

SEM5951

Fatores Humanos em Aviação

Modelos matemáticos de pilotos aeronáuticos
Pilot Induced Oscillations

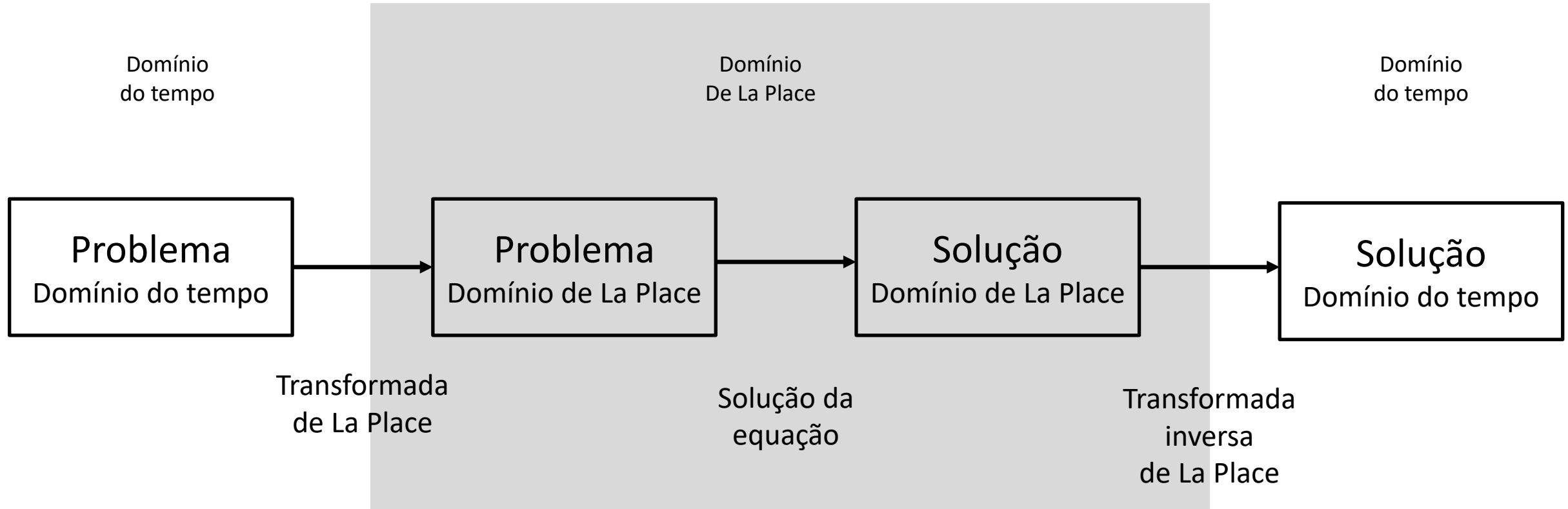
Prof. Dr. Jorge Henrique Bidinotto

jhbidi@sc.usp.br

- **Revisão – Sistemas de Controle**
- **Modelos matemáticos de pilotos aeronáuticos**
- **Pilot Induced Oscillations (PIO)**

- **Revisão – Sistemas de Controle**
- Modelos matemáticos de pilotos aeronáuticos
- Pilot Induced Oscillations (PIO)

- Transformada de La Place



- Transformada de La Place
- Ferramenta importante na solução de EDOs

$$\mathcal{L}[f(t)] = \int_{0^+}^{\infty} f(t)e^{-st}dt = F(s)$$

- Variável s complexa – domínio complexo $s = \sigma + i\omega$ $i = \sqrt{-1}$
 - Resolve a EDO já considerando as CIs
- Ferramenta importante no estudo de sistemas de controle
 - Fácil manipulação na Função de Transferência
 - Obtenção da resposta – análise do desempenho
 - Análise da estabilidade: polos e zeros

- Transformada de La Place
- Principais propriedades e teoremas

- Propriedade: superposição (linearidade)

$$\mathcal{L}[\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)] = \alpha F_1(s) + \beta F_2(s)$$

- Propriedade: atraso de tempo: $f_1(t) = f(t - \lambda)$ com $\lambda > 0$

$$F_1(s) = e^{-s\lambda} F(s)$$

- Propriedade: multiplicação por e^{-at} : $f_1(t) = e^{-at} f(t)$

$$F_1(s) = F(s + a)$$

- Propriedade: multiplicação pelo tempo $f_1(t) = tf(t)$

$$F_1(s) = \mathcal{L}[tf(t)] = -\frac{d}{ds} F(s)$$

- Transformada de La Place
- Principais propriedades e teoremas
 - Teorema do valor final: estabelece que o comportamento em regime permanente de $f(t)$ é o mesmo que o comportamento de $s = 0$ nas proximidades de $sF(s)$.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

- Teorema do valor inicial: estabelece que se $f(t)$ e $\frac{d}{dt}f(t)$ são transformáveis por Laplace e se o limite de $sF(s)$ existe, então

$$f(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$$

- Teorema da derivação real: relaciona a TL da derivada de uma função $f(t)$ da seguinte forma (duas maneiras derivadas)

$$\mathcal{L} \left[\frac{d}{dt} f(t) \right] = sF(s) - f(0)$$
$$\mathcal{L} \left[\frac{d^2}{dt^2} f(t) \right] = s^2 F(s) - sf(0) - \dot{f}(0)$$

Clis:

$f(0)$ Valor da função em $t = 0$

$\dot{f}(0) = \frac{d}{dt} f(t)$ em $t = 0$

- Transformada de La Place
- Principais propriedades e teoremas

- Teorema da integração real: se $f(t)$ é de ordem exponencial, a transformada de $\int f(t) dt$ existe e é dada por:

$$\mathcal{L} \left[\int f(t) dt \right] = \frac{F(s)}{s} + \frac{f^{-1}(0)}{s}$$

em que $f^{-1}(0) = \int f(t) dt$ calculada em $t = 0$

- Integral de convolução: operação matemática dada por:

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_0^t f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau$$

- Se $f_1(t)$ e $f_2(t)$ são seccionalmente contínuas e de ordem exponencial, então:

$$\mathcal{L} \left[\int_0^t f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau \right] = F_1(s) F_2(s)$$

- Transformada Inversa de Laplace:
- Definição:

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s)] = f(t)$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\omega}^{\sigma+i\omega} F(s)e^{st} ds$$

- Um método conveniente para a obtenção da transformada inversa é utilizar uma tabela de pares de transformada
- Se a função não puder ser encontrada em tabelas, pode-se efetuar a expansão em frações parciais, obtendo-se funções cujas inversas são facilmente encontradas

• Transformada Inversa de Laplace:

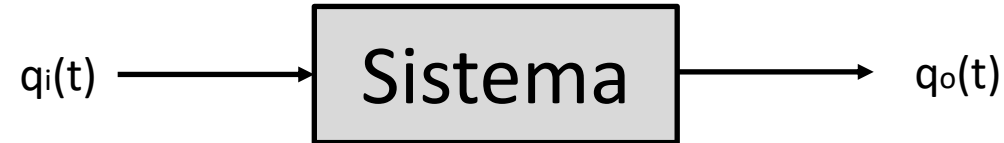
Tabela 2.1 Pares de transformadas de Laplace.

	$f(t)$	$F(s)$
1	Impulso unitário $\delta(t)$	1
2	Degrau unitário $1(t)$	$\frac{1}{s}$
3	t	$\frac{1}{s^2}$
4	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{1}{s^n}$
5	$t^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
6	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
7	te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
8	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-at} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{1}{(s+a)^n}$
9	$t^n e^{-at} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
10	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
11	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
12	$\sinh \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 - \omega^2}$
13	$\cosh \omega t$	$\frac{s}{s^2 - \omega^2}$

Tabela 2.1 (continuação)

14	$\frac{1}{a}(1 - e^{-at})$	$\frac{1}{s(s+a)}$
15	$\frac{1}{b-a}(e^{-at} - e^{-bt})$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$
16	$\frac{1}{b-a}(be^{-bt} - ae^{-at})$	$\frac{s}{(s+a)(s+b)}$
17	$\frac{1}{ab} \left[1 + \frac{1}{a-b}(be^{-at} - ae^{-bt}) \right]$	$\frac{1}{s(s+a)(s+b)}$
18	$\frac{1}{a^2}(1 - e^{-at} - ate^{-at})$	$\frac{1}{s(s+a)^2}$
19	$\frac{1}{a^2}(at - 1 + e^{-at})$	$\frac{1}{s^2(s+a)}$
20	$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
21	$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$
22	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t \quad (0 < \zeta < 1)$	$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$
23	$-\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t - \phi)$ $\phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$ $(0 < \zeta < 1, \quad 0 < \phi < \pi/2)$	$\frac{s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$
24	$1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \phi)$ $\phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$ $(0 < \zeta < 1, \quad 0 < \phi < \pi/2)$	$\frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$
25	$1 - \cos \omega t$	$\frac{\omega^2}{s(s^2 + \omega^2)}$
26	$\omega t - \sin \omega t$	$\frac{\omega^3}{s^2(s^2 + \omega^2)}$
27	$\sin \omega t - \omega t \cos \omega t$	$\frac{2\omega^3}{(s^2 + \omega^2)^2}$
28	$\frac{1}{2\omega} t \sin \omega t$	$\frac{s}{(s^2 + \omega^2)^2}$
29	$t \cos \omega t$	$\frac{s^2 - \omega^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$
30	$\frac{1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t) \quad (\omega_1^2 \neq \omega_2^2)$	$\frac{s}{(s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_2^2)}$
31	$\frac{1}{2\omega} (\sin \omega t + \omega t \cos \omega t)$	$\frac{s^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$

- **Função de Transferência**
- Considerando o caso mais simples (SISO), em diagrama de blocos



- A FT representa a relação entre a saída q_o e a entrada q_i (sendo nulas todas as outras entradas e condições iniciais do problema) como função de um operador

$$H(D) = \frac{q_o}{q_i}(D)$$

Operador diferencial

$$D = \frac{d}{dt}$$

$$H(s) = \frac{Q_o}{Q_i}(s)$$

Variável de Laplace

$$s = \sigma + i\omega$$

$$H(\omega) = \frac{Q_o}{Q_i}(\omega)$$

Resposta em Frequência

$$s = i\omega$$

- **Função de Transferência**
- Considerações:
 - A FT é um modelo matemático do sistema;
 - A FT não está relacionada a amplitude e natureza da função de entrada;
 - A partir do conhecimento da FT é possível estudar o comportamento do sistema para várias formas de entrada;
 - A FT não fornece qualquer informação a respeito da estrutura física do sistema;
 - A FT pode ser obtida experimentalmente pela observação da saída para várias entradas conhecidas;
 - As FTs são utilizadas para caracterizar a relação entrada-saída de sistemas descritos por Eds invariantes no tempo

- **Função de Transferência**
- Considerando o sistema Linear Invariante no Tempo (LTI) definido pela EDO:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = b_0 f^{(m)} + b_1 f^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} \dot{f} + b_m f$$

$f(t)$ - entrada $y(t)$ - saída

a FT deste sistema é obtida tomando-se as TL de ambos os membros da equação, considerando as CIs nulas

$$\mathcal{L}[a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y] = \mathcal{L}[b_0 f^{(m)} + b_1 f^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} \dot{f} + b_m f]$$

resultando em

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

- **Função de Transferência**
- A FT de um sistema é um modelo matemático no sentido de que constitui um método operacional de expressar a equação diferencial que relaciona a variável da saída à de entrada
- De maneira eficaz:
 - A FT é definida como a relação entre a TL da saída (função resposta – medida) e a TL da variável de entrada (função excitação), considerando CIs nulas

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{\mathcal{L}[saída]}{\mathcal{L}[entrada]} \quad \text{Considerando CIs nulas}$$

Sendo

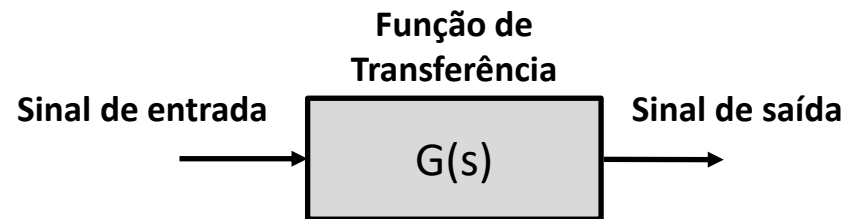
$f(t)$ - entrada

$y(t)$ - saída

- Este procedimento é realizado, quando necessário, nos casos em que a saída e a entrada possam ser medidas (usando sensores e/ou transdutores) e representadas matematicamente por uma função no tempo
- A resposta é então obtida por uma aplicação da TL inversa

- **Diagrama de Blocos**
- No cenário de controle moderno, o diagrama de blocos é utilizado para mostrar as funções que são executadas em cada um dos componentes do sistema
- É uma representação gráfica das funções desempenhadas por cada componente e o fluxo de sinal entre eles
- Descrevem o inter-relacionamento que existe entre os vários componentes do sistema de controle
- Possui a vantagem de indicar mais realisticamente o fluxo de sinais do sistema real

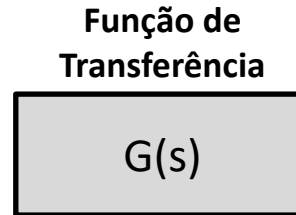
- Diagrama de Blocos
- Nos diagramas, todas as variáveis são ligadas umas às outras por meio de blocos funcionais
 - Bloco funcional (bloco) é um símbolo da operação matemática que é aplicada ao sinal de entrada do bloco que produz a saída
- A FT dos componentes geralmente é incluída nos blocos correspondentes, os quais estão conectados por setas que indicam a direção do fluxo de sinais
 - Seta que aponta para o bloco – sinal de entrada
 - Seta que sai do bloco – sinal de saída
 - O sinal pode passar somente no sentido indicado pelas setas



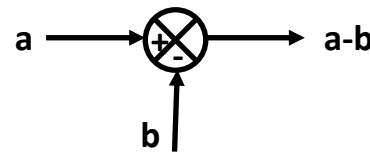
A dimensão do sinal de saída do bloco é a dimensão do sinal de entrada multiplicada pela dimensão da FT do bloco

- **Diagrama de Blocos**
- Vantagens da representação:
 - Facilidade de construir um diagrama de blocos para todo o sistema pela simples interligação dos blocos componentes, de acordo com o fluxo de sinais
 - Possibilidade de avaliar a contribuição de cada componente no desempenho global do sistema
 - Facilidade na visualização da operação funcional do sistema (mais fácil que o sistema físico)
- Um diagrama de blocos contém informações relativas ao comportamento dinâmico do sistema, mas não inclui nenhuma informação sobre a construção física do sistema (relação com a FT)

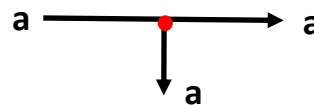
- Diagrama de Blocos
- Elementos principais de um diagrama de blocos:
 - Bloco: símbolo da operação matemática (FT)



- Ponto de soma: círculo com uma cruz que indica a operação de soma (ou subtração). É importante que as quantidades a serem somadas ou subtraídas possuam as mesmas dimensões e unidades

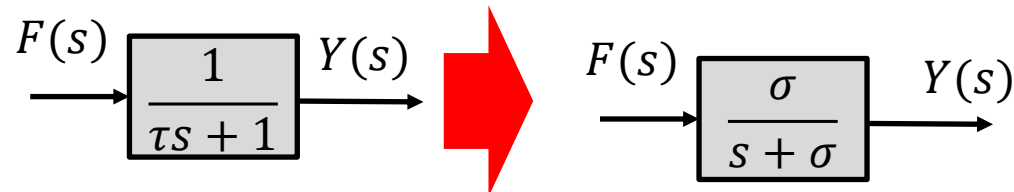
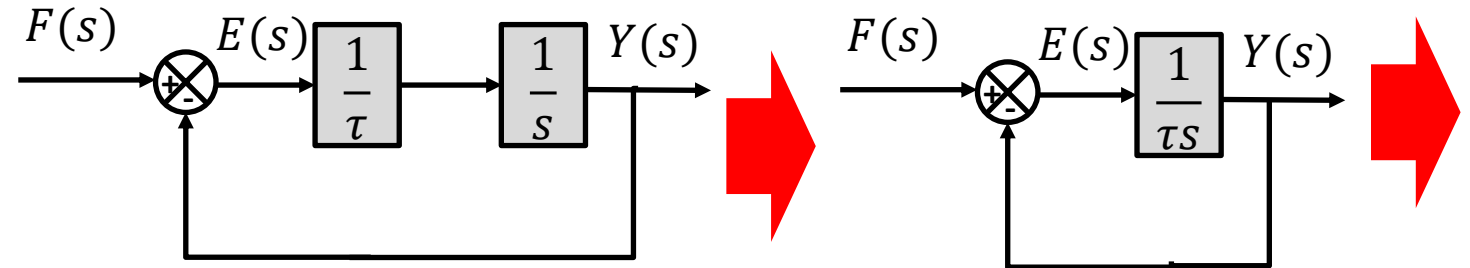


- Ponto de ramificação: ponto no qual o sinal avança simultaneamente em direção a outros blocos ou somadores

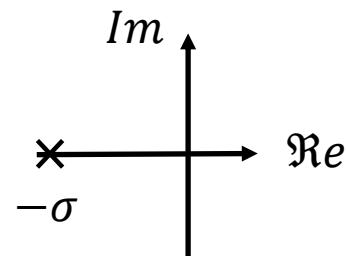


- **Sistemas de 1.a ordem**
- A FT padrão de um sistema de 1.a ordem é dada por

$$\frac{Y}{F}(s) = G(s) = \frac{1}{\tau s + 1} = \frac{1}{s + \sigma} \therefore \sigma = \frac{1}{\tau}$$

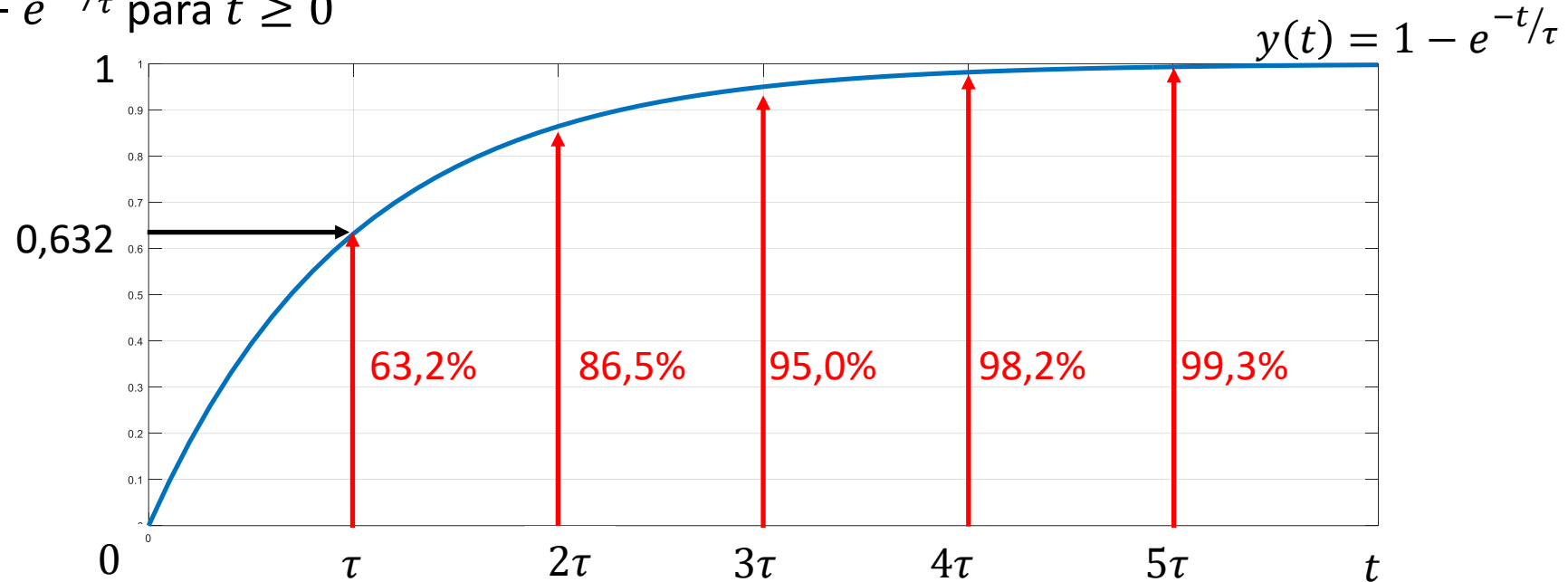


- Os polos e zeros podem ser representados por



- **Sistemas de 1.a ordem**
- Para se obter a resposta no tempo, aplica-se a inversa

$$y(t) = 1 - e^{-t/\tau} \text{ para } t \geq 0$$

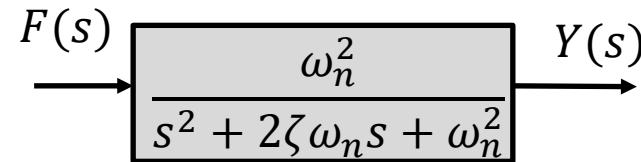


- O sinal de erro é dado por

$$e(t) = f(t) - y(t) = 1 - (1 - e^{-t/\tau})$$
- Conforme o valor de τ aumenta, a resposta demora mais para atingir o regime permanente

- **Sistemas de 2.a ordem**
- A FT padrão de um sistema de 2.a ordem é dada por:

$$\frac{Y}{F}(s) = G(s) = \frac{1}{\frac{1}{\omega_n^2}s^2 + \frac{2\zeta}{\omega_n}s + 1} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



- A equação característica deste sistema é utilizada para a determinação dos polos do sistema, e é dada por

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

- Os polos são dados por

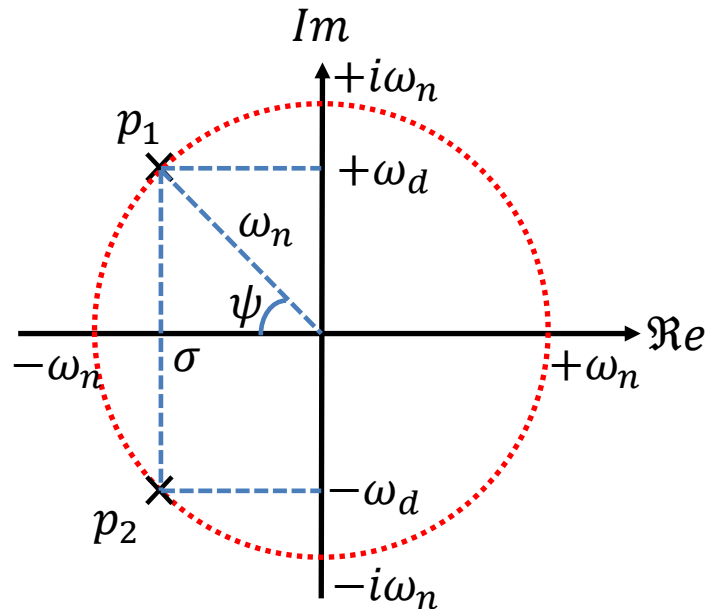
$$p = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = -\zeta\omega_n \pm \frac{\sqrt{(2\zeta\omega_n)^2 - 4\omega_n^2}}{2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} = -\zeta\omega_n \pm i\omega_d$$

- **Sistemas de 2.a ordem**
- No plano complexo, a representação dos polos é dada por

$$p_{1,2} = \sigma \pm i\omega_d$$

Parte real $\sigma = -\zeta\omega_n$

$\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$ parte imaginária



Distância entre a origem e a posição do polo

$$\begin{aligned} dist &= \sqrt{|\sigma|^2 + |\omega_d|^2} \\ &= \sqrt{(\zeta\omega_n)^2 + (\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2})^2} \\ &= \sqrt{\zeta^2\omega_n^2 + \omega_n^2 - \zeta^2\omega_n^2} = \omega_n \end{aligned}$$

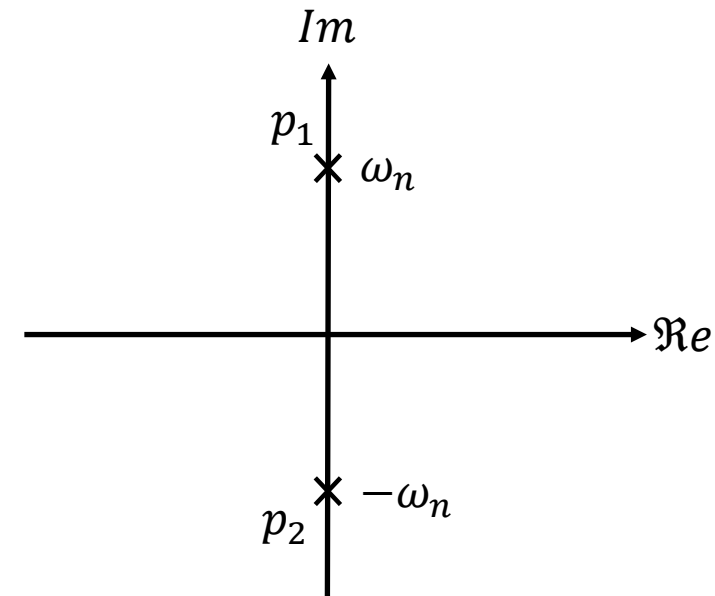
Relação do ângulo ψ

$$\cos\psi = \frac{|\sigma|}{\omega_n} = \frac{\zeta\omega_n}{\omega_n} = \zeta$$

- **Sistemas de 2.a ordem**
- Dependendo do valor do parâmetro ζ , os sistemas podem ser identificados como:
 - $\zeta = 0$ sistema não amortecido;
 - $0 < \zeta < 1$ sistema subamortecido;
 - $\zeta = 1$ sistema criticamente amortecido;
 - $\zeta > 1$ sistema superamortecido ou sobreamortecido.
- Será realizada então uma análise dos polos para cada um desses casos

- **Sistemas de 2.a ordem**
- $\zeta = 0$ sistema não amortecido
 - Quando o fator de amortecimento é nulo, a resposta tende a oscilar infinitamente
 - Os polos são dados por:

$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm i\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = \pm i\omega_n$$



- A FT é dada por

$$\frac{Y}{F}(s) = G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + \omega_n^2}$$

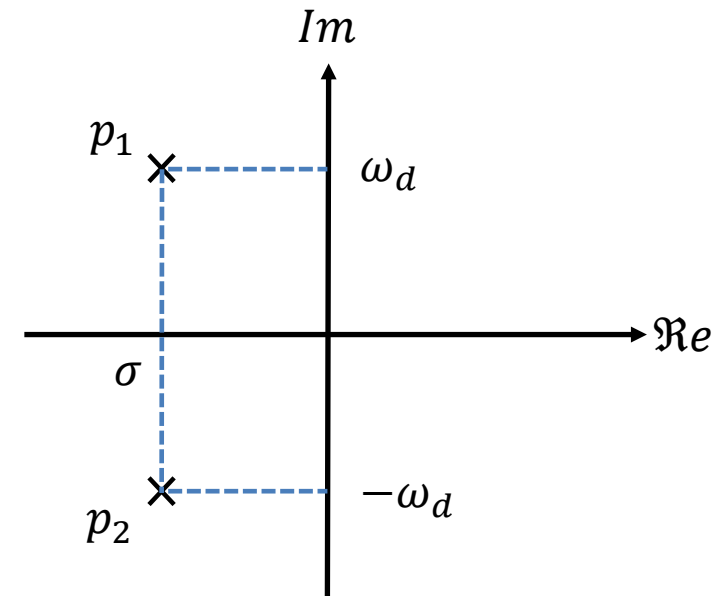
- **Sistemas de 2.a ordem**
- $0 < \zeta < 1$ sistema subamortecido;
 - Quando o fator de amortecimento está entre 0 e aproximadamente 0,7, ainda ocorre oscilação

- Os polos são dados por:

$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm i\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -\zeta\omega_n \pm i\omega_d$$

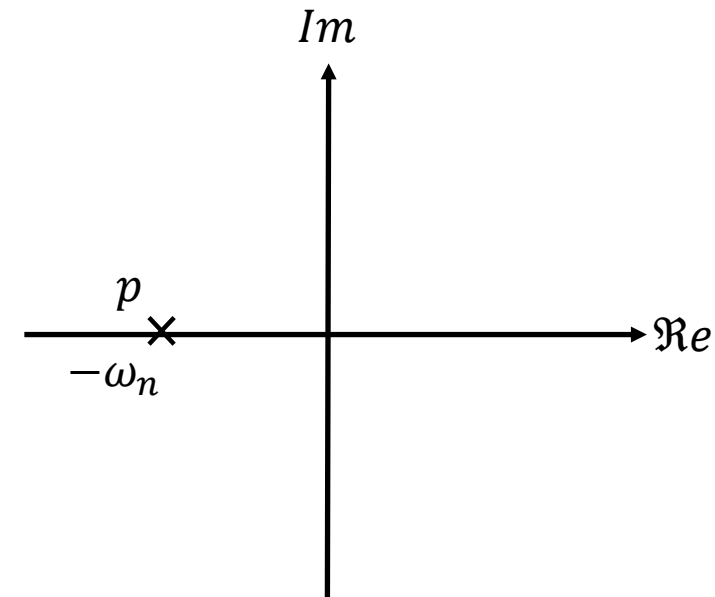
- A FT é dada por

$$\frac{Y}{F}(s) = G(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2}$$



- **Sistemas de 2.a ordem**
- $\zeta = 1$ sistema criticamente amortecido
 - Quando o fator de amortecimento é igual a 1, não ocorre oscilação
 - O polo é dado por:

$$p = -\zeta\omega_n \pm i\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} = -\omega_n \pm 0 = -\omega_n$$
 - Somente parte real

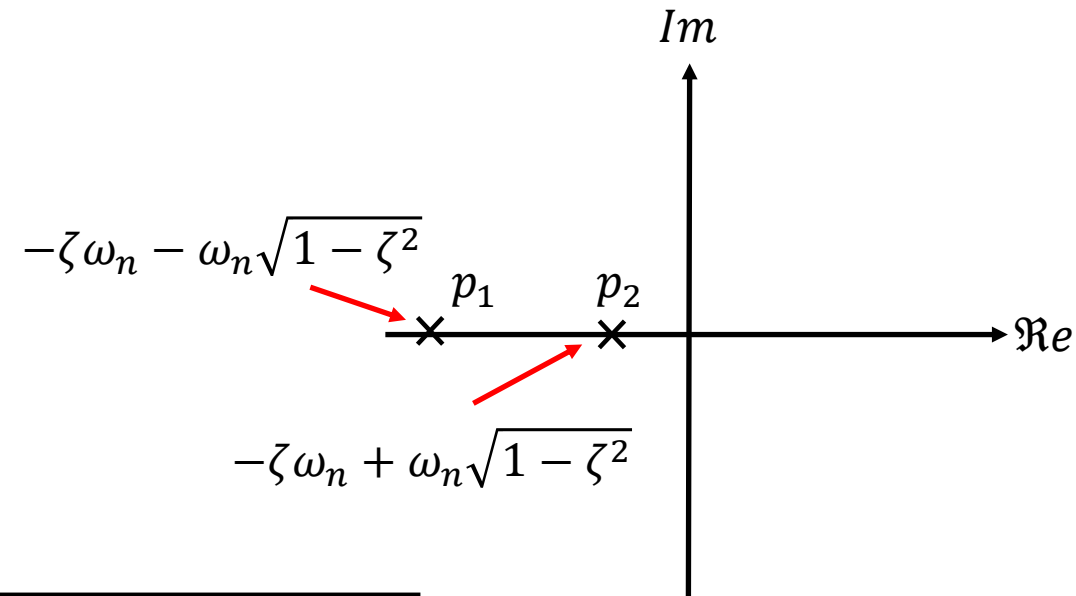


- A FT é dada por

$$\frac{Y}{F}(s) = G(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2}$$

- **Sistemas de 2.a ordem**
- $\zeta > 1$ sistema superamortecido ou sobreamortecido
 - Quando o fator de amortecimento é maior que 1, não ocorre oscilação
 - Os polos são dados por:

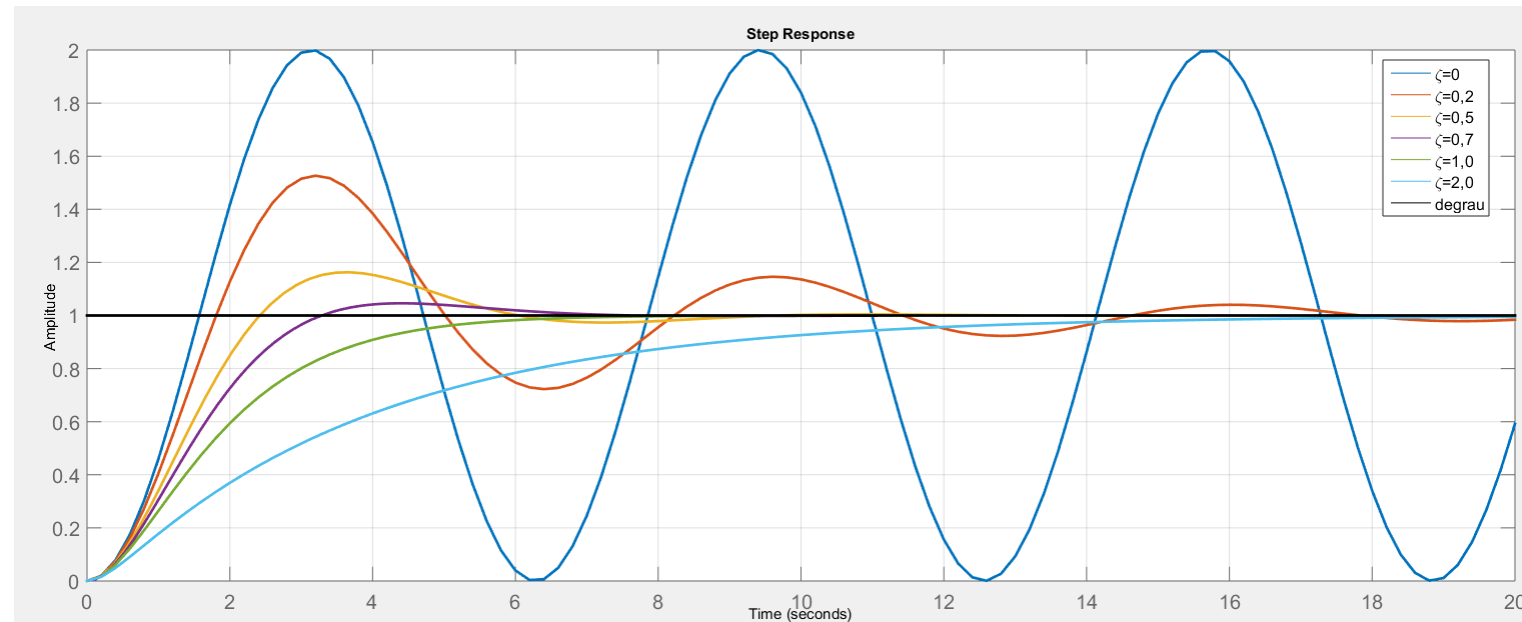
$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$$
 - Somente parte real



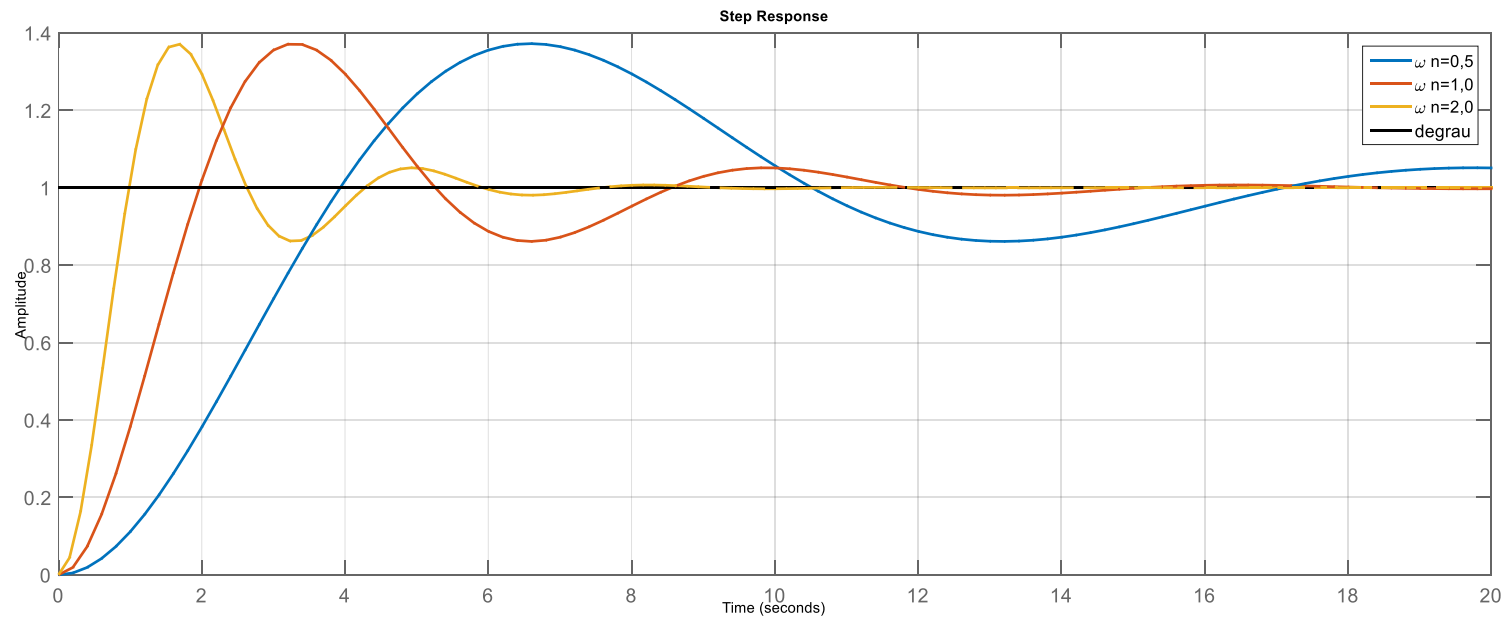
- A FT é dada por

$$\frac{Y}{F}(s) = G(s) = \frac{\omega_n^2}{\left(-\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}\right)\left(-\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}\right)}$$

- Sistemas de 2.a ordem
- Resposta a degrau unitário
 - Variando ζ
 - $\omega_n = 1 \text{ rad/s}$



- Sistemas de 2.a ordem
- Resposta a degrau unitário
 - Variando ω_n
 - $\zeta = 0,3$



- Revisão – Sistemas de Controle
- **Modelos matemáticos de pilotos aeronáuticos**
- Pilot Induced Oscillations (PIO)

- Início na década de 1940, com os dados da Segunda Guerra Mundial
- Aumento considerável a partir da década de 1960, com a Guerra Fria e a Corrida Espacial, com um enorme número de dados experimentais
- Um dos primeiros modelos: **Modelo de Tustin**, em 1947, na forma de Função de Transferência

$$Y_p(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = \frac{K_p(1 + Ts)e^{-\tau s}}{s}$$

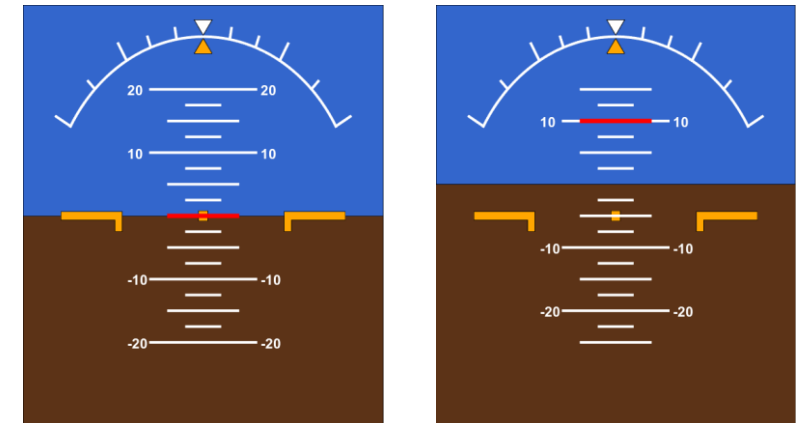
Comando do piloto $\rightarrow u(s)$

Sinal de erro $\rightarrow e(s)$

Ganho do piloto $\rightarrow K_p$

Constante de antecipação (relacionado com a experiência do piloto) $\rightarrow T$

Constante de atraso (sistema neuromuscular) $\rightarrow \tau$



- Modelo Crossover (McRuer, 1974)

Frequência de Crossover

Constante de atraso
(sistema neuromuscular)

$$Y_p(s)Y_c(s) = \frac{\omega_c e^{-\tau s}}{s}$$

FT da aeronave

- Este modelo só vale quando a atuação do piloto é no entorno de uma determinada frequência (frequência de crossover)

- Modelo de McRuer

$$Y_p(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = \frac{K_p e^{-\tau s}}{T_I s + 1}$$

Ganho do piloto

Constante de atraso
(sistema neuromuscular)

Constante de atraso
(relacionado com a experiência do piloto)

- Este modelo é indicado para modelamento de manobras onde a resposta da aeronave é descrita por uma função de segunda ordem (curto-período, fugoide ou Dutch-roll)

- Modelo de Precisão (Precision Model), de McRuer

$$Y_p(s) = K_p e^{-\tau s} \frac{(T_L s + 1)}{(T_I s + 1)} \left(\frac{1}{\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta_n}{\omega_n} s + 1 \right)} \right)$$

Constante de atraso (tempo de resposta)

Constante de antecipação (relacionado com a experiência do piloto)

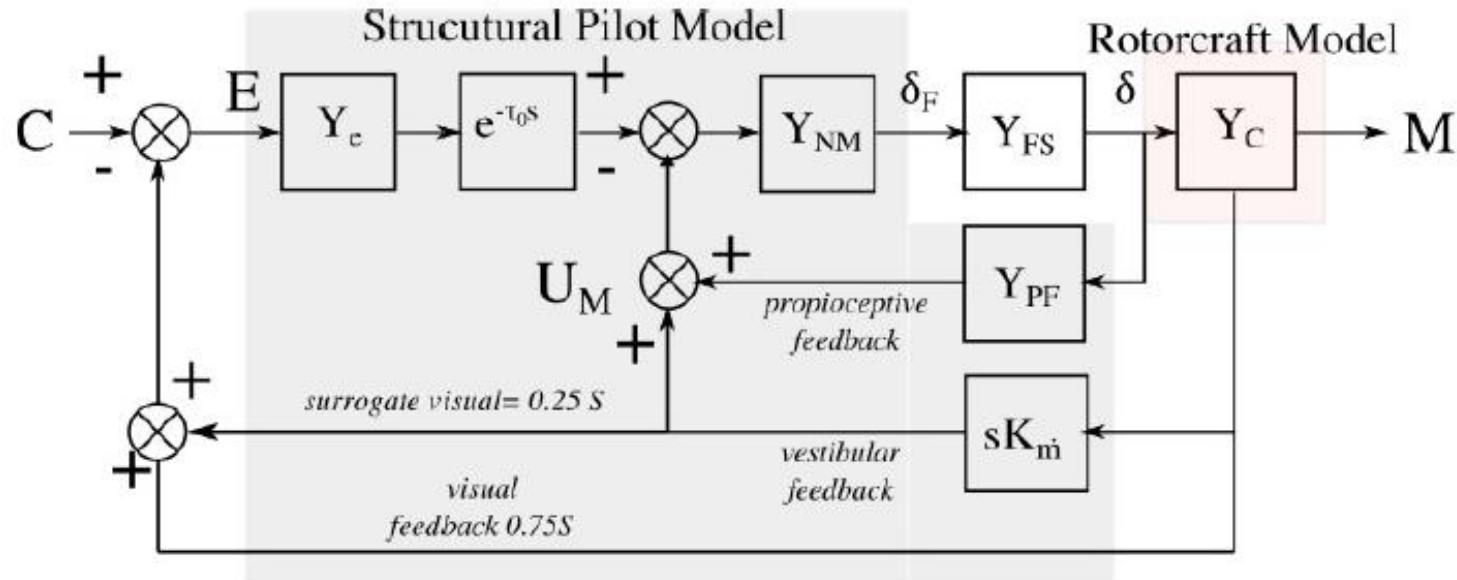
Ganho do piloto

Constante de atraso (relacionado com a experiência do piloto)

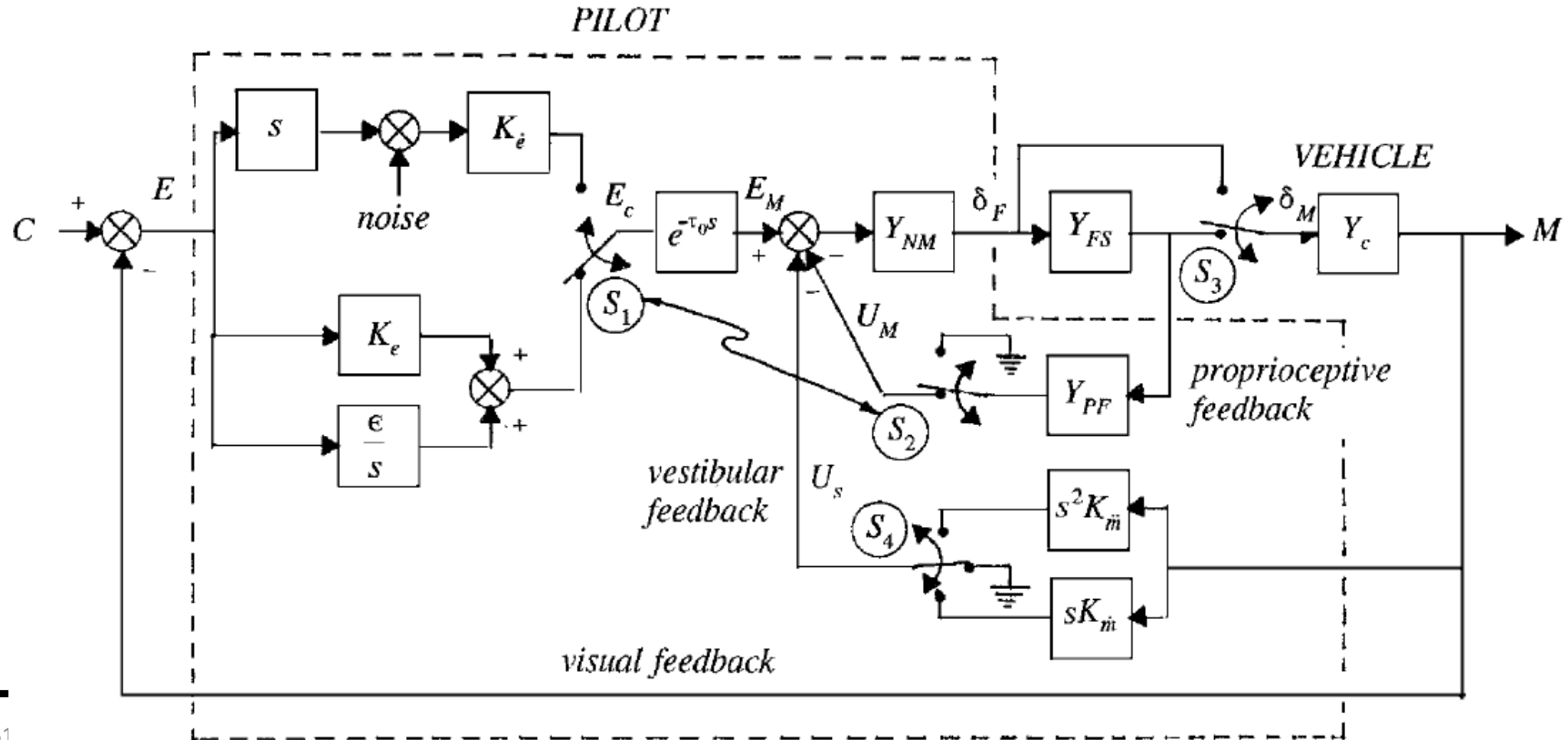
FT relacionada com a frequência natural e o fator de amortecimento do sistema neuromuscular do piloto

- Modelos Estruturados (Ronald Hess)
- Criados com a intenção de se separar cada componente do sistema
- Sua proposta se iniciou na década de 1970 e até hoje uma série de modelos estruturados vêm surgindo, visando modelagens cada vez mais complexas do piloto humanos
- Os modelos mais atuais buscam incluir a modelagem em condições anormais de voo

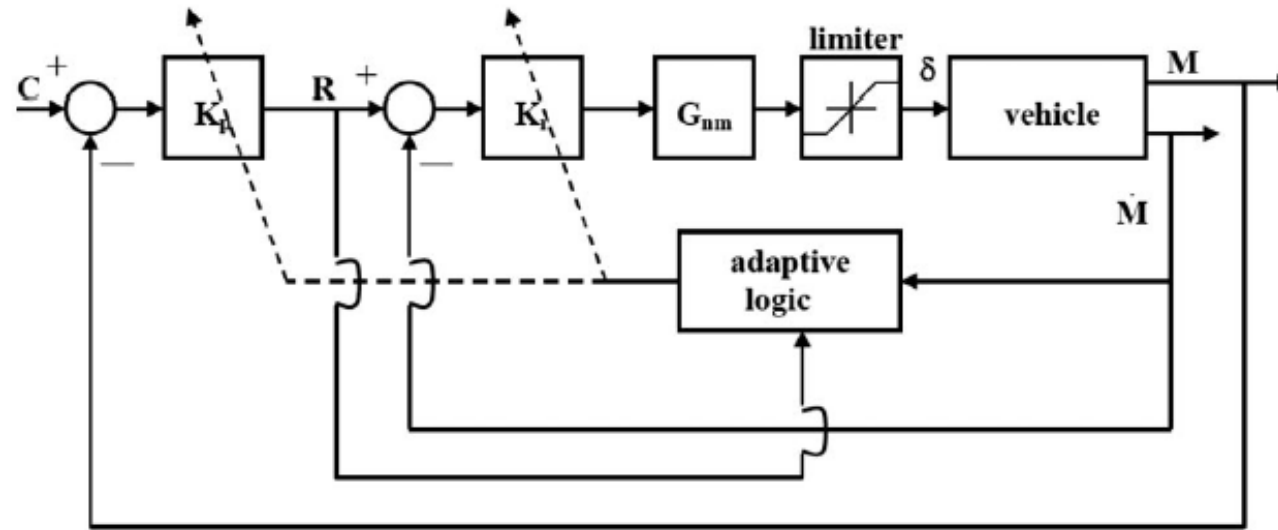
- Modelos Estruturados (Ronald Hess)
- Primeiro modelo estruturado (Hess, 1978), posteriormente desenvolvido (Hess, 1980)



- Modelos Estruturados (Ronald Hess)
- O modelo anterior foi então revisado e ampliado (Hess, 1997)



- Modelos Estruturados (Ronald Hess)
- Posteriormente foi criado o modelo estruturado adaptativo (Hess, 2009) e (Hess, 2016)



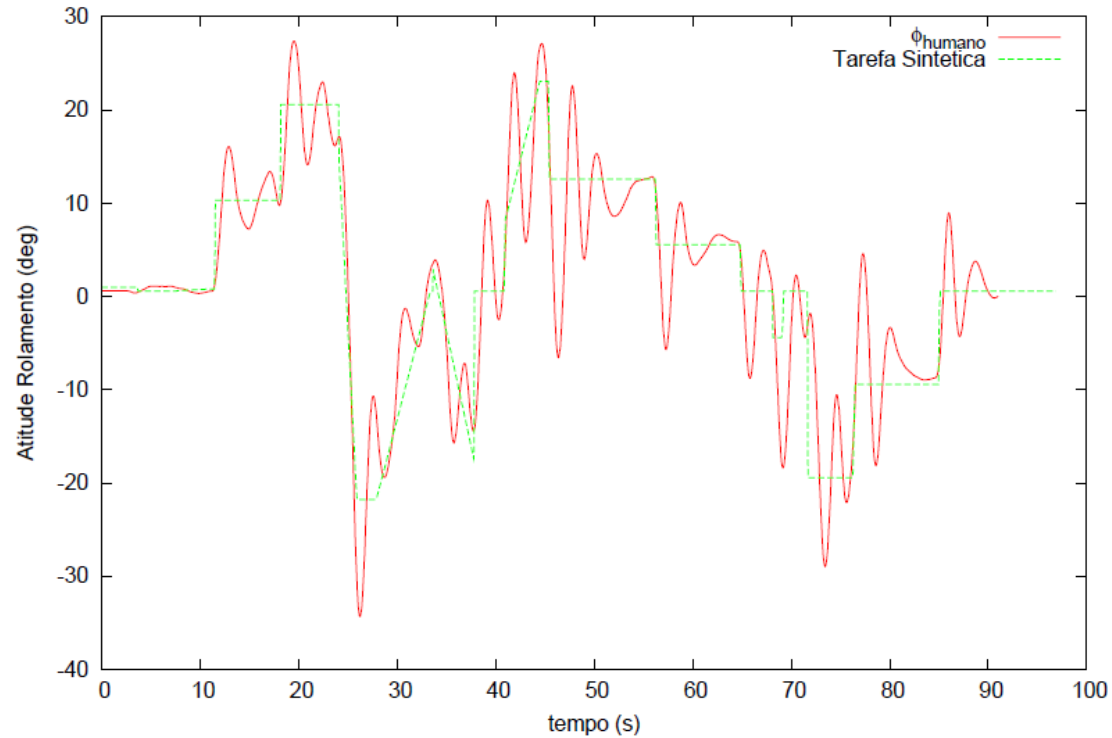
- **Modelos Estruturados (Ronald Hess)**
- Citações para consulta:
 - HESS, R. A. Dual-loop model of the human controller. Journal of Guidance and Control, v. 1, n. 4, p. 7, 1978.
 - HESS, R. A. Structural model of the adaptive human pilot. Journal of Guidance and Control, v. 3, n. 5, p. 416–423, 1980.
 - HESS, R. A. Unified Theory for Aircraft Handling Qualities and Adverse Aircraft-Pilot Coupling - NASA/CR-1997-207115. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1997.
 - HESS, R. A. Modeling Pilot Control Behavior with Sudden Changes in Vehicle Dynamics. Journal of Aircraft, v. 46, n. 5, p. 1584–1592, 2009.
 - HESS, R. A. Modeling Human Pilot Adaptation to Flight Control Anomalies and Changing Task Demands. Journal of Guidance, Control and Dynamics, v. 39, n. 3, p. 655–666, 2016.

- **Modelos Avançados**
- Mais recentemente, existe a tendência de uso de técnicas de Inteligência Artificial para modelamento de reposta de pilotos
 - Redes Neurais Artificiais
 - Redes Neurais Artificiais com Aprendizagem de Máquina
 - Redes Recorrentes
 - Reinforcement Learning
 - Etc.

- Revisão – Sistemas de Controle
- Modelos matemáticos de pilotos aeronáuticos
- **Pilot Induced Oscillations (PIO)**

- Definição Formal:
 - Oscilações não sustentadas ou não-controláveis resultantes de uma ação direta do piloto para controlar a aeronave
- Também chamado de A-PC (Aircraft-Pilot Coupling)
- Exemplos:
 - <https://www.youtube.com/watch?v=zxWs9TWfRLA>
 - <https://www.youtube.com/watch?v=wxX4QvLyILY>
 - <https://www.youtube.com/watch?v=XHPv0qt03aA>

- Exemplos:

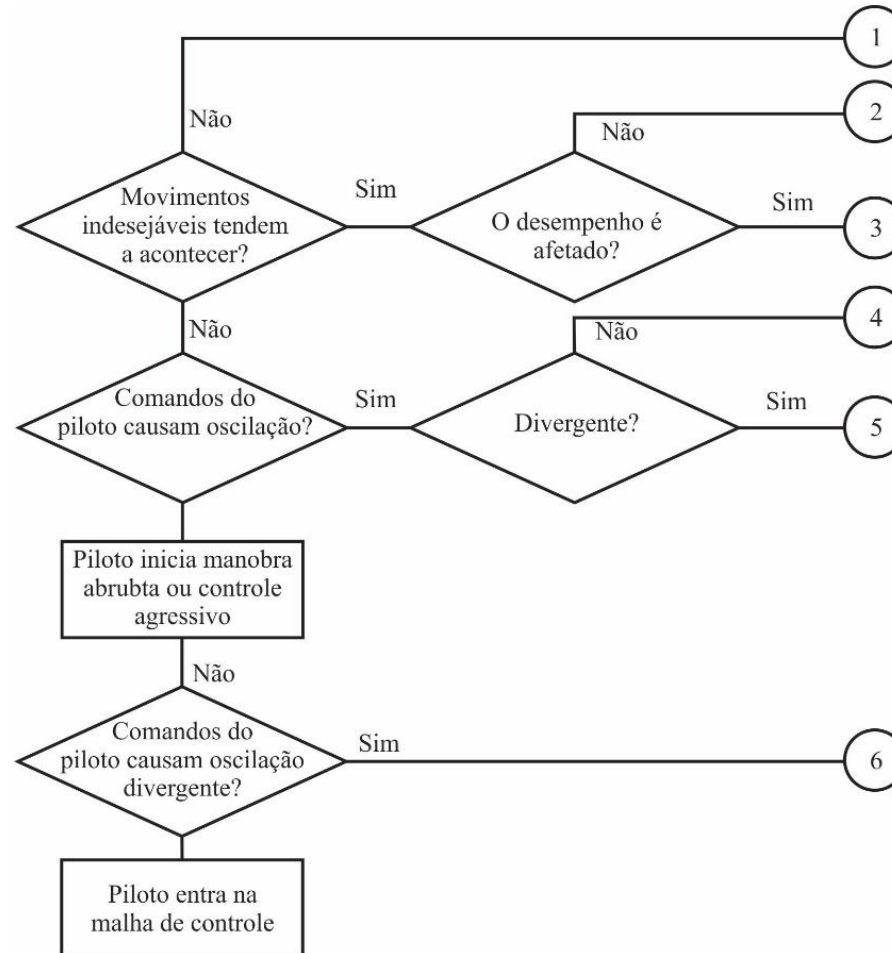


- Características básicas:
 - Sempre dependem de um “gatilho”
 - Existem devido à ação do piloto
 - Em boa parte das ocorrências, apenas “soltar” os comandos, resolve o problema
- Fatores com forte influência sobre o PIO:
 - Ganho aplicado pelo piloto na recuperação da condição
 - Características dos comandos de voo (atraso e efetividade)
 - Características dinâmicas da aeronave

Pilot Induced Oscillations (PIO)

- A depender dos fatores (principalmente elasticidade da estrutura) e das características, podem ser classificadas como:
 - Oscilações lineares
 - Oscilações quase-lineares
 - Oscilações não-lineares
- Com o surgimento de novas tecnologias (sistemas automatizados, Fly-by-wire, etc.), novos tipos de tendência a PIO acabam surgindo, levando à necessidade de se revisitar o tópico

- A escala PIOR (PIO Rating)



- PAO – Pilot Assisted (Augmented) Oscillations
- Ocorre em um sistema em que a oscilação já existe, mas ela é ampliada (ficando constante, porém com maior amplitude) ou aumentada (divergindo), devido à ação do piloto

- O critério ROVER (Real-Time Oscillation Verifier)
- É um critério para discretização em tempo real, definindo se o sistema piloto-aeronave está ou não em uma condição de PIO
- Leva em conta 4 parâmetros. Se todos estiverem dentro de certos limites, considera-se que o sistema está em PIO

Parâmetro (para o caso longitudinal)	Limites
Amplitude pico a pico da razão de arfagem (q) *	$\geq 6,0$ °/s
Frequência do ângulo de arfagem	0,85 a 10 rad/s
Razão da amplitude pico a pico do comando do piloto (δ_p) em duas oscilações seguidas	$\geq 1,0$
Diferença de fase *	$\geq 60^\circ$

* Dependendo da aplicação, os valores desses parâmetros podem variar

- O critério ROVER (Real-Time Oscillation Verifier)
- Exemplo:

