



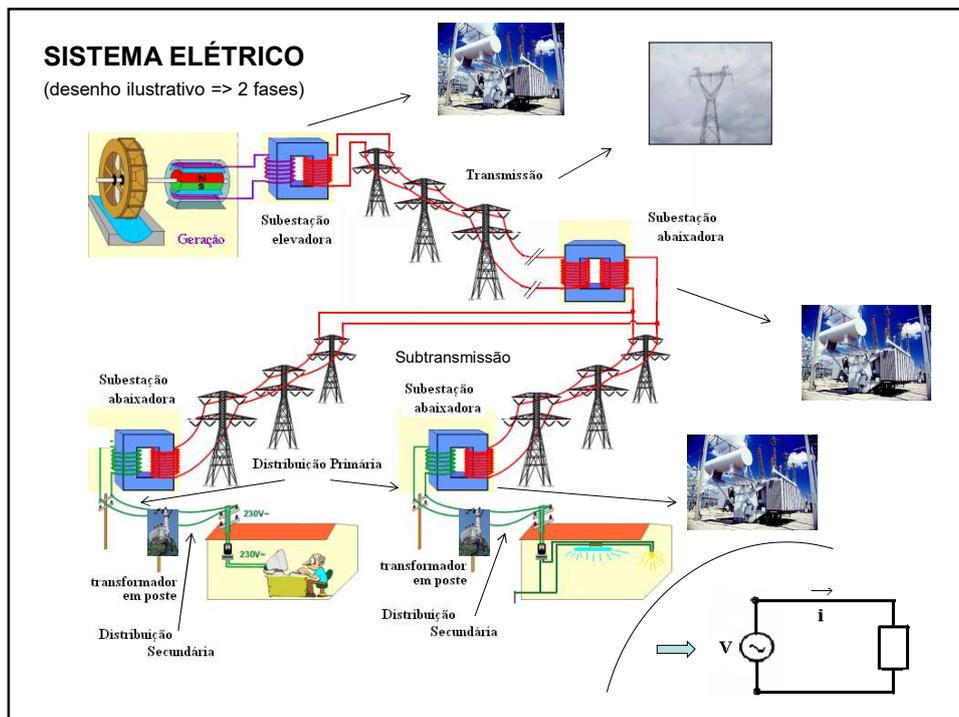
Programa de Pós-Graduação em Energia
(PPGE)

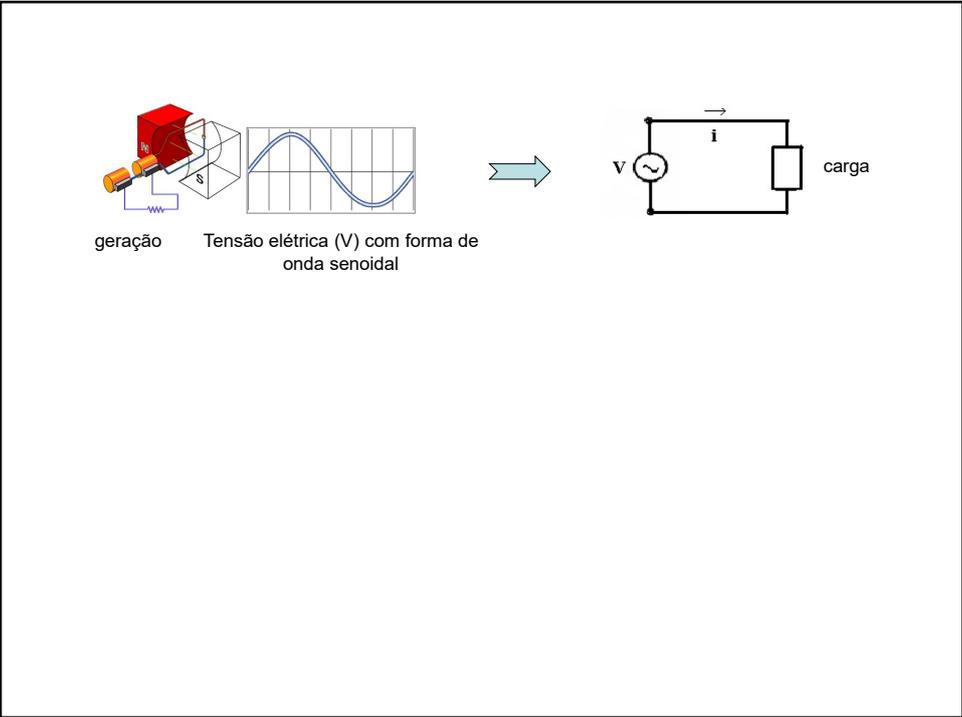
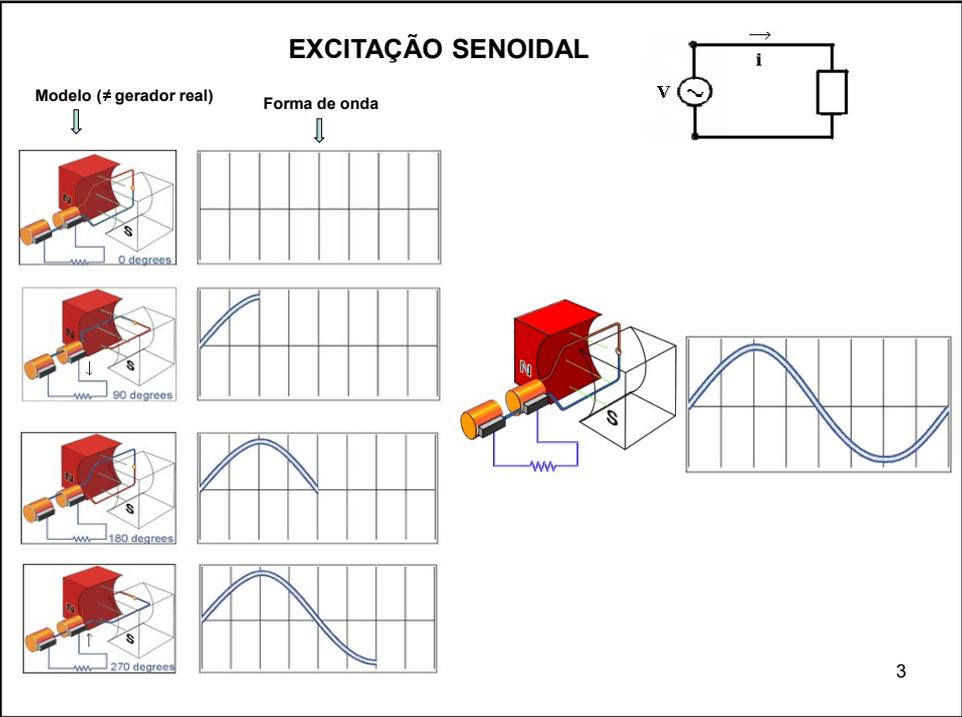
PEN5004 Fundamentos Físicos dos Processos Energéticos

2022

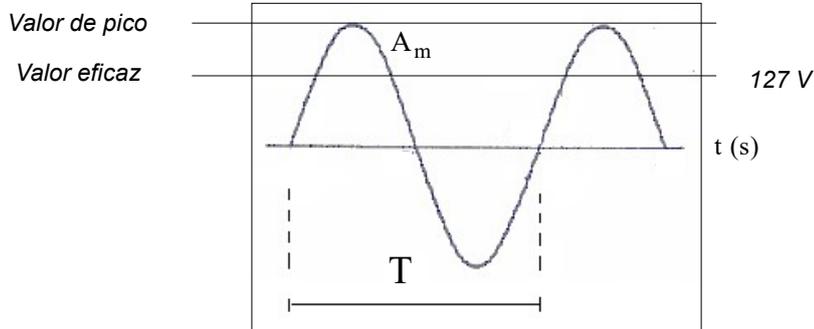
Hélio Tatizawa

1





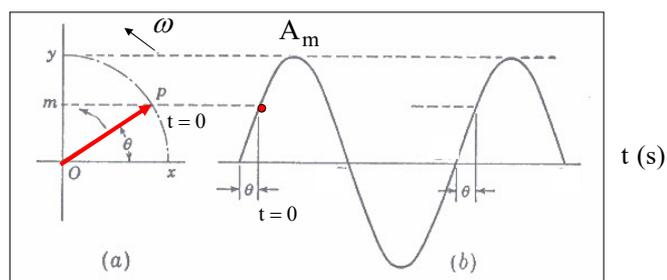
Valores médio e eficaz da grandeza senoidal



⇒ Valor médio de uma função periódica $= \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$ ($=0 \Rightarrow$ alternada)

⇒ Valor eficaz de uma função periódica $= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f(t)^2 dt} = \frac{A_m}{\sqrt{2}}$

Representação por vetor girante ⇒ diagrama fasorial



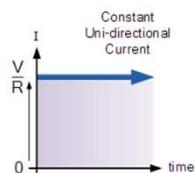
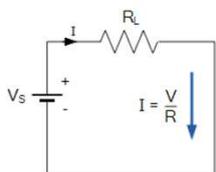
$f =$ frequência (Hz) $\left\{ \begin{array}{l} \text{número de ciclos que a} \\ \text{função descreve por} \\ \text{unidade de tempo (seg)} \end{array} \right.$

$\omega =$ freq. angular (rad/s) $= 2 \pi f$

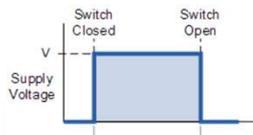
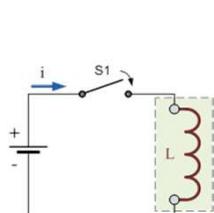
http://www.learnabout-electronics.org/ac_theory/ac_ccts_52.php

http://www.learnabout-electronics.org/ac_theory/ac_ccts_53.php

CORRENTE CONTÍNUA



<https://www.electronics-tutorials.ws>

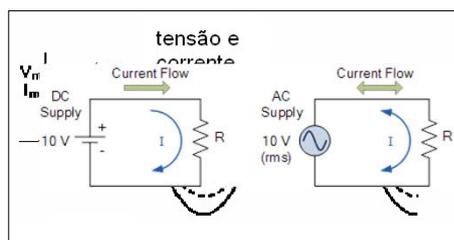


7

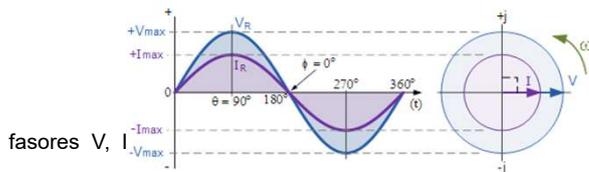
1 REGIME PERMANENTE SENOIDAL Defasagem e representação por fasores

Resistor

R = resistência [Ω]
(usual = m Ω ; Ω ; k Ω ; M Ω)



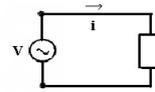
<https://www.electronics-tutorials.ws>



<https://www.electronics-tutorials.ws>

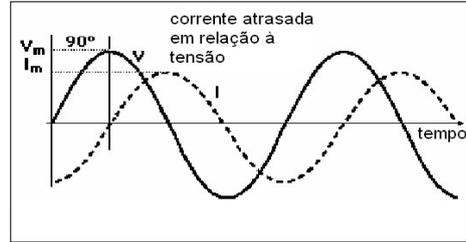
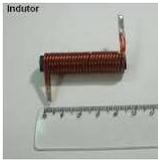
8

Defasagem e representação por fasores

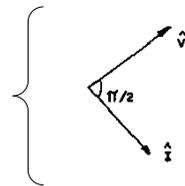


Indutor

L = indutância [H]
(usual = μH ; mH)

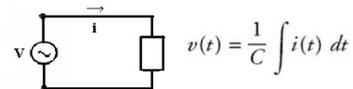


fasores V, I



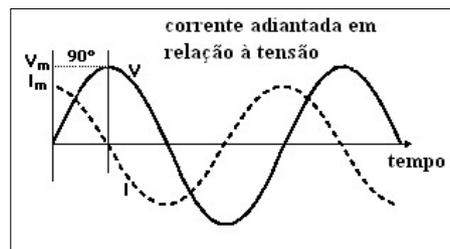
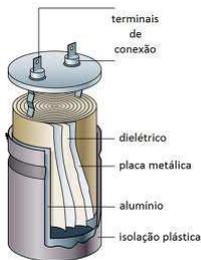
9

Defasagem e representação por fasores

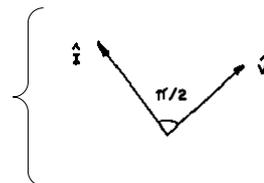


Capacitor

C = capacitância [F]
(usual = pF; nF; μF)



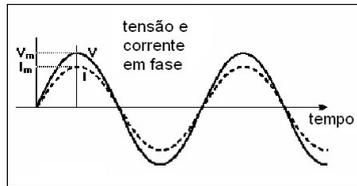
fasores V, I



10

Defasagem e representação por fasores

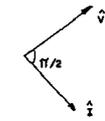
Resistor



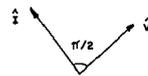
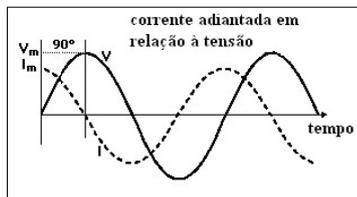
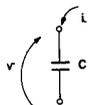
fasores V, I



Indutor



Capacitor



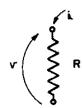
11

1.3 POTÊNCIA E ENERGIA EM REGIME PERMANENTE SENOIDAL

POTÊNCIA INSTANTÂNEA => RESISTOR, INDUTOR E CAPACITOR

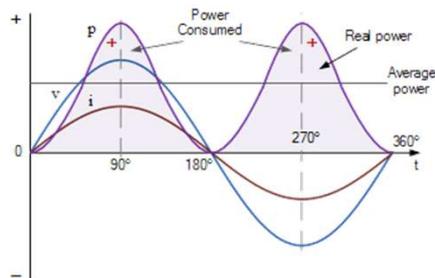
Resistor

R = resistência [Ω]
(usual = m Ω ; Ω ; k Ω ; M Ω)



$$P_{\text{instantânea consumida}} : p(t) = v(t) \cdot i(t) = R \cdot i(t)^2$$

A potência recebida pelo resistor é sempre não negativa, ou seja, sua potência é transformada irreversivelmente em calor.

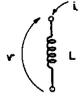


<https://www.electronics-tutorials.ws>

12

Indutor

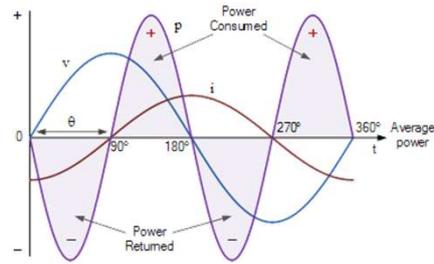
L = indutância [H]
(usual = μH; mH)



Capaz de armazenar energia magnética criada pela corrente que o atravessa

P_{instantânea} recebida: $p(t) = v(t) \cdot i(t) = L \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt}$

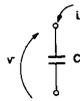
A potência pode ser positiva ou negativa



<https://www.electronics-tutorials.ws>

Capacitor

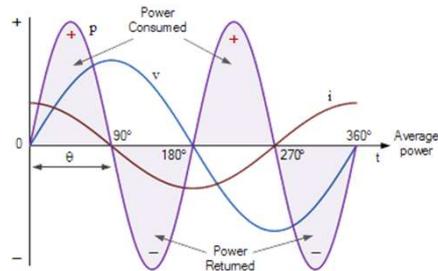
C = capacitância [F]
(usual = pF; nF; μF)



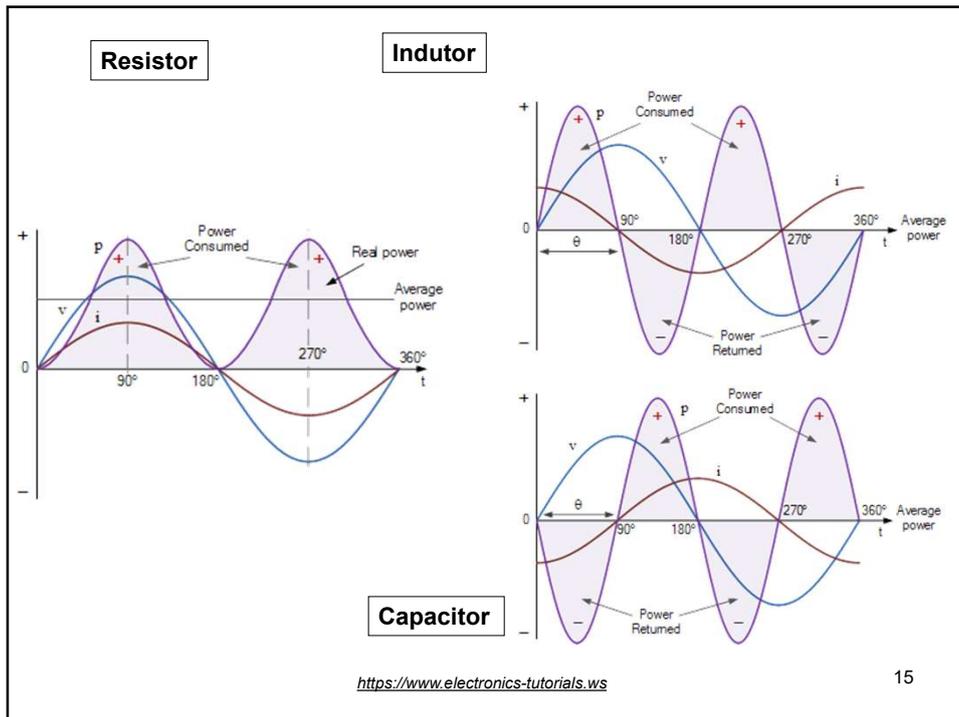
Capaz de armazenar energia eletrostática através das cargas elétricas

P_{instantânea} recebida: $p(t) = v(t) \cdot i(t) = v(t) \cdot C \cdot \frac{dv(t)}{dt}$

A potência pode ser positiva ou negativa



<https://www.electronics-tutorials.ws>



POTÊNCIAS ATIVA, REATIVA E APARENTE

supondo

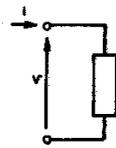
$$\begin{cases} v(t) = V_m \cos \omega t \\ i(t) = I_m \cos(\omega t - \psi) \end{cases}$$

Potência instantânea fornecida à carga : $p(t) = v(t) \cdot i(t)$

Valores eficazes

$$p(t) = VI \cos \psi + VI \cos(2\omega t - \psi)$$

16



carga

$$\begin{cases} v(t) = V_m \cos \omega t \\ i(t) = I_m \cos (\omega t - \psi) \end{cases}$$

Potência instantânea fornecida à carga : $p(t) = v(t) \cdot i(t)$

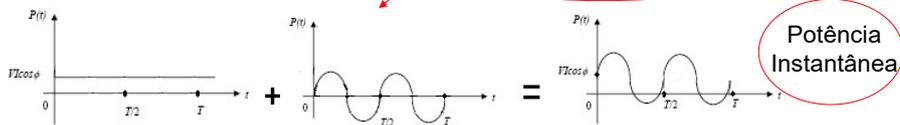
Valores eficazes

$$p(t) = V I \cos \psi + V I \cos (2 \omega t - \psi)$$

⇒ Qual o valor médio de $p(t)$?

constante

potência flutuante (energia fornecida e devolvida ao gerador)



Potência Instantânea

17

DEFINIÇÕES

Potência ativa (P)
(valor médio da potência instantânea)

⇒ $P = V I \cos \psi$ (W ou kW)

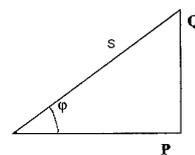
Potência reativa (Q)

⇒ $Q = V I \sin \psi$ (VAr ou kVAr)

Potência aparente (S)

⇒ $S = V I$ (VA ou kVA)

$P = S \cos \psi$ e $Q = S \sin \psi$ ⇒

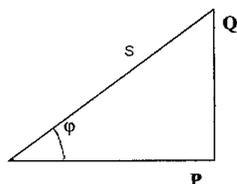


Triângulo de potência

18

$$P = S \cos \psi \quad \text{e} \quad Q = S \sin \psi \quad \Rightarrow$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$



Triângulo de potência

Fator de potência (f.p.) \Rightarrow

$$\cos \psi = \frac{P}{S} = \frac{P}{VI}$$

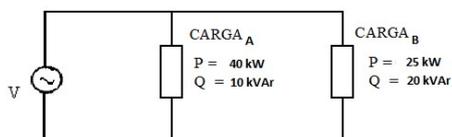
19

• EXEMPLO

Duas cargas monofásicas A e B são ligadas em paralelo. A carga A absorve 40 kW e 10 kVar, enquanto que a carga B absorve 25 kW e 20 kVar. Pede-se determinar:

- a potência aparente absorvida por cada uma das cargas;
- o fator de potência de ambas cargas;
- as potências ativa, reativa e aparente absorvidas pelo conjunto.

Resolução:



Nota: as cargas A e B são indutivas

Potência ativa (P)

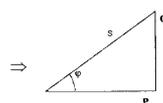
$$P = VI \cos \psi$$

Potência reativa (Q)

$$Q = VI \sin \psi$$

Potência aparente (S)

$$S = VI$$



$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

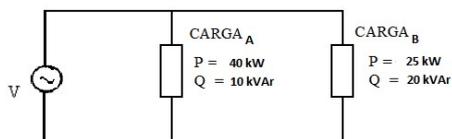
$$\cos \psi = \frac{P}{S} = \frac{P}{VI}$$

- a potência aparente absorvida por cada uma das cargas

Para a carga A tem-se: $S_A = \sqrt{P_A^2 + Q_A^2} = \sqrt{40.40 + 10.10} = 41,231 \text{ kVA}$,

enquanto que para a carga B tem-se: $S_B = \sqrt{P_B^2 + Q_B^2} = \sqrt{25.25 + 20.20} = 32,016 \text{ kVA}$.

20



Potência ativa (P)

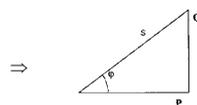
$$P = V I \cos \psi$$

Potência reativa (Q)

$$Q = V I \sin \psi$$

Potência aparente (S)

$$S = V I$$



$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\cos \psi = \frac{P}{S} = \frac{P}{VI}$$

b) o fator de potência de ambas cargas

Para a carga A tem-se: $\cos \varphi_A = \frac{P_A}{S_A} = \frac{40}{41,231} = 0,9701$ indutivo,

e para a carga B: $\cos \varphi_B = \frac{P_B}{S_B} = \frac{25}{32,016} = 0,7809$ indutivo.

c) as potências ativa, reativa e aparente absorvidas pelo conjunto

Potência ativa do conjunto: $P_C = P_A + P_B = 40 + 25 = 65 \text{ kW}$;

Potência reativa do conjunto: $Q_C = Q_A + Q_B = 10 + 20 = 30 \text{ kVAr}$;

Potência aparente do conjunto: $S_C = \sqrt{P_C^2 + Q_C^2} = \sqrt{65,65^2 + 30,30^2} = 71,589 \text{ kVA}$.

21

ENERGIA

A energia elétrica absorvida por uma carga representa o trabalho realizado pela carga, a menos das perdas que eventualmente ocorram no processo de utilização da energia.

A unidade de medida de energia no Sistema Internacional é o *joule (J)*, que é equivalente ao *watt-segundo*:

$$1 \text{ J} = 1 \text{ W.s}$$

Em sistemas elétricos é comum utilizar-se o quilowatt-hora (kWh), que corresponde à energia absorvida por uma carga de potência 1 kW trabalhando durante 1 hora:

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Também são empregados o *megawatt-hora (MWh)* e o *gigawatt-hora (GWh)*:

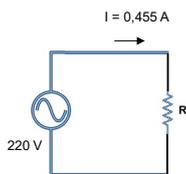
$$1 \text{ GWh} = 1000 \text{ MWh}$$

22

Exemplo: a energia consumida ao fim de 1 mês por uma lâmpada incandescente de 100 W que permanece acesa 5 horas por dia é:

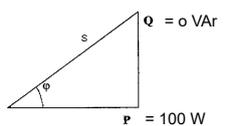
$$100 \cdot 5 \cdot 30 = 15\,000 \text{ Wh} = 15 \text{ kWh}$$

carga resistiva



Fator de potência

$$\cos \psi = \frac{P}{S} = 1$$



$$\psi = 0^\circ$$

$$S = 100 \text{ VA}$$

$$S = VI \Rightarrow I = 0,455 \text{ A}$$

Carga energizada 5h/dia

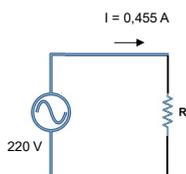
Consumo mensal



Energia ativa (kWh) = 15 kWh

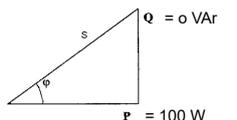
Energia reativa (kVArh) = 0 kVArh

carga resistiva



Fator de potência

$$\cos \psi = \frac{P}{S} = 1$$



$$\psi = 0^\circ$$

$$S = 100 \text{ VA}$$

$$S = VI \Rightarrow I = 0,455 \text{ A}$$

Carga energizada 5h/dia

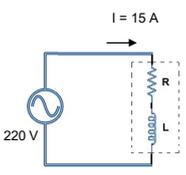
Consumo mensal



Energia ativa (kWh) = 15 kWh

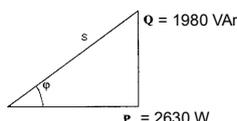
Energia reativa (kVArh) = 0 kVArh

carga indutiva



Fator de potência

$$\cos \psi = \frac{P}{S} = 0,8$$



$$\psi = 36,9^\circ$$

$$S = 3292 \text{ VA}$$

$$S = VI \Rightarrow I = 15 \text{ A}$$

Carga energizada 5h/dia

Consumo mensal



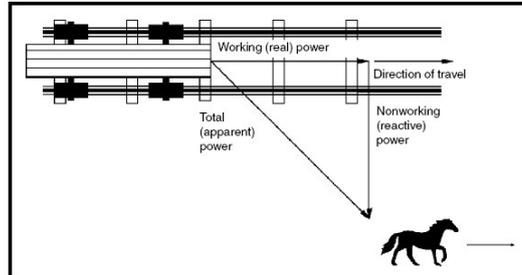
Energia ativa (kWh) = 394,5 kWh

Energia reativa (kVArh) = 297 kVArh

REDUCING POWER FACTOR COST

Low power factor is expensive and inefficient. Many utility companies charge you an additional fee if your power factor is less than 0.95. Low power factor also reduces your electrical system's distribution capacity by increasing current flow and causing voltage drops. This fact sheet describes power factor and explains how you can improve your power factor to reduce electric bills and enhance your electrical system's capacity.

What is Power Factor?



Correção do fator de potência



- perdas ↓
- capacidade ↑
- níveis de tensão ↑

27

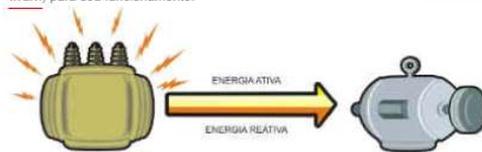
ELEKTRO

Energia Ativa e Reativa



MOTOR

1 - Motores, transformadores, reatores de lâmpadas e outros equipamentos com rolamentos precisam, além da energia ativa medida em kWh de outra forma de energia elétrica, chamada de energia reativa (no caso, indutiva medida em kvarh) para seu funcionamento.



TRANSFORMADOR

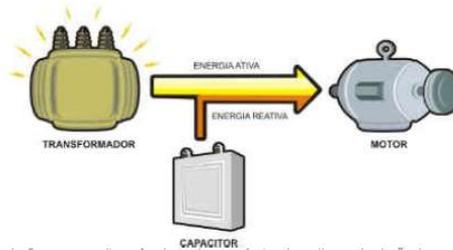
MOTOR

2 - Apesar de necessária, a utilização de energia reativa indutiva deve ser limitada ao mínimo possível, por não realizar trabalho efetivo, servindo apenas para magnetizar as bobinas dos equipamentos. O excesso de energia reativa exige condutores de maior seção e transformadores de maior capacidade. A esse excesso estão associadas ainda perdas por aquecimento e quedas de tensão.

28

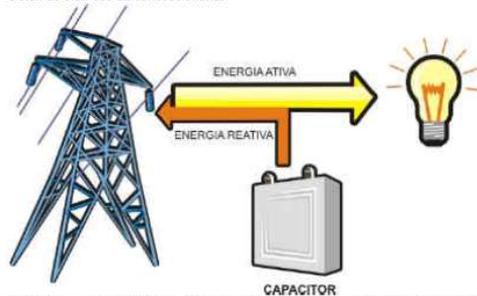
Bancos de Capacitores

3 - Uma forma econômica e racional de se obter energia reativa necessária para a operação dos equipamentos é a instalação de bancos de capacitores próximos a esses equipamentos. A instalação de capacitores, porém, deve ser precedida de medidas operacionais que levem à diminuição da necessidade de reativo, como o desligamento de motores e outras cargas indutivas ociosas ou superdimensionadas.



29

4 - Com os capacitores funcionando como fontes de reativo, a circulação dessa energia fica limitada aos pontos onde ela é efetivamente necessária, reduzindo perdas, melhorando condições operacionais e liberando capacidade em transformadores e condutores para atendimento a novas cargas, tanto nas instalações consumidoras como nos sistemas elétricos da concessionária.



5 - Os bancos de capacitores devem ser total ou parcialmente desligados em conformidade com o uso dos motores e transformadores para não haver excesso de energia reativa capacitiva, causando efeitos adversos ao sistema elétrico da concessionária.

Fator de Potência

6 - Uma forma de avaliar se a energia reativa está sendo utilizada racionalmente é relacioná-la com a energia ativa através do "fator de potência". Valores altos de fator de potência (próximo de 1,00) indicam que está sendo utilizada pouca energia reativa em relação à energia ativa, revelando uso racional de energia elétrica. Em oposição, valores baixos de fator potência (abaixo de 0,92) indicam que há excesso de energia reativa.

30

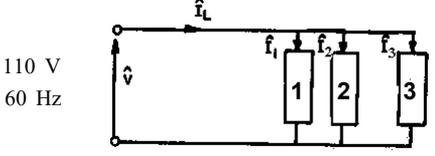
Exemplo

Consideremos uma linha monofásica de um circuito de distribuição de 110 V, 60 Hz, alimentando as seguintes cargas :

- 1- cinco lâmpadas incandescentes, de 100 W cada;
- 2- dez lâmpadas fluorescentes, consumindo 44 W cada (inclusive reator), com f.p. 0,6 indutivo (ou em atraso);
- 3- um motor de indução monofásico, que consome 1 kW, com 12 A, também indutivo.

Deseja-se calcular a corrente de linha (I_L) e o fator de potência do circuito ($\cos \psi$)

31



Circuito de distribuição monofásico.

a) corrente de linha ($I_L = ?$)

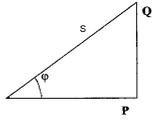
b) f. p. do circuito ($\cos \psi = ?$)

	P (kW)	Q (kVAr)	
1 - L. incandescente $P_1 = 5 \times 100 \text{ W}$	0,500	0	
2 - L. fluorescente $P_2 = 10 \times 44 \text{ W}, \cos \psi_2 = 0,6 \text{ ind}$	0,440	0,587	$P_2 = S_2 \cos \psi_2$ $Q_2 = S_2 \sin \psi_2$
3 - M. Indução monofásico $P_3 = 1 \text{ kW}, I_3 = 12 \text{ A}, \text{ind}$	1,000	0,861	$S_3 = V \cdot I_3$ $P_3 = S_3 \cos \psi_3$ $Q_3 = S_3 \sin \psi_3$
	$P_{\text{circ}} = 1,94$	$Q_{\text{circ}} = 1,45$	32

$Q_{\text{circ}} = 1,45 \text{ kVAr}$

a) cálculo da potência aparente do circuito (S_{circ})

$$S_{\text{circ}} = \sqrt{P_{\text{circ}}^2 + Q_{\text{circ}}^2}$$



$P_{\text{circ}} = 1,94 \text{ kW}$

→ $S_{\text{circ}} = \sqrt{1,94^2 + 1,45^2} \rightarrow S_{\text{circ}} = 2,42 \text{ kVA}$

b) cálculo de I_L

$$S_{\text{circ}} = V \cdot I_L$$

→

$$I_L = \frac{S_{\text{circ}}}{V} = \frac{2,42}{0,11}$$

→

$$I_L = 22,0 \text{ A}$$

c) cálculo do fator de potência do circuito

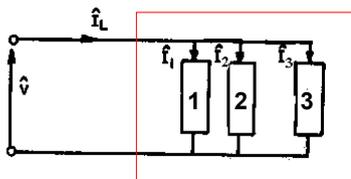
$$\cos \psi = \frac{P_{\text{circ}}}{V \cdot I_L} = \frac{P_{\text{circ}}}{S_{\text{circ}}}$$

→

$$\cos \psi = 0,80$$

33

110 V
60 Hz



$P_{\text{circ}} = 1,94 \text{ kW}$

$Q_{\text{circ}} = 1,45 \text{ kVAr}$

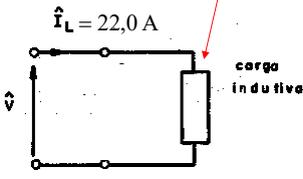
}



$S_{\text{circ}} = 2,42 \text{ kVA}$

- o circuito é indutivo e $\cos \psi = 0,80$

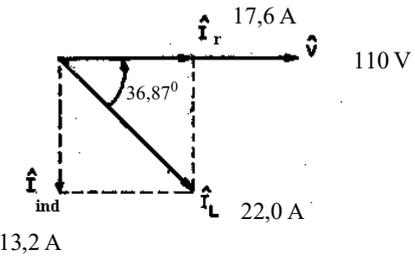
⇒ I_L atrasada em relação à V ($\psi = 36,87^\circ$)



$\hat{I}_L = 22,0 \text{ A}$

carga indutiva

⇒



$\hat{I}_r = 17,6 \text{ A}$

$\hat{I}_{\text{ind}} = 13,2 \text{ A}$

$\hat{I}_L = 22,0 \text{ A}$

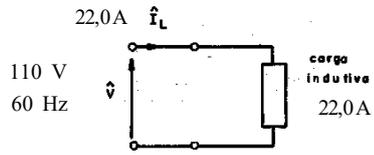
110 V

$36,87^\circ$

34

Correção do fator de potência de 0,80 para 0,92

antes



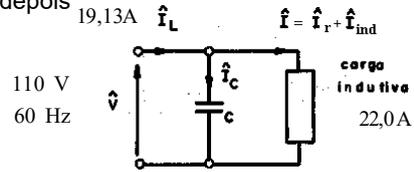
$$\cos \psi = 0,80 \quad (\psi = 36,87^\circ)$$

$$P_{\text{circ}} = 1,94 \text{ kW}$$

$$Q_{\text{circ}} = 1,45 \text{ kVAr}$$

$$S_{\text{circ}} = 2,42 \text{ kVA}$$

depois



$$\cos \psi' = 0,92 \quad (\psi = 23,07^\circ)$$

$$P_{\text{circ}} = 1,94 \text{ kW}$$

$$Q_{\text{circ}} = (1,45 - 0,629) = 0,821 \text{ kVAr}$$

$$Q_{\text{circ}} = 0,821 \text{ kVAr}$$

$$S_{\text{circ}} = 2,11 \text{ kVA}$$

$$S_{\text{circ}} = V \cdot I_L$$

35