rangle}_{v_{qm}^2} = \frac{3}{2}kT$

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 373}{18 \times 1.7 \times 10^{-27}}} = 711 \frac{m}{s}$$

Ingmar Bergman "O sétimo selo"

Chegou
o fim ...



Não estou
pronto !

Quero
revisão !



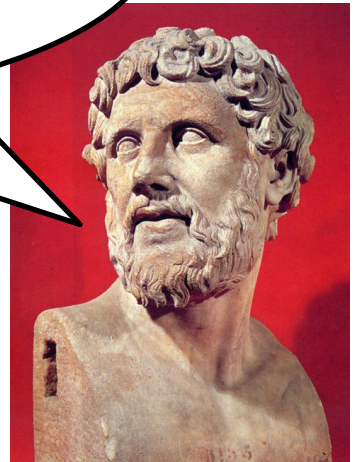
Termodinâmica

Dinâmica do calor = movimento do calor e suas causas
Calor = energia em trânsito (mudança de temperatura)

Para entender qualquer coisa
temos que pensar nos átomos!
(o mundo microscópico)



Sadi Carnot



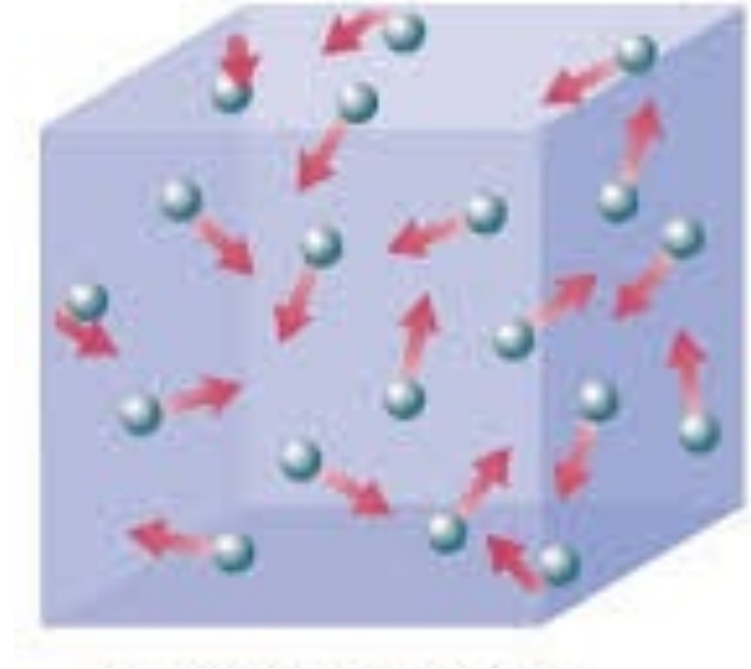
Demócrito

Equilíbrio Térmico

Colisões caóticas entre as moléculas e com as paredes do recipiente

Distribuição de velocidades dada por Maxwell Boltzmann :

$$f(v) = C v^2 e^{-mv^2/2kT}$$

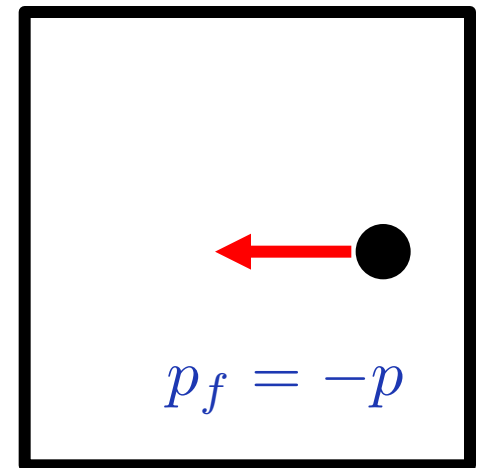
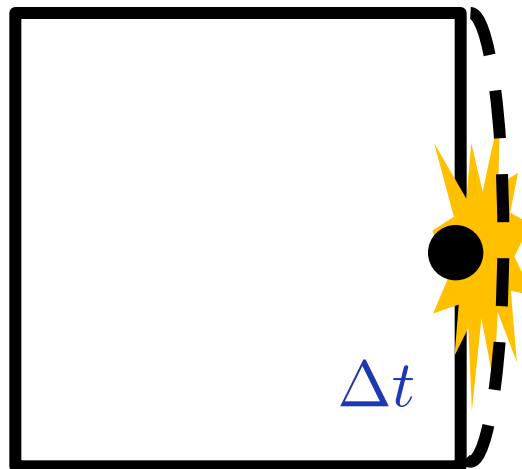
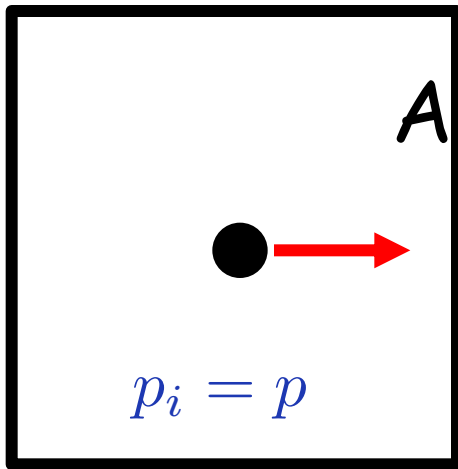
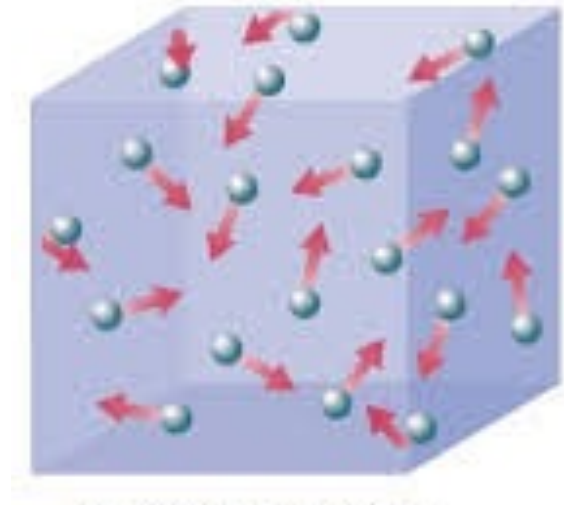


T é a temperatura !
Um número extraído da distribuição

Pressão

Pressão = Força / Área (do recipiente)

Pressão existe sem equilíbrio térmico
temperatura não !



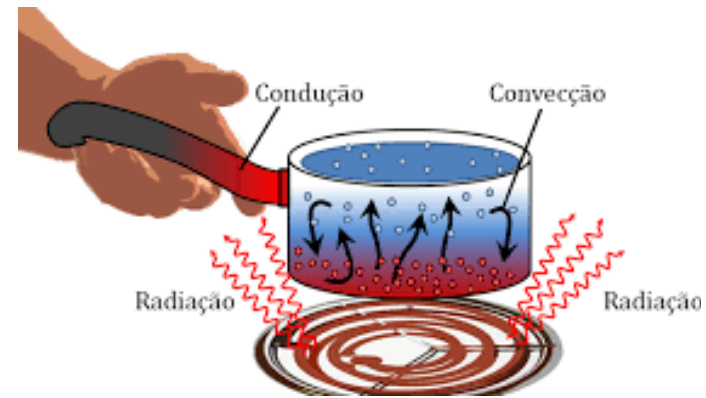
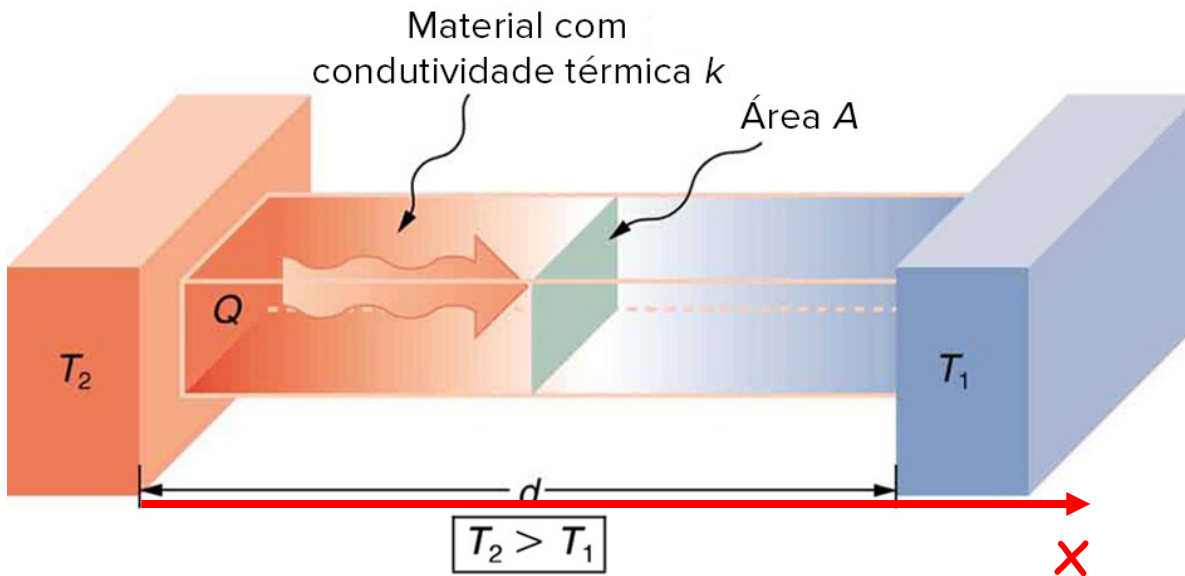
O calor é uma forma de energia

A fórmula famosa: $\Delta Q = m c \Delta T$

$$C = m c$$

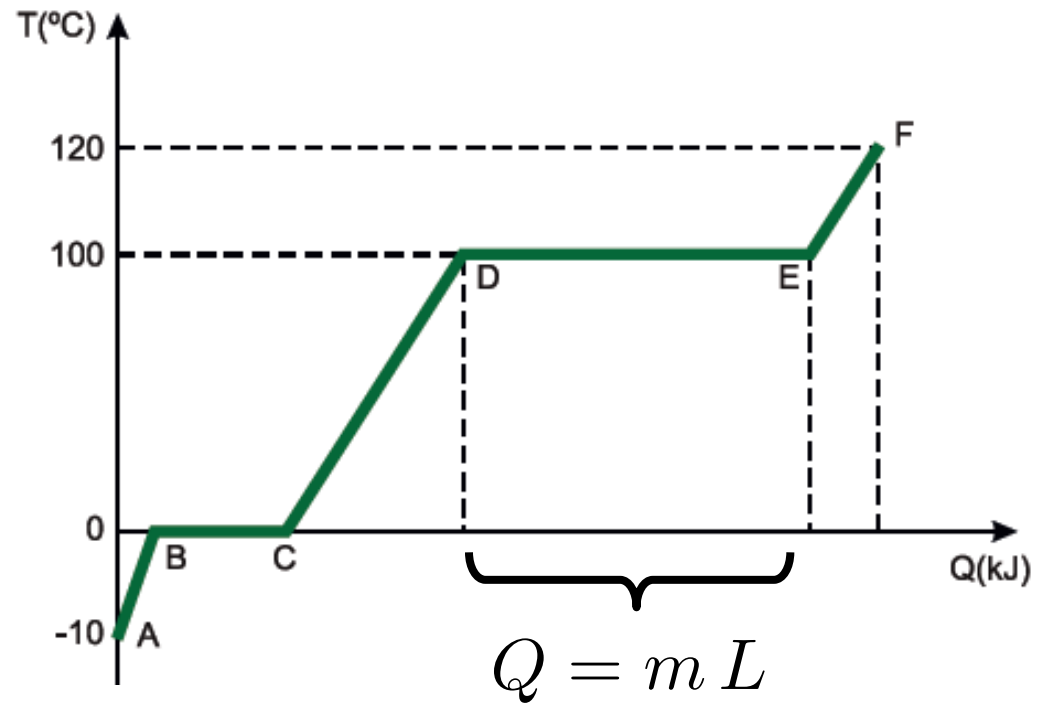
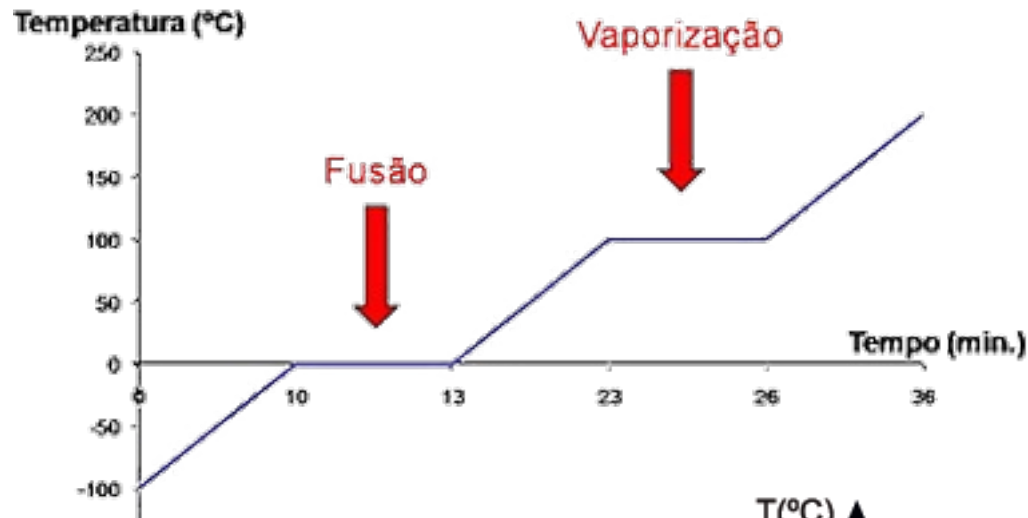
Capacidade Térmica

Condução : através de um meio **sem transporte de matéria !**



$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -k A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Transição de Fase e Calor Latente



1ª Lei da Termodinâmica:

$$Q = \Delta U + W_{i \rightarrow f}$$

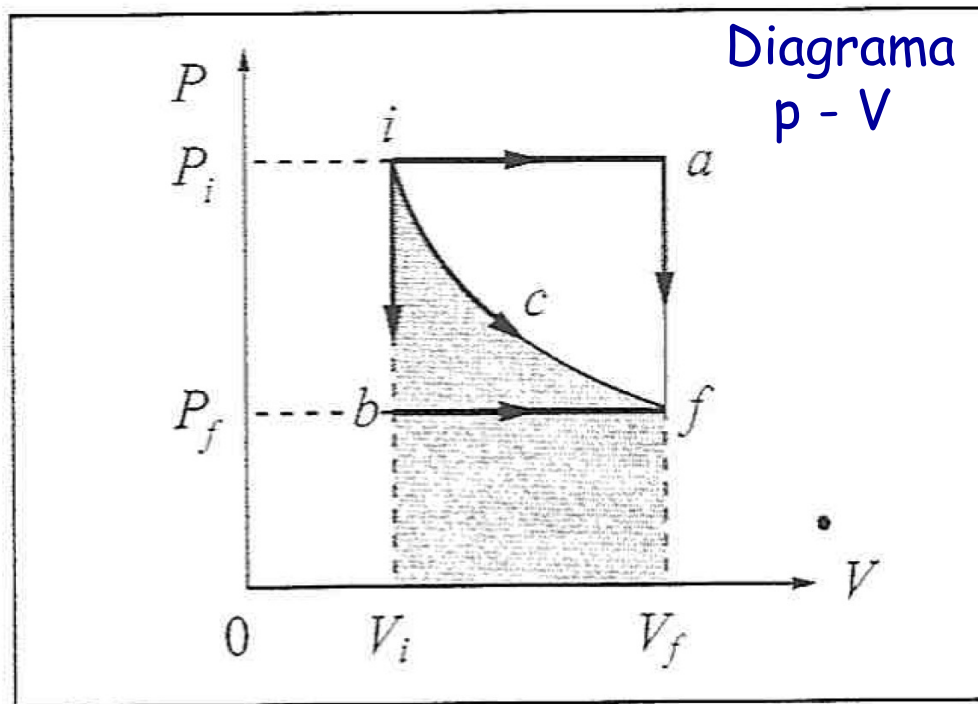
Conservação da energia !!!

O calor que é fornecido ao sistema serve para aumentar a energia interna e para gerar expansão

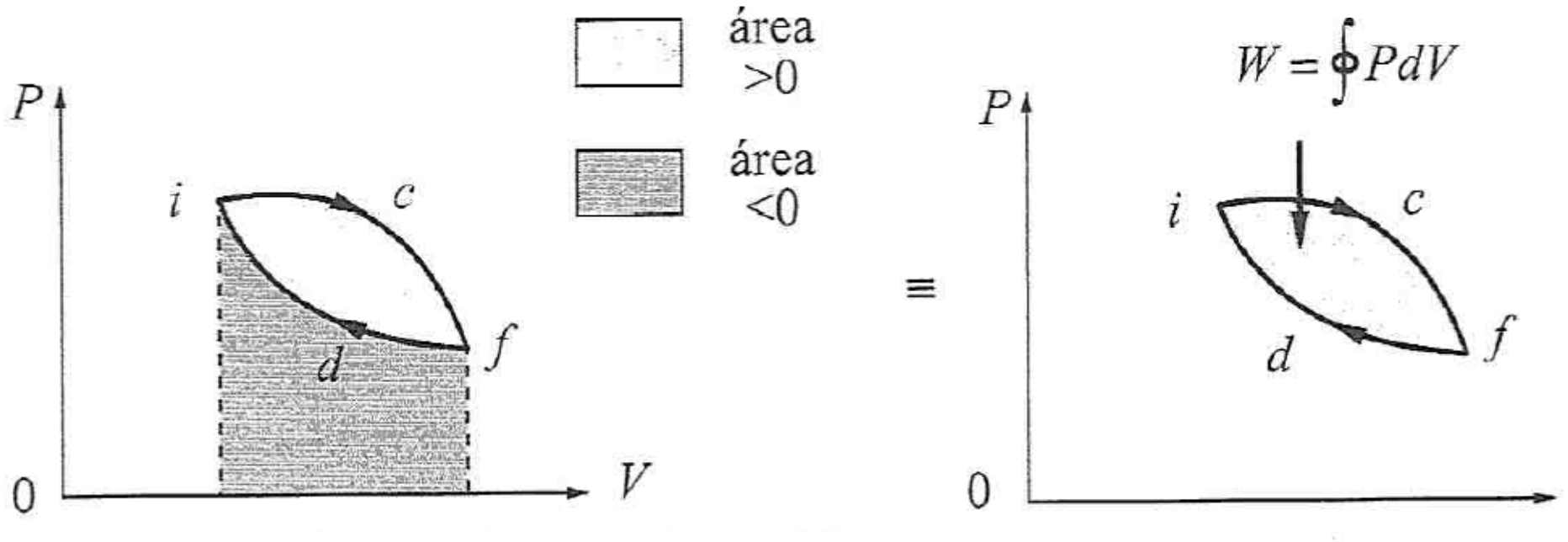
Trabalho no processo reversível

$$dW = p dV \quad \longrightarrow \quad W_{i \rightarrow f} = \int_{V_i}^{V_f} p dV$$

Trabalho = área debaixo da curva da função $p = p(V)$



Ciclo : sistema volta ao estado inicial



$$\Delta U = U_f - U_i = 0$$

$$W = Q$$

$$pV = nRT$$

Equação de estado dos gases ideais

{
n = número de moles do gás
R = constante universal dos gases

$$R = 8,314 \frac{J}{mol\ K} = 1,98 \frac{cal}{mol\ K}$$

Capacidade Térmica = "inércia térmica"

$$\Delta Q = m c \Delta T = C \Delta T$$

$$dQ = C dT$$

$$\begin{cases} dQ_p = C_p dT \\ dQ_V = C_V dT \end{cases}$$

Pressão constante

Volume constante

$$C_P - C_V = 2 \frac{\text{cal}}{\text{mol K}}$$

Fórmula de Mayer

$$U = U_0 + n C_V T$$

$$p = \frac{p_0 V_0^\gamma}{V^\gamma}$$

processo adiabático

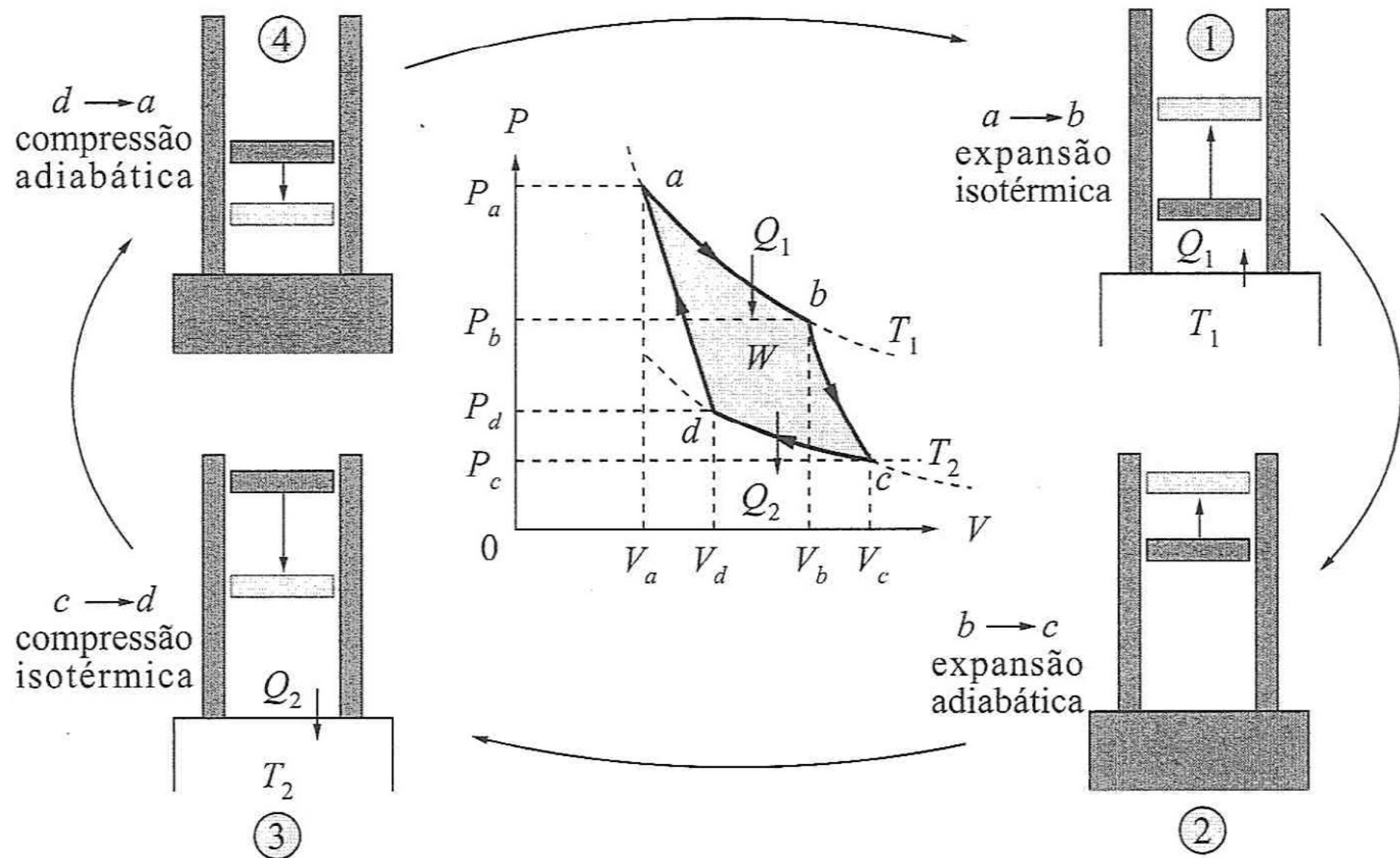
$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

$$p = \frac{\text{const}}{V}$$

processo isotérmico

$$W_{i \rightarrow f} = \int_{V_i}^{V_f} p \, dV$$

Ciclo de Carnot



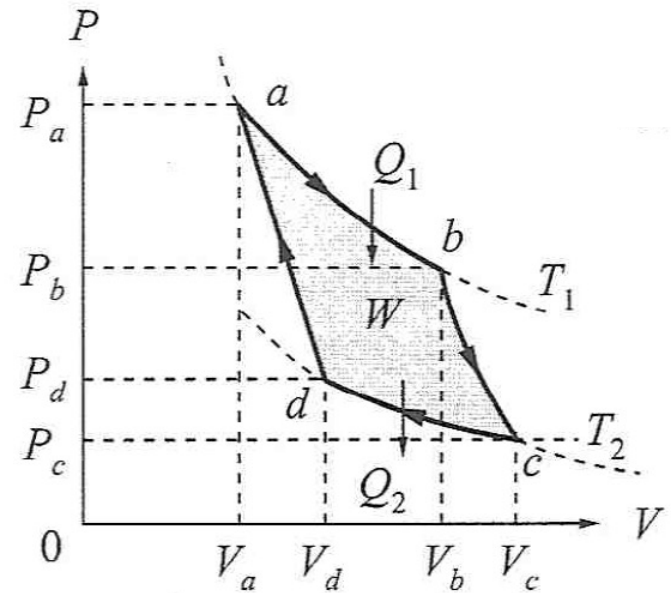
O rendimento no ciclo de Carnot de um gas ideal

$$Q_1 = W = n R T_1 \ln\left(\frac{V_b}{V_a}\right)$$

$$Q_2 = W = n R T_2 \ln\left(\frac{V_c}{V_d}\right)$$

$$\eta = \frac{W}{Q}$$

$$W = Q_1 - Q_2$$



$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Teorema de Clausius

Num ciclo de processos reversíveis vale: $\oint \frac{dQ}{T} = 0$

Nova variável de estado: $\int_i^f \frac{dQ}{T} = S_f - S_i$ **Entropia !**

$$dS = \frac{dQ}{T} \left\{ \begin{array}{l} dS > \frac{dQ}{T} \\ \text{(proc. irreversível)} \\ \\ dS = \frac{dQ}{T} \\ \text{(proc. reversível)} \end{array} \right. \rightarrow \boxed{\Delta S \geq \int_i^f \frac{dQ}{T}}$$

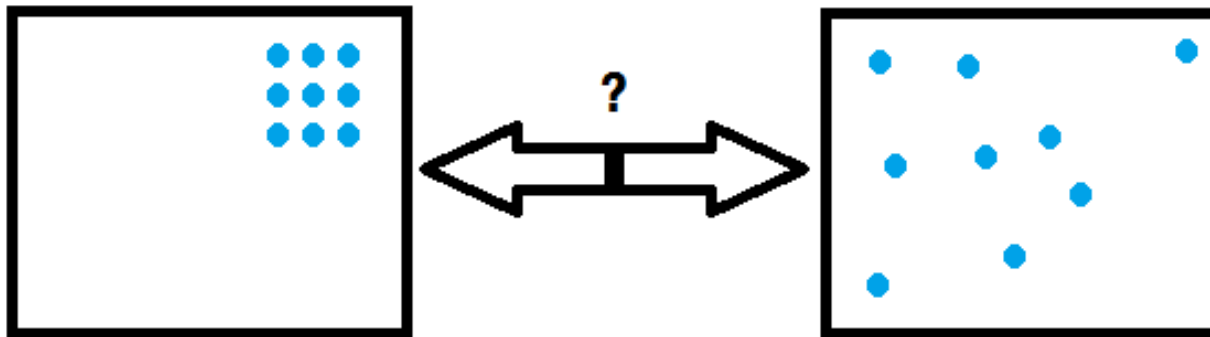
2ª Lei da Termodinâmica

Um sistema isolado não troca calor com o exterior :

$$dQ = 0 \quad \longrightarrow$$

$$\Delta S \geq 0$$

A entropia de um sistema termicamente isolado nunca diminui: fica igual se ocorrerem processos reversíveis e aumenta quando ocorrem processos irreversíveis !!!



Existe uma "flecha do tempo" !

Teoria cinética dos gases

$$P = \frac{1}{3} n m \langle v^2 \rangle$$

$$P = \frac{1}{3} \rho \langle v^2 \rangle$$

$$P = \frac{2}{3} \frac{\langle K \rangle}{V}$$

$$P = \frac{2}{3} \frac{U}{V}$$

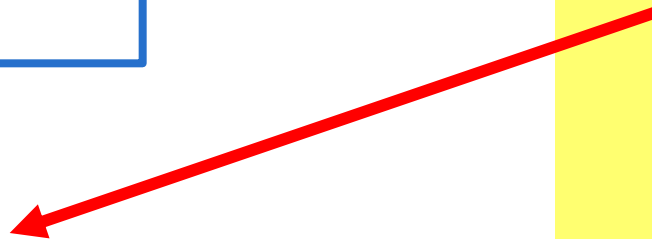


$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k T$$

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

$$U = \frac{3}{2} R T$$

$$P V = R T$$



q = número de termos quadráticos na energia

Energia média de uma molécula $\langle \tau \rangle = q \frac{1}{2} k T$

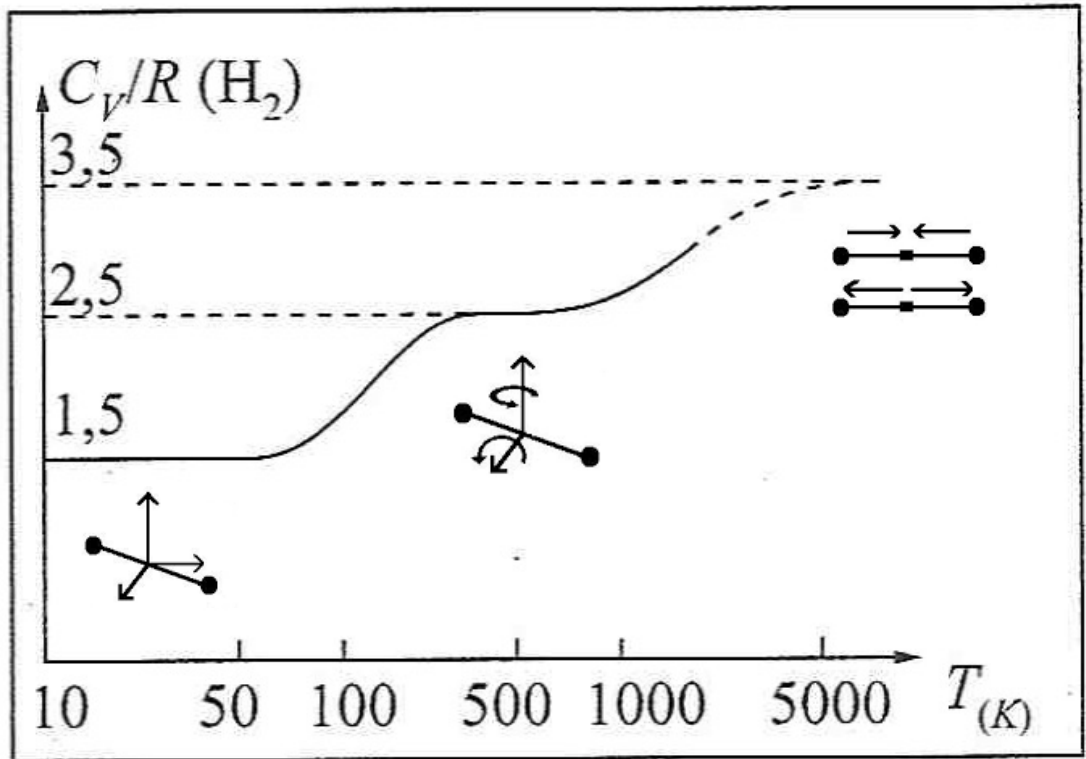
Energia média de um mol de molécula $U = q \frac{1}{2} N_0 k T$

Mas $N_0 \cdot k = R$

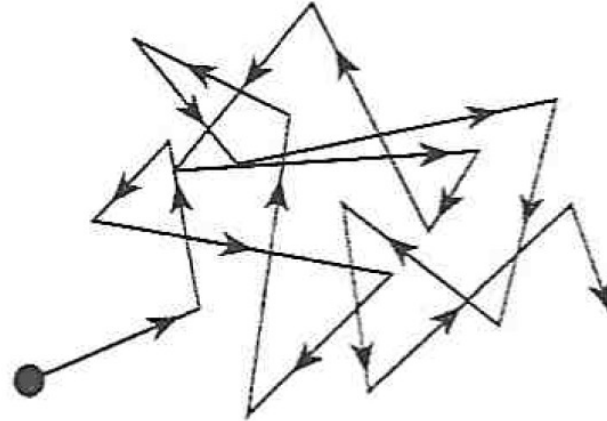
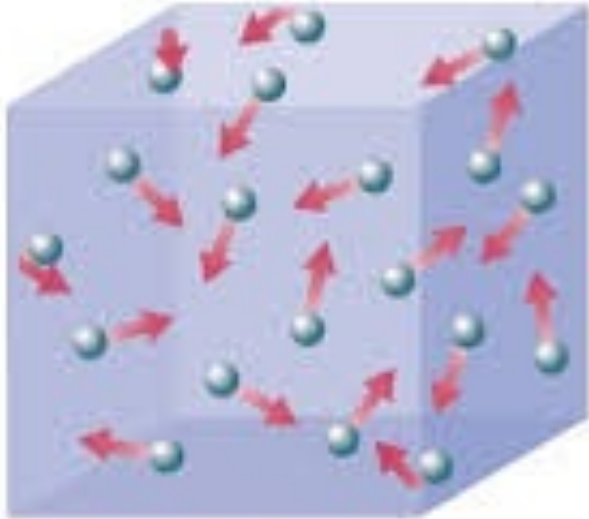
$$U = \frac{1}{2} q R T$$

$$C_V = \frac{dU}{dT}$$

$$C_V = \frac{1}{2} q R$$



Livre caminho médio



$$\bar{l} = \frac{1}{\pi \sqrt{2} n d^2}$$

n = número de moléculas
por unidade de volume

d = diâmetro de uma molécula

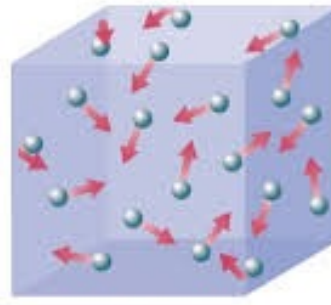
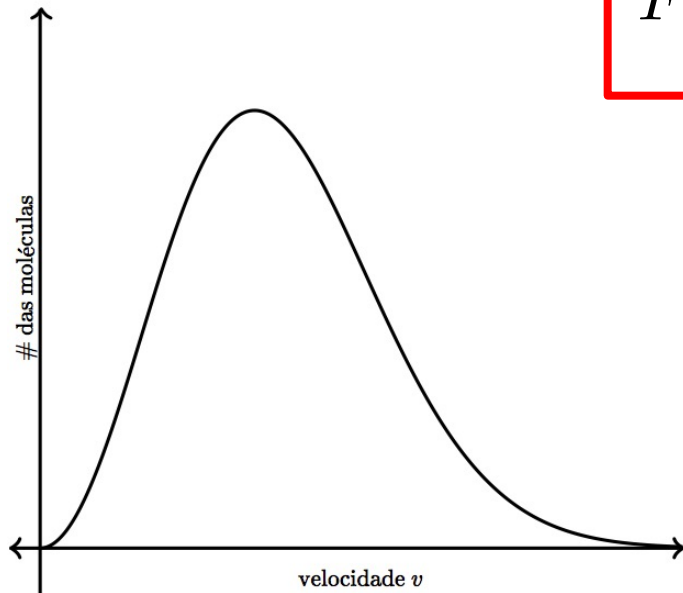
Distribuição de Maxwell (1859)



$$f(v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left[- \frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT} \right]$$

Distribuição de Maxwell-Boltzmann

$$F(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp \left[- \frac{mv^2}{2kT} \right]$$



$$\int_0^{\infty} F(v) dv = 1$$

A entropia é aditiva !

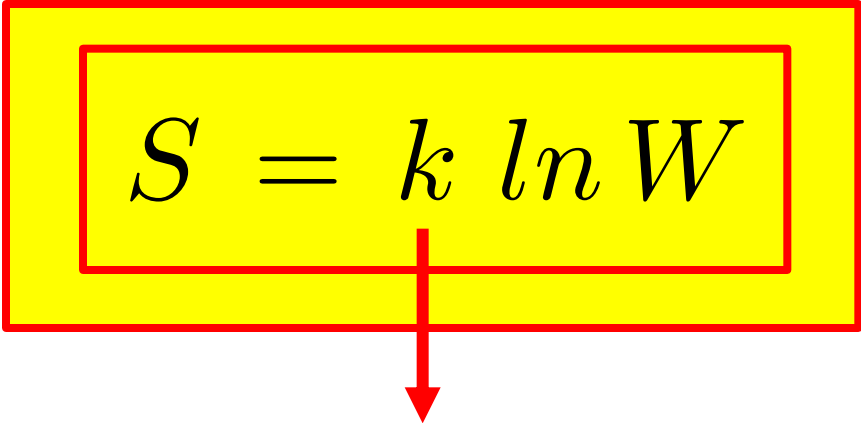
Quando unimos dois sistemas (1 e 2) a entropia final é

$$S = S_1 + S_2$$

O número de microestados é multiplicativo !

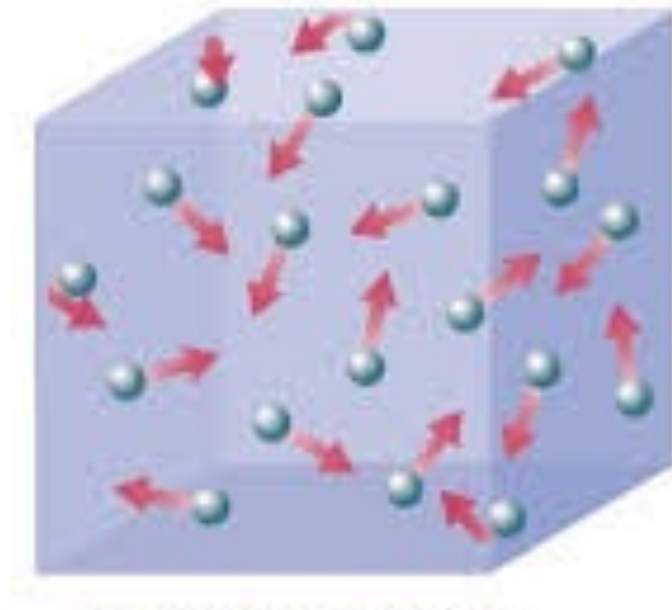
Quando unimos dois sistemas (1 e 2) W final é

$$W = W_1 \cdot W_2$$


$$S = k \ln W$$

Constante de Boltzmann

Terminamos como começamos: com as bolinhas...



We shall not cease from exploration
And the end of all our exploring
Will be to arrive where we started
And know the place for the first time.

T.S. Eliot, Little Gidding, Four Quartets



Fim

