



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

PME-3210 - Mecânica dos Sólidos I

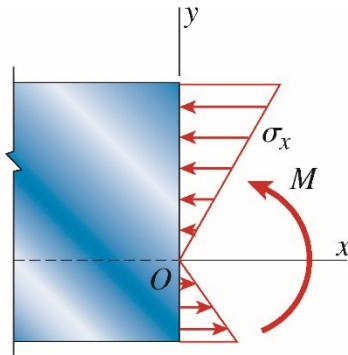
Aula #20

Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

24/06/22



5.5 Tensões normais em vigas – materiais elásticos lineares



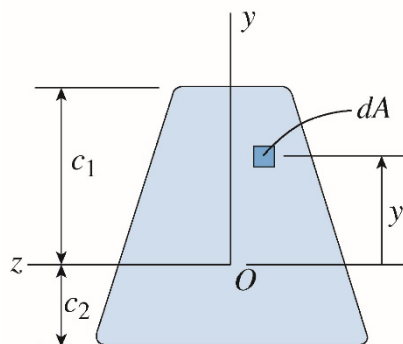
Lei de Hooke: $\sigma_x = E \varepsilon_x$

$$\Rightarrow \sigma_x = -\frac{E y}{\rho} = -E \kappa y$$

Linha neutra:

$$\int_A \sigma_x dA = 0 \Rightarrow -E \kappa \int_A y dA = 0 \Rightarrow \int_A y dA = 0$$

$\Rightarrow$ a linha neutra passa pelo centroide da seção

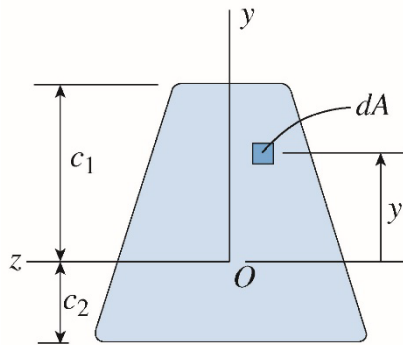


Note que para chegar a essa conclusão foi considerado que o material tem comportamento elástico e linear !



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Relação entre momento e curvatura – material elástico e linear



$$dM = -\sigma_x y dA$$

$$M = \int_A dM$$

$$\Rightarrow M = \int_A \kappa E y^2 dA = \kappa E \int_A y^2 dA$$

Portanto:

$$M = \kappa EI$$

onde:

$$I = \int_A y^2 dA \quad (\text{momento de inércia da área da seção transversal em relação à linha neutra})$$

Relação momento-curvatura:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

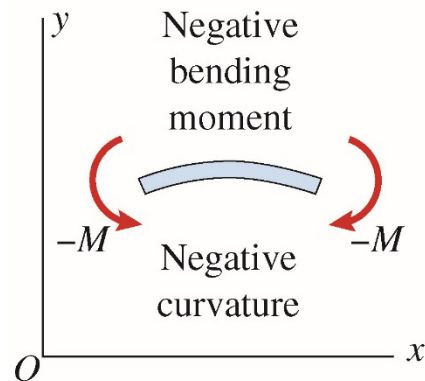
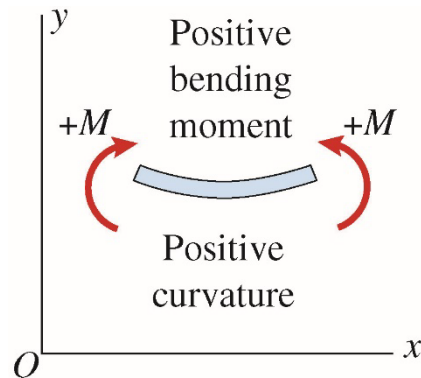
$EI \rightarrow$ rigidez à flexão



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Relação entre sinais de momento fletor e curvatura:

$$M = kEI$$

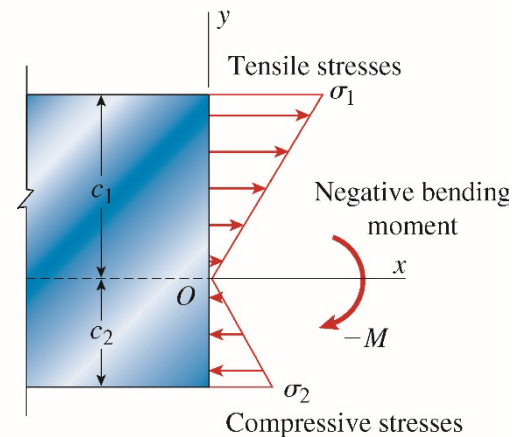
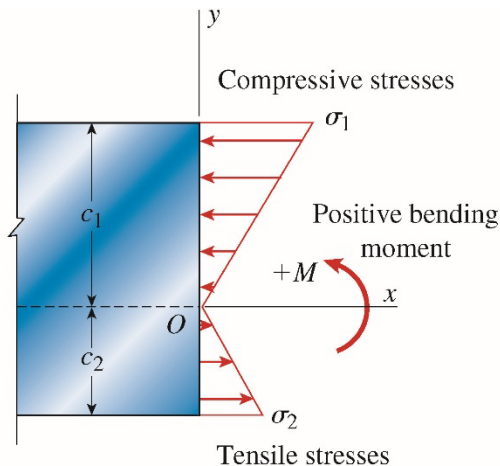




Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Fórmula de flexão:

$$\left. \begin{aligned} \kappa &= \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \\ \sigma_x &= -E\kappa y \end{aligned} \right\} \sigma_x = -\frac{M}{I} y$$



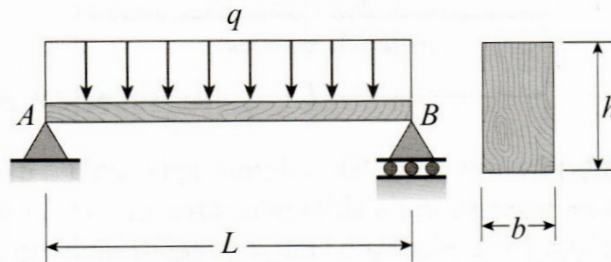


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

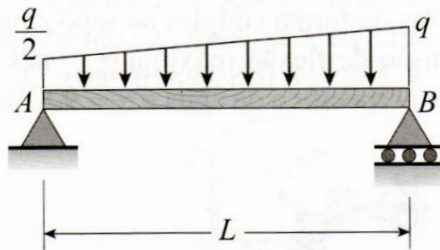
5.5-4 Uma viga de madeira simplesmente apoiada AB , com um vão de comprimento $L = 4$ m, está submetida a uma carga uniforme de intensidade $q = 5,8$ kN/m (veja a figura).

(a) Calcule a tensão de flexão máxima $\sigma_{\max}$ no cabo relativa ao carregamento q caso a viga tenha uma seção transversal retangular com largura $b = 140$ mm e altura $h = 240$ mm.

(b) Repita (a) utilizando a carga distribuída trapezoidal mostrada na parte (b) da figura.



(a)



(b)

a)

$$M_{\max} = \frac{qL^2}{8}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} h}{I}$$

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{3}{4} \frac{qL^2}{bh^2}$$

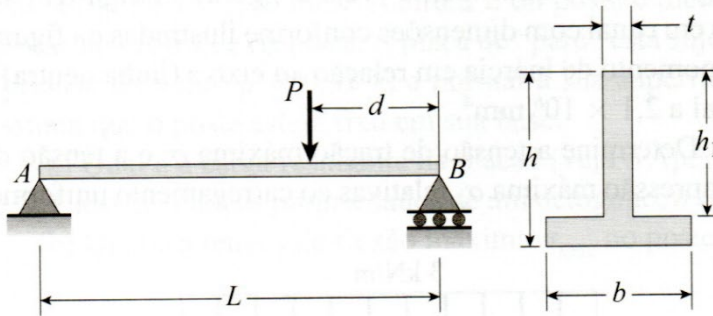
$$\Rightarrow \sigma_{\max} = 8,63 \text{ MPa}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

5.5-16 Determine a tensão de tração máxima $\sigma_{\max}$ e a tensão de compressão máxima σ_c devidas à carga P que atua na viga simples AB (veja a figura).

Os dados são: $P = 6,2 \text{ kN}$, $L = 3,2 \text{ m}$, $d = 1,25 \text{ m}$, $b = 80 \text{ mm}$, $t = 25 \text{ mm}$, $h = 120 \text{ mm}$ e $h_1 = 90 \text{ mm}$.



$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{I} c_2 \quad \sigma_c = \frac{M_{\max}}{I} c_1$$

$$M_{\max} = P \frac{(L-d)d}{L}$$

$$\Rightarrow M_{\max} = 4,72 \text{ kNm}$$

$$A_f = b(h - h_1) \Rightarrow A_f = 2400 \text{ mm}^2$$

$$A_a = t h_1 \Rightarrow A_a = 2250 \text{ mm}^2$$

$$c_2 = \frac{A_f \frac{(h - h_1)}{2} + A_a \left(h - \frac{h_1}{2} \right)}{A_f + A_a} \Rightarrow c_2 = 44,0 \text{ mm}$$

$$c_1 = h - c_2 \Rightarrow c_1 = 76,0 \text{ mm}$$

$$I_f = \frac{b(h - h_1)^3}{12} \Rightarrow I_f = 1,80 \cdot 10^5 \text{ mm}^4$$

$$I_a = \frac{t h_1^3}{12} \Rightarrow I_a = 1,52 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I = I_f + A_f \left(c_2 - \frac{h - h_1}{2} \right)^2 + I_a + A_a \left(h - \frac{h_1}{2} - c_2 \right)^2$$

$$\Rightarrow I = 5,88 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\Rightarrow \sigma_c = 61,0 \text{ MPa} \quad \Rightarrow \sigma_{\max} = 35,4 \text{ MPa}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Referência:

Gere, J.M., Goodno, B.J. Mecânica dos Materiais – Tradução da 7ª edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p, Capítulo 5.