



Geometria Analítica

Prof. Dr. Lucas Barboza Sarno da Silva

LISTA DE EXERCÍCIOS

1. Prove que  $|\langle \vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \rangle| \leq \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \|\vec{w}\|$ , quaisquer que sejam os vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ . Dê a interpretação geométrica.
2. Prove que  $(\vec{u} + \vec{v}, \vec{v} + \vec{w}, \vec{w} + \vec{u}) = 2(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ .
3. Verificar se são coplanares:
  - a)  $\vec{u} = (3, -1, 2)$ ,  $\vec{v} = (1, 2, 1)$  e  $\vec{w} = (-2, 3, 4)$
  - b)  $\vec{u} = (2, -1, 0)$ ,  $\vec{v} = (3, 1, 2)$  e  $\vec{w} = (7, -1, 2)$
  - c)  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(-2, -1, -3)$ ,  $C(0, 2, -2)$  e  $D(-1, 0, -2)$
  - d)  $A(2, 1, 3)$ ,  $B(3, 2, 4)$ ,  $C(-1, -1, -1)$  e  $D(0, 1, 1)$
4. Sejam os vetores  $\vec{u} = (1, 1, 0)$ ,  $\vec{v} = (2, 0, 1)$ ,  $\vec{w}_1 = 3\vec{u} - 2\vec{v}$ ,  $\vec{w}_2 = \vec{u} + 3\vec{v}$  e  $\vec{w}_3 = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ . Determinar o volume do paralelepípedo definido por  $\vec{w}_1$ ,  $\vec{w}_2$  e  $\vec{w}_3$ .
5. Calcular o volume do tetraedro ABCD, sendo dados:
  - a)  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 1, 0)$ ,  $C(0, 0, 1)$  e  $D(4, 2, 7)$
  - b)  $A(-1, 3, 2)$ ,  $B(0, 1, -1)$ ,  $C(-2, 0, 1)$  e  $D(1, -2, 0)$ . Calcular também a medida da altura traçada do vértice A.
6. Determinar os pontos da reta  $r: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-2}$  que têm: a) abscissa 5, b) ordenada 4, c) cota 1.
7. O ponto  $P(2, y, z)$  pertence à reta determinada por  $A(3, -1, 4)$  e  $B(4, -3, -1)$ . Calcular P.
8. Determinar as equações reduzidas da reta, com variável independente  $x$ , que passa pelo ponto  $A(4, 0, -3)$  e tem a direção do vetor  $\vec{v} = (2, 4, 5)$ .
9. Determinar as equações reduzidas da reta, tendo  $z$  como variável independente, que passa pelos pontos  $P_1(-1, 0, 3)$  e  $P_2(1, 2, 7)$ .
10. Qual deve ser o valor de  $m$  para que os pontos  $A(3, m, 1)$ ,  $B(1, 1, -1)$  e  $C(-2, 10, -4)$  pertençam à mesma reta?
11. Determinar as equações das seguintes retas:
  - a) Reta que passa por  $A(1, -2, 4)$  e é paralela ao eixo  $x$ .
  - b) Reta que passa por  $B(3, 2, 1)$  e é perpendicular ao plano  $xOz$ .
  - c) Reta que passa por  $A(2, 3, 4)$  e é ortogonal ao mesmo tempo aos eixos dos  $x$  e dos  $y$ .



12. Determinar o ângulo entre as seguintes retas:

$$r: \begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 2t \\ z = 3 - 4t \end{cases} \quad \text{e} \quad s: \frac{x}{4} = \frac{y+6}{2} = \frac{z-1}{2}$$

13. Quais as equações reduzidas da reta que passa pelo ponto  $A(-2,1,0)$  e é paralela à reta

$$r: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-1}?$$

14. A reta

$$r: \begin{cases} y = mx + 3 \\ z = x - 1 \end{cases}$$

é ortogonal à reta determinada pelos pontos  $A(1,0,m)$  e  $B(-2,2m,2m)$ . Calcular o valor de  $m$ .

15. Calcular o ponto de interseção das retas:

$$\text{a) } r: \begin{cases} y = 3x - 1 \\ z = 2x + 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad s: \begin{cases} y = 4x - 2 \\ z = 3x \end{cases}$$

$$\text{b) } r: \begin{cases} y = -5 \\ z = 4x + 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad s: \begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{z-5}{-3}; y = -5 \end{cases}$$

16. O ponto  $P(9,14,7)$  divide o segmento  $P_1P_2$  na razão  $\frac{2}{3}$ . Determine  $P_2$ , sabendo que  $P_1(1,4,3)$ .