

TÓPICO

EQUAÇÕES RELEVANTES E OBSERVAÇÕES

De uma fina casca esférica carregada

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad r > R \quad 22-17a$$

$$E_r = 0 \quad r < R \quad 22-17b$$

Resposta da Checagem Conceitual

22-1 O \vec{E} na lei de Gauss é o campo elétrico devido a todas as cargas. Entretanto, o fluxo do campo elétrico devido a todas as cargas do lado de fora da superfície é igual a zero, logo o fluxo do campo elétrico devido a todas as cargas é igual ao fluxo do campo devido apenas às cargas no interior da superfície.

Respostas dos Problemas Práticos

22-1 $E_x = k\lambda \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$. Para $x > x_2$, $r_2 < r_1$ e, portanto, $\frac{1}{r_2} > \frac{1}{r_1}$ o que significa que $E_x > 0$.

22-2 Não. A simetria implica que E_x seja igual a zero em $z = 0$, enquanto a equação no passo 3 fornece um valor negativo para E_x em $z = 0$. Estes resultados contraditórios não podem, ambos, ser válidos.

22-3 As unidades no SI para k , λ e R são $\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, C/m e m , respectivamente. Conseqüentemente, $k\lambda/R$ tem unidade de $(\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(\text{C}/\text{m})(1/\text{m}) = \text{N}/\text{C}$.

22-4 $z = a/\sqrt{2}$

22-5 80 por cento

Problemas

Em alguns problemas, você recebe mais dados do que necessita; em alguns outros, você deve acrescentar dados de seus conhecimentos gerais, fontes externas ou estimativas bem fundamentadas.

Interprete como significativos todos os algarismos de valores numéricos que possuem zeros em seqüência sem vírgulas decimais.

- Um só conceito, um só passo, relativamente simples
 - Nível intermediário, pode requerer síntese de conceitos
 - Desafiante, para estudantes avançados
- Problemas consecutivos sombreados são problemas pareados.

PROBLEMAS CONCEITUAIS

- 1 • A Figura 22-37 mostra um objeto em forma de L cujos lados têm comprimentos iguais. Uma carga positiva está distribuída uniformemente ao longo do comprimento do objeto. Quais são a direção e o sentido do campo elétrico ao longo da linha tracejada a 45°? Explique sua resposta.

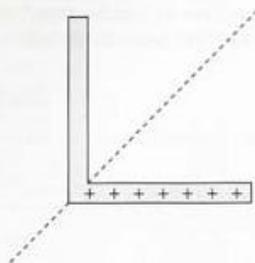


FIGURA 22-37 Problema 1

- 2 • Uma carga positiva está distribuída uniformemente ao longo de todo o comprimento do eixo x e uma carga negativa está distribuída uniformemente ao longo de todo o eixo y . A carga por unidade de comprimento nos dois eixos é idêntica, exceto pelo sinal. Determine a direção e o sentido do campo elétrico em pontos nas linhas definidas por $y = x$ e $y = -x$. Explique sua resposta.

- 3 • Verdadeiro ou falso:

- (a) O campo elétrico devido a uma fina casca esférica oca, uniformemente carregada, é zero em todos os pontos no interior da casca.
- (b) Em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico em qualquer ponto no interior do material de um condutor precisa ser igual a zero.
- (c) Se a carga resultante em um condutor é zero, a densidade de carga precisa ser igual a zero em cada ponto na superfície do condutor.

- 4 • Se o fluxo elétrico através de uma superfície fechada for igual a zero, o campo elétrico deve ser zero em todos os pontos nesta superfície? Se a resposta for não, dê um exemplo específico. A partir da informação fornecida, pode a carga resultante no interior da superfície ser determinada? Se a resposta for sim, qual é a carga?

- 5 • Verdadeiro ou falso:

- (a) A lei de Gauss vale apenas para distribuições simétricas de carga.
- (b) O resultado que $E = 0$ para todos os pontos no interior do material de um condutor em condições eletrostáticas pode ser derivado da lei de Gauss.

- 6 •• Uma carga puntiforme q isolada está localizada, simultaneamente, no centro de um cubo e de uma esfera imaginária. Como o fluxo elétrico através da superfície do cubo se compara com aquele através da superfície da esfera? Explique sua resposta.

- 7 •• Um dipolo elétrico está completamente no interior de uma superfície imaginária e não há outras cargas. Verdadeiro ou falso:

- (a) O campo elétrico é zero em todos os pontos na superfície.
- (b) O campo elétrico é normal à superfície em todos os pontos na superfície.

- (c) O fluxo elétrico através da superfície é zero.
 (d) O fluxo elétrico através da superfície poderia ser positivo ou negativo.
 (e) O fluxo elétrico através de uma porção da superfície poderia não ser igual a zero.

8 •• Explique por que a intensidade do campo elétrico aumenta linearmente com r no lugar de decrescer com o inverso de r^2 , entre o centro e a superfície de uma esfera sólida carregada uniformemente.

9 •• Suponha que a carga total na casca esférica condutora na Figura 22-38 seja igual a zero. A carga puntiforme negativa no centro tem uma magnitude Q . Qual é a direção e o sentido do campo elétrico nas seguintes regiões? (a) $r < R_1$, (b) $R_2 > r > R_1$, (c) $r > R_2$. Explique sua resposta.

10 •• A casca condutora na Figura 22-38 está aterrada e a carga puntiforme negativa no centro tem magnitude Q . Qual das seguintes afirmativas está correta?

- (a) A carga na superfície interna da casca é $+Q$ e a carga na superfície externa é $-Q$.
 (b) A carga na superfície interna da casca é $+Q$ e a carga na superfície externa é zero.
 (c) A carga em ambas as superfícies da casca é $+Q$.
 (d) A carga em ambas as superfícies da casca é zero.

11 •• A esfera condutora na Figura 22-38 está aterrada e a carga puntiforme negativa no centro tem magnitude Q . Quais são a direção e o sentido do campo elétrico nas seguintes regiões? (a) $r < R_1$, (b) $R_2 > r > R_1$, (c) $r > R_2$. Explique suas respostas.

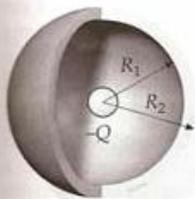


FIGURA 22-38 Problemas 9, 10 e 11

ESTIMATIVA E APROXIMAÇÃO

12 •• No capítulo, foi derivada a expressão para o campo elétrico devido a um disco carregado uniformemente (no seu eixo). Em qualquer posição sobre o eixo, a magnitude do campo é $|E| = 2\pi k\sigma \left[1 - \left(1 + \frac{R^2}{z^2} \right)^{-1/2} \right]$. A grandes distâncias ($|z| \gg R$), foi mostrado que esta equação se aproxima de $E = kQ/z^2$. Muito próximo ao disco ($|z| \ll R$), a intensidade do campo é aproximadamente igual a de um plano infinito de cargas ou $E = 2\pi k\sigma$. Suponha que você tenha um disco de raio 2,5 cm com densidade superficial de carga uniforme e igual a $3,6 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Utilize a expressão exata e a aproximação dadas acima para determinar a intensidade do campo elétrico no eixo a distâncias de (a) 0,010 cm, (b) 0,040 cm e (c) 5,0 m. Compare os dois valores em cada caso e comente sobre a qualidade das aproximações nas suas regiões de validade.

CALCULANDO \vec{E} DA LEI DE COULOMB

13 • Uma linha uniformemente carregada, com densidade linear de carga λ igual a $3,5 \text{ nC}/\text{m}^2$, está no eixo x entre $x = 0$ e $x = 5,0$ m. (a) Qual é a sua carga total? Determine o campo elétrico no eixo x em (b) $x = 6,0$ m, (c) $x = 9,0$ m e (d) $x = 250$ m. (e) Estime o

campo elétrico em $x = 250$ m usando a aproximação que a carga é uma carga puntiforme no eixo x em $x = 2,5$ m e compare seu resultado com o calculado na Parte (d). (Para fazer isso, você precisará considerar que os valores dados neste problema sejam válidos com mais de dois algarismos significativos.) Seu resultado aproximado é maior ou menor que o resultado exato? Explique sua resposta.

14 • Duas lâminas carregadas, infinitas e não-condutoras, são paralelas entre si, estando a lâmina A no plano $x = -2,0$ m e a lâmina B no plano $x = +2,0$ m. Determine o campo elétrico na região $x < -2,0$ m, na região $x < +2,0$ m e entre as lâminas para as seguintes situações. (a) Quando cada lâmina tem uma densidade superficial uniforme de carga igual a $+3,0 \mu\text{C}/\text{m}^2$ e (b) quando a lâmina A tem uma densidade superficial uniforme de carga igual a $+3,0 \mu\text{C}/\text{m}^2$ e a lâmina B uma densidade uniforme e igual a $-3,0 \mu\text{C}/\text{m}^2$. (c) Esboce o padrão de linhas de campo elétrico para cada caso.

15 • Uma carga de $2,75 \mu\text{C}$ está distribuída uniformemente em um anel de raio igual a 8,5 cm. Determine a intensidade do campo elétrico no eixo a distâncias de (a) 1,2 cm, (b) 3,6 cm e (c) 4,0 m do centro do anel. (d) Determine a intensidade do campo a 4,0 m usando a aproximação que o anel equivale a uma carga puntiforme na origem e compare seus resultados para as Partes (c) e (d). O resultado de sua aproximação é bom? Explique sua resposta.

16 • Um disco não-condutor de raio R está no plano $z = 0$ com seu centro na origem. O disco tem uma densidade superficial uniforme de carga σ . Determine o valor de z para o qual $E_z = \sigma/(4\epsilon_0)$. Observe que, nesta distância, a intensidade do campo elétrico é metade da intensidade em pontos no eixo x que estão muito próximos do disco.

17 • Um anel com raio a está no plano $z = 0$ com seu centro na origem. O anel está uniformemente carregado e tem uma carga total Q . Determine E_z no eixo z em (a) $z = 0,2a$, (b) $z = 0,5a$, (c) $z = 0,7a$, (d) $z = a$ e (e) $z = 2a$. (f) Use seus resultados para fazer um gráfico de E_z versus z para valores positivos e negativos de z . (Considere que estas distâncias sejam exatas.)

18 • Um disco não-condutor de raio a está no plano $z = 0$ com seu centro na origem. O disco está uniformemente carregado e tem uma carga total Q . Determine E_z no eixo z em (a) $z = 0,2a$, (b) $z = 0,5a$, (c) $z = 0,7a$, (d) $z = a$ e (e) $z = 2a$. (f) Use seus resultados para fazer um gráfico de E_z versus z para valores positivos e negativos de z . (Considere que estas distâncias sejam exatas.)

19 •• **PLANILHA ELETRÔNICA** (a) Usando uma planilha eletrônica ou uma calculadora gráfica faça um gráfico da intensidade do campo elétrico no eixo de um disco que tem um raio $a = 3,00$ cm e uma densidade superficial de carga $\sigma = 0,500 \text{ nC}/\text{m}^2$. (b) Compare seus resultados com os baseados na aproximação $E = 2\pi k\sigma$ (a fórmula para a intensidade do campo elétrico de uma lâmina infinita uniformemente carregada). Em que distância a solução baseada na aproximação difere da solução exata por 10,0 por cento?

20 •• (a) Mostre que a intensidade do campo elétrico E no eixo de um anel carregado de raio a tem valor máximo em $z = \pm a/\sqrt{2}$. (b) Esboce a intensidade E do campo versus z para valores positivos e negativos de z . (c) Determine o valor máximo de E .

21 •• Uma linha de cargas com densidade linear uniforme λ está ao longo do eixo x desde $x = x_1$ até $x = x_2$, onde $x_1 < x_2$. Mostre que a componente x do campo elétrico em um ponto no eixo y é dado por $E_x = \frac{k\lambda}{y} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$, onde $\theta_1 = \tan^{-1}(x_1/y)$, $\theta_2 = \tan^{-1}(x_2/y)$ e $y \neq 0$.

22 •• Um anel de raio a tem uma distribuição de cargas que varia como $\lambda(\theta) = \lambda_0 \sin \theta$, como mostra a Figura 22-39. (a) Quais são a direção e o sentido do campo elétrico no centro do anel? (b) Qual é a magnitude do campo no centro do anel?

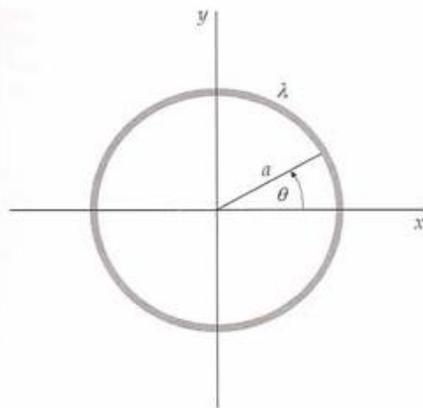


FIGURA 22-39
Problema 22

23 •• Uma linha de cargas com densidade linear uniforme λ está sobre o eixo x desde $x = 0$ até $x = a$. Mostre que a componente y do campo elétrico em um ponto no eixo y é dada por $y = \frac{k\lambda a}{y \sqrt{y^2 + a^2}}$, $y \neq 0$.

24 ••• Calcule o campo elétrico a uma distância z de um plano não-condutor plano e infinito, uniformemente carregado, considerando o plano como um contínuo de infinitas linhas retas de carga.

25 •• Calcule o campo elétrico a uma distância z de um plano não-condutor plano e infinito, uniformemente carregado, considerando o plano como um contínuo de infinitos anéis circulares de carga.

26 ••• Uma fina casca hemisférica de raio R tem uma densidade superficial uniforme de carga σ . Determine o campo elétrico no centro da base da casca hemisférica.

LEI DE GAUSS

27 • Um quadrado com aresta de 10 cm está centrado no eixo x em uma região onde existe um campo elétrico uniforme dado por $\vec{E} = (2,00 \text{ kN/C})\hat{i}$. (a) Qual é o fluxo elétrico deste campo elétrico através da superfície do quadrado se a normal à superfície está na direção $+x$? (b) Qual é o fluxo elétrico através da mesma superfície quadrada se a normal à superfície faz um ângulo de 60° com o eixo y e um ângulo de 90° com o eixo z ?

28 • Uma carga puntiforme isolada ($q = +2,00 \mu\text{C}$) está fixa na origem. Uma superfície esférica imaginária de raio 3,00 m está centrada no eixo x em $x = 5,00$ m. (a) Esboce linhas de campo elétrico para esta carga (em duas dimensões) considerando que doze linhas igualmente espaçadas no plano xy saem da posição da carga, com uma das linhas na direção $+x$. Alguma destas linhas entra na superfície esférica? Se a resposta for positiva, quantas? (b) Alguma destas linhas sai da superfície esférica? Se a resposta for positiva, quantas? (c) Contando as linhas que entram como negativas e as que saem como positivas, qual é o número líquido de linhas de campo que penetram na superfície esférica? (d) Qual é o fluxo elétrico resultante através da superfície esférica?

29 • Um campo elétrico é dado por $\vec{E} = \text{sign}(x) \cdot (300 \text{ N/C})\hat{i}$, onde $\text{sign}(x)$ é igual a -1 se $x < 0$, 0 se $x = 0$ e $+1$ se $x > 0$. Um cilindro de comprimento 20 cm e raio 4,0 cm tem seu centro na origem e seu eixo ao longo do eixo x estando numa das extremidades em $x = +10$ cm e a outra em $x = -10$ cm. (a) Qual é o fluxo elétrico em cada extremidade? (b) Qual é o fluxo elétrico através da superfície curva do cilindro? (c) Qual é o fluxo elétrico através de toda a superfície fechada? (d) Qual é a carga resultante no interior do cilindro?

30 • Medidas cuidadosas do campo elétrico na superfície de uma caixa preta indicam que o fluxo elétrico resultante saindo da superfície da caixa é $6,0 \text{ kN} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. (a) Qual é a carga resultante dentro da caixa? (b) Se o fluxo elétrico resultante saindo da superfície da caixa fosse zero, você poderia concluir que não há cargas no interior da caixa? Explique sua resposta.

31 • Uma carga puntiforme ($q = +2,00 \mu\text{C}$) está no centro de uma esfera imaginária que tem raio igual a 0,005 m. (a) Determine a área da superfície da esfera. (b) Determine a magnitude do campo elétrico em todos os pontos na superfície da esfera. (c) Qual é o fluxo do campo elétrico através da superfície da esfera? (d) A sua resposta para a Parte (c) mudaria se a carga puntiforme fosse deslocada de forma a permanecer dentro da esfera, mas não no centro dela? (e) Qual é o fluxo do campo elétrico através da superfície de um cubo imaginário que tem aresta de 1,00 m de comprimento e que engloba a esfera?

32 • Qual é o fluxo elétrico através de um dos lados de um cubo que tem uma carga puntiforme isolada de $-3,00 \mu\text{C}$ colocada no seu centro? Dica: Você não precisa integrar nenhuma equação para obter a resposta.

33 • Uma carga puntiforme isolada é colocada no centro de um cubo imaginário que tem 20 cm de lado. O fluxo elétrico através de um dos lados do cubo é $-1,50 \text{ kN} \cdot \text{m}^2/\text{C}$. Qual é o valor da carga que está no centro?

34 •• Como as fórmulas para a lei da gravidade de Newton e para a lei de Coulomb têm a mesma dependência com o inverso do quadrado da distância, uma fórmula análoga à da lei de Gauss pode ser determinada para a gravidade. O campo gravitacional \vec{g} em uma determinada posição é a força por unidade de massa em uma massa teste m_0 colocada naquela posição. (Então, para uma massa puntiforme m na origem, o campo gravitacional g na posição \vec{r} é $\vec{g} = -(Gm/r^2)\hat{r}$.) Determine o fluxo do campo gravitacional através de uma superfície esférica de raio R centrada na origem e verifique que o análogo gravitacional para a lei de Gauss é $\phi_{\text{res}} = -4\pi Gm_{\text{dentro}}$.

35 •• Um cone circular reto imaginário (Figura 22-40) com ângulo de base θ e raio de base R está em uma região livre de cargas que tem um campo elétrico uniforme \vec{E} (linhas de campo são verticais e paralelas ao eixo do cone). Qual é a razão entre o número de linhas de campo por unidade de área entrando na base e o número de linhas por unidade de área entrando na superfície cônica do cone? Use a lei de Gauss em sua resposta. (As linhas de campo na figura são apenas uma amostra representativa.)

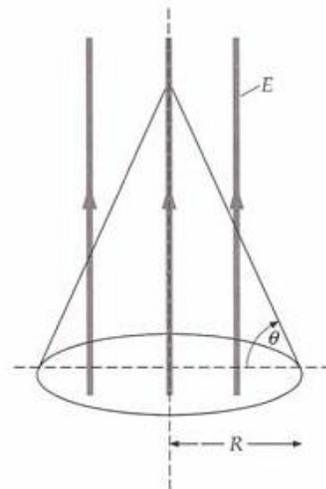


FIGURA 22-40 Problema 35

36 •• Na atmosfera e a uma altitude de 250 m, você mede um campo elétrico igual a 150 N/C dirigido para baixo, e, a uma altitude de 400 m, você mede um campo elétrico igual a 170 N/C dirigido para baixo. Calcule a densidade volumétrica de carga da atmosfera na região entre as altitudes de 250 m e 400 m, considerando que ela seja uniforme. (Você pode desprezar a curvatura da Terra. Por quê?)

APLICAÇÕES DA LEI DE GAUSS EM SITUAÇÕES DE SIMETRIA ESFÉRICA

37 • Uma fina casca esférica não-condutora de raio R_1 tem carga total q_1 , uniformemente distribuída em sua superfície. Uma segunda fina casca esférica não-condutora e maior, de raio R_2 , coaxial com a primeira, tem carga q_2 uniformemente distribuída em sua superfície. (a) Use a lei de Gauss para obter expressões para o campo elétrico em cada uma das três regiões: $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$ e $r > R_2$. (b) Qual deveria ser a razão entre as cargas q_1/q_2 e os sinais relativos para q_1 e q_2 para que o campo elétrico fosse zero na região $r > R_2$? (c) Represente as linhas de campo elétrico para a situação da Parte (b) quando q_1 é positiva.

38 • Uma fina casca esférica não-condutora de raio 6,00 cm tem uma densidade superficial uniforme de carga de 9,00 nC/m². (a) Qual é a carga total na casca? Determine o campo elétrico nas seguintes distâncias ao centro da esfera: (b) 2,00 cm, (c) 5,90 cm, (d) 6,10 cm e (e) 10,0 cm.

39 •• Uma esfera não-condutora de raio 6,00 cm tem uma densidade volumétrica uniforme de carga 450 nC/m³. (a) Qual é a carga total na esfera? Determine o campo elétrico nas seguintes distâncias do centro da esfera: (b) 2,00 cm, (c) 5,90 cm, (d) 6,10 cm e (e) 10,0 cm.

40 •• Considere a esfera sólida condutora e a casca esférica condutora concêntrica na Figura 22-41. A casca esférica tem carga $-7Q$. A esfera sólida tem carga $+2Q$. (a) Quanta carga está na superfície externa e quanta carga está na superfície interna da casca esférica? (b) Considere, agora, que um fio metálico seja conectado entre a esfera sólida e a casca. Depois de o equilíbrio eletrostático ser restabelecido, quanta carga está na esfera sólida e em cada superfície da casca esférica? O campo elétrico na superfície da esfera sólida varia quando o fio é conectado? Se a resposta for positiva, de que maneira? (c) Considere as mesmas condições da Parte (a), com $+2Q$ na esfera sólida e $-7Q$ na casca esférica. Aterramos, então, a esfera sólida através de um fio metálico e, em seguida, desconectamos o fio. Neste caso, qual é a carga total na esfera sólida e em cada superfície da casca esférica?

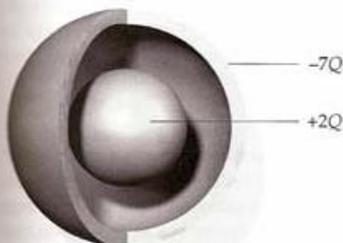


FIGURA 22-41
Problema 40

41 •• Uma esfera sólida não-condutora de raio 1,00 cm tem uma densidade volumétrica uniforme de carga. A magnitude do campo elétrico a 2,00 cm do centro da esfera é $1,88 \times 10^3$ N/C. (a) Qual é a densidade volumétrica de carga da esfera? (b) Determine a magnitude do campo elétrico a uma distância de 5,00 cm do centro da esfera.

42 •• Uma esfera sólida não-condutora de raio R tem uma densidade volumétrica de carga que é proporcional à distância ao centro. Ou seja, $\rho = Ar$ para $r \leq R$, onde A é uma constante. (a) Determine a

carga total na esfera. (b) Determine as expressões para o campo elétrico no interior da esfera ($r < R$) e fora da esfera ($r > R$). (c) Represente a magnitude do campo elétrico como uma função da distância r ao centro da esfera.

43 •• Uma esfera de raio R tem densidade volumétrica de carga $\rho = B/r$ para $r < R$, onde B é uma constante, e $\rho = 0$ para $r > R$. (a) Determine a carga total na esfera. (b) Determine as expressões para o campo elétrico no interior e no exterior da distribuição de cargas. (c) Represente a magnitude do campo elétrico como uma função da distância r ao centro da esfera.

44 •• Uma esfera de raio R tem densidade volumétrica de carga $\rho = C/r^2$ para $r < R$, onde C é uma constante, e $\rho = 0$ para $r > R$. (a) Determine a carga total na esfera. (b) Determine as expressões para o campo elétrico no interior e no exterior da distribuição de cargas. (c) Represente a magnitude do campo elétrico como uma função da distância r ao centro da esfera.

45 ••• Uma casca esférica não-condutora de raio interno R_1 e raio externo R_2 tem densidade volumétrica uniforme de carga ρ . (a) Determine a carga total na casca. (b) Determine expressões para o campo elétrico em todas as regiões.

APLICAÇÕES DA LEI DE GAUSS EM SITUAÇÕES COM SIMETRIA CILÍNDRICA

46 • **RICO EM CONTEXTO, APLICAÇÃO EM ENGENHARIA** Para seu projeto no Ensino Médio, você está projetando um tubo Geiger para detecção de radiação no laboratório de física nuclear. Este instrumento consistirá em um longo tubo metálico cilíndrico que tem um fio metálico alinhado ao longo de seu eixo central. O diâmetro do fio será de 0,500 mm e o diâmetro interno do tubo será de 4,00 cm. O tubo será completo com um gás diluído no qual ocorre uma descarga elétrica (ruptura dielétrica do gás) quando o campo elétrico atinge o valor de $5,5 \times 10^6$ N/C. Determine a densidade linear máxima de carga no fio se a ruptura do gás não acontece. Considere que o tubo e o fio sejam infinitamente longos.

47 ••• No Problema 46, considere que radiação ionizante produza um íon e um elétron a uma distância de 1,50 cm do longo eixo do fio central do tubo Geiger. Suponha que o fio seja positivamente carregado e tenha uma densidade linear de carga igual a 76,5 pC/m. (a) Neste caso, qual será a rapidez do elétron quando ele colide com o fio? (b) Como a rapidez do elétron se compara com a rapidez final do íon quando ele colide com o cilindro? Explique sua resposta.

48 •• Mostre que o campo elétrico devido a uma fina casca cilíndrica, infinitamente longa e uniformemente carregada, com raio a e densidade superficial de carga σ , é dado pelas seguintes expressões: $E = 0$ para $0 \leq R < a$ e $E_R = \sigma a / (\epsilon_0 R)$ para $R > a$.

49 • Uma fina casca cilíndrica de comprimento 200 m e raio 6,00 cm tem uma densidade superficial uniforme de carga de 9,00 nC/m². (a) Qual é a carga total na casca? Determine o campo elétrico nas seguintes distâncias radiais do eixo do cilindro: (b) 2,00 cm, (c) 5,90 cm, (d) 6,10 cm e (e) 10,0 cm. (Use os resultados do Problema 48.)

50 •• Um cilindro sólido não-condutor infinitamente longo de raio a tem uma massa específica volumétrica uniforme de ρ_v . Mostre que o campo elétrico é dado pelas seguintes expressões: $E_R = \rho_v R / (2\epsilon_0)$ para $0 \leq R < a$ e $E_R = \rho_v a^2 / (2\epsilon_0 R)$ para $R > a$, onde R é a distância ao eixo do cilindro.

51 •• Um cilindro sólido de comprimento 200 m e raio 6,00 cm tem densidade volumétrica uniforme de carga de 300 nC/m³. (a) Qual é a carga total do cilindro? Use as fórmulas dadas no Problema 50 para calcular o campo elétrico em um ponto equidistante das extremidades nas seguintes distâncias radiais do eixo do cilindro: (b) 2,00 cm, (c) 5,90 cm, (d) 6,10 cm e (e) 10,0 cm.

52 •• Considere duas finas cascas cilíndricas, infinitamente longas e coaxiais. A casca interna tem raio a_1 e uma densidade superficial uniforme de carga σ_1 , e a casca externa tem raio a_2 e densidade superficial uniforme σ_2 . (a) Use a lei de Gauss para determinar expressões para o campo elétrico nas três regiões: $0 \leq R < a_1$, $a_1 < R < a_2$ e $R > a_2$, onde R é a distância ao eixo. (b) Qual é a razão entre as densidades superficiais de carga σ_2/σ_1 e os sinais relativos se o campo elétrico for igual a zero em toda a região exterior ao cilindro maior? (c) Para o caso da Parte (b), qual seria o campo elétrico entre as cascas? (d) Esboce as linhas de campo elétrico para a situação da Parte (b) se σ_1 é positiva.

53 •• A Figura 22-42 mostra uma porção da seção transversal de um cabo concêntrico infinitamente longo. O condutor interno tem uma densidade linear de carga de $6,00 \text{ nC/m}$ e o condutor externo não tem carga resultante. (a) Determine o campo elétrico para todos os valores de R , onde R é a distância perpendicular ao eixo comum do sistema cilíndrico. (b) Quais são as densidades superficiais de carga nas superfícies do lado de dentro e do lado de fora do condutor externo?

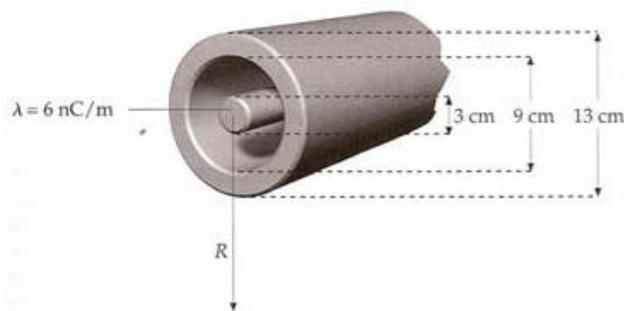


FIGURA 22-42 Problemas 53 e 57

54 •• Um cilindro sólido não-condutor, infinitamente longo, de raio a , tem densidade volumétrica não-uniforme de cargas. Esta densidade varia linearmente com R , a distância perpendicular ao seu eixo, de acordo com $\rho(R) = \beta R$, onde β é uma constante. (a) Mostre que a densidade linear de carga do cilindro é dada por $\lambda = 2\pi\beta a^3/3$. (b) Determine expressões para o campo elétrico para $R < a$ e $R > a$.

55 •• Um cilindro sólido não-condutor, infinitamente longo, de raio a , tem densidade volumétrica de carga não-uniforme. Esta densidade varia linearmente com R , a distância perpendicular ao seu eixo, de acordo com $\rho(R) = bR^2$, onde b é uma constante. (a) Mostre que a densidade linear de carga do cilindro é dada por $\lambda = \pi b a^4/2$. (b) Determine expressões para o campo elétrico para $R < a$ e $R > a$.

56 ••• Uma casca cilíndrica não-condutora, infinitamente longa, com raio interno a_1 e raio externo a_2 tem densidade volumétrica uniforme de carga ρ . Determine expressões para o campo elétrico para todas as regiões.

57 ••• O cilindro interno da Figura 22-42 é feito de um material não-condutor e tem uma distribuição volumétrica de carga dada por $\rho(R) = C/R$, onde $C = 200 \text{ nC/m}^2$. O cilindro externo é metálico e ambos os cilindros são infinitamente longos. (a) Determine a carga por unidade de comprimento (ou seja, a densidade linear de carga) no cilindro interno. (b) Calcule o campo elétrico para todos os valores de R .

CARGA ELÉTRICA E CAMPO NA SUPERFÍCIE DE CONDUTORES

58 • Uma moeda não carregada está em uma região que tem um campo elétrico uniforme de módulo igual a $1,60 \text{ kN/C}$ dirigido

perpendicularmente às suas faces. (a) Determine a densidade de carga em cada face da moeda, considerando que elas sejam planas. (b) Se o raio da moeda é $1,00 \text{ cm}$, determine a carga total em uma das faces.

59 • Uma fina lâmina metálica tem carga resultante nula e tem faces quadradas com aresta de 12 cm . Ela está em uma região que tem um campo elétrico uniforme perpendicular às suas faces. A carga total induzida em uma das faces é $1,2 \text{ nC}$. Qual é o módulo do campo elétrico?

60 • Uma carga de $-6,00 \text{ nC}$ está uniformemente distribuída em uma fina lâmina quadrada de material não-condutor e aresta de $20,0 \text{ cm}$. (a) Qual é a densidade superficial de carga da lâmina? (b) Quais são o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico próximo à lâmina e nas proximidades do centro da lâmina?

61 • Uma casca esférica condutora que tem carga resultante nula tem raio interno R_1 e raio externo R_2 . Uma carga puntiforme positiva q é colocada no centro da casca. (a) Use a lei de Gauss e as propriedades de condutores em equilíbrio eletrostático para encontrar o campo elétrico nas três regiões: $0 \leq r < R_1$, $R_1 < r < R_2$ e $r > R_2$, onde r é a distância ao centro. (c) Determine a densidade de carga na superfície interna ($r = R_1$) e na superfície externa ($r = R_2$) da casca.

62 •• Medidas do campo elétrico logo acima da superfície da Terra têm resultado tipicamente em 150 N/C , apontando para baixo. (a) Qual é o sinal da carga resultante na superfície da Terra em condições típicas? (b) Qual é a carga total na superfície da Terra correspondente a este valor de medida?

63 •• Uma carga puntiforme positiva de $2,5 \mu\text{C}$ está no centro de uma casca esférica condutora que tem uma carga resultante nula, um raio interno igual a 60 cm e um raio externo igual a 90 cm . (a) Determine as densidades de carga nas superfícies interna e externa da casca e a carga total em cada superfície. (b) Determine o campo elétrico em todas as regiões. (c) Repita a Parte (a) com uma carga resultante de $+3,5 \mu\text{C}$ colocada na casca.

64 •• Se o módulo de um campo elétrico no ar atinge $3,0 \times 10^6 \text{ N/C}$, o ar se torna ionizado e começa a conduzir eletricidade. Este fenômeno é chamado de *ruptura dielétrica*. Uma carga de $18 \mu\text{C}$ deve ser colocada em uma esfera condutora. Qual é o raio mínimo da esfera que pode manter esta carga sem provocar ruptura?

65 •• Uma fina lâmina quadrada e condutora tem bordas com $5,00 \text{ m}$ de comprimento e uma carga resultante de $80,0 \mu\text{C}$. (Considere que a carga esteja uniformemente distribuída nas faces da lâmina.) (a) Determine a densidade de carga em cada face da lâmina e o campo elétrico nas proximidades de uma das faces. (b) A lâmina está colocada à direita de um plano infinito, não-condutor e carregado, com densidade de carga igual a $2,00 \mu\text{C/m}^2$, com as faces da lâmina paralelas ao plano. Determine o campo elétrico em cada face da lâmina e determine a densidade de carga em cada face.

PROBLEMAS GERAIS

66 •• Considere a esfera metálica e as cascas esféricas concêntricas mostradas na Figura 22-43. Na parte mais interna está uma esfera sólida com raio R_1 . Uma casca esférica circunda a esfera, tendo raio interno R_2 e raio externo R_3 . A esfera e a casca estão circundadas por uma segunda casca esférica, que tem raio interno R_4 e raio externo R_5 . Todos os três objetos têm, inicialmente, carga resultante nula. Então, uma carga negativa $-Q_0$ é colocada na esfera interna e uma carga positiva $+Q_0$ é colocada na casca mais externa. (a) Depois de atingido o equilíbrio, qual será a direção e o sentido do campo elétrico entre a esfera interna e a casca intermediária? (b) Qual será a carga na superfície interna da casca intermediária? (c) Qual será a carga na superfície exterior da casca intermediária? (d) Qual será a carga na superfície interna da casca mais externa? (e) Qual será a carga na superfície exterior da casca mais externa? (f) Faça um gráfico de E como função de r para todos os valores de r .

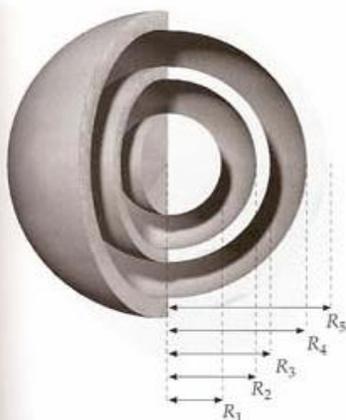


FIGURA 22-43
Problema 66

67 •• Uma superfície grande, plana, não-condutora e não uniformemente carregada está ao longo do plano $x = 0$. Na origem, a densidade superficial de carga é de $+3,10 \mu\text{C}/\text{m}^2$. A uma pequena distância da superfície no sentido positivo do eixo x , a componente x do campo elétrico é $4,65 \times 10^3 \text{ N/C}$. Qual é o valor de E_x a uma pequena distância da superfície no sentido negativo do eixo x ?

68 ••• Uma linha infinitamente longa de cargas tem densidade linear uniforme igual a $-1,50 \mu\text{C}/\text{m}$ e é paralela ao eixo y em $x = -2,00 \text{ m}$. Uma carga puntiforme positiva igual a $1,30 \mu\text{C}$ está localizada em $x = 1,00 \text{ m}$, $y = 2,00 \text{ m}$. Determine o campo elétrico em $x = 2,00 \text{ m}$, $x = 1,50 \text{ m}$.

69 •• Uma fina casca esférica não-condutora, uniformemente carregada, com raio R (Figura 22-44a), tem uma carga total positiva igual a Q . Um pequeno pedaço é removido da superfície. (a) Quais são o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico no centro do buraco? (b) O pedaço é colocado de volta no buraco (Figura 22-44b). Usando o resultado da Parte (a), determine a força elétrica exercida no pedaço. (c) Usando a magnitude da força, calcule a "pressão eletrostática" (força/unidade de área) que tende a expandir a esfera.

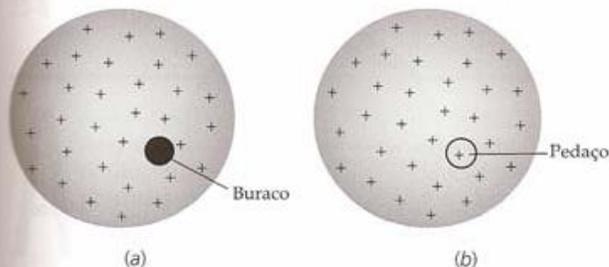


FIGURA 22-44 Problema 69

70 •• Uma fina lâmina infinita no plano $y = 0$ tem densidade superficial uniforme de carga $\sigma_1 = +65 \text{ nC}/\text{m}^2$. Uma segunda fina lâmina infinita tem densidade uniforme de carga $\sigma_2 = +45 \text{ nC}/\text{m}^2$, intercepta o plano $y = 0$ no eixo z e faz um ângulo de 30° com o plano xz , como mostra a Figura 22-45. Determine o campo elétrico em (a) $x = 6,0 \text{ m}$, $y = 2,0 \text{ m}$ e (b) $x = 6,0 \text{ m}$, $y = 5,0 \text{ m}$.

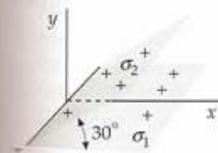


FIGURA 22-45 Problema 70

71 ••• Duas placas metálicas quadradas idênticas têm, cada uma, uma área de 500 cm^2 . Elas estão separadas por $1,50 \text{ cm}$ e estão, ambas, inicialmente descarregadas. A seguir, uma carga de $+1,50 \text{ nC}$ é transferida da placa à esquerda para a placa à direita e o equilíbrio eletrostático é estabelecido. (Despreze os efeitos de borda.) (a) Qual é o campo elétrico entre as placas a uma distância de $0,25 \text{ cm}$ da placa à direita? (b) Qual é o campo elétrico entre as placas a uma distância de $1,00 \text{ cm}$ da placa à esquerda? (c) Qual é o campo elétrico à esquerda da placa à esquerda? (d) Qual é o campo elétrico à direita da placa à direita?

72 •• Dois planos infinitos não-condutores uniformemente carregados são paralelos entre si e ao plano yz . Um está em $x = -2,00 \text{ m}$ e tem uma densidade superficial de carga de $-3,50 \mu\text{C}/\text{m}^2$. O outro está em $x = 2,00 \text{ m}$ e tem uma densidade superficial de carga de $6,00 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Determine o campo elétrico nas regiões: (a) $x < -2,00 \text{ m}$, (b) $-2,00 \text{ m} < x < 2,00 \text{ m}$ e (c) $x > 2,00 \text{ m}$.

73 ••• Um tratamento baseado na mecânica quântica para o átomo de hidrogênio mostra que o elétron no átomo pode ser tratado como uma distribuição espalhada de carga negativa da forma $\rho(r) = -\rho_0 e^{-2r/a}$. Aqui, r representa a distância ao centro do núcleo e a representa o primeiro raio de Bohr, que tem um valor numérico igual a $0,0529 \text{ nm}$. Lembre que o núcleo de um átomo de hidrogênio consiste em apenas um próton e considere este próton como uma carga puntiforme positiva. (a) Calcule ρ_0 usando o fato que o átomo é neutro. (b) Calcule o campo elétrico a qualquer distância r do núcleo.

74 •• Um anel uniformemente carregado tem um raio a , está em um plano horizontal e tem carga negativa $-Q$. Uma pequena partícula de massa m tem uma carga positiva dada por q . Uma pequena partícula está localizada no eixo do anel. (a) Qual é o mínimo valor de q/m tal que a partícula esteja em equilíbrio sob a ação da gravidade e da força eletrostática? (b) Se q/m for o dobro do valor calculado na Parte (a), onde estará a partícula quando ela estiver em equilíbrio? Expresse sua resposta em termos de a .

75 •• Um bastão plástico não-condutor, fino e longo, é dobrado para formar uma circunferência de raio a . Entre as extremidades do bastão permanece um pequeno espaçamento de comprimento ℓ , onde $\ell \ll a$. Uma carga positiva de magnitude Q é distribuída uniformemente na circunferência. (a) Qual é a direção e o sentido do campo elétrico no centro da circunferência? Explique sua resposta. (b) Qual é a magnitude do campo elétrico no centro da circunferência?

76 •• Uma esfera sólida não-condutora tem diâmetro igual a $1,20 \text{ m}$, tem seu centro no eixo x em $x = 4,00 \text{ m}$ e tem uma densidade volumétrica uniforme de carga de $+5,00 \mu\text{C}/\text{m}^3$. Uma fina casca esférica não-condutora é concêntrica à esfera, tem diâmetro de $2,40 \text{ m}$ e densidade superficial uniforme de carga de $-1,50 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Calcule o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico em (a) $x = 4,50 \text{ m}$, $y = 0$, (b) $x = 4,00 \text{ m}$, $y = 1,10 \text{ m}$ e (c) $x = 2,00 \text{ m}$, $y = 3,00 \text{ m}$.

77 •• Uma lâmina plana infinita não-condutora tem uma densidade superficial de carga $+3,00 \mu\text{C}/\text{m}^2$ e está no plano $y = -0,600 \text{ m}$. Uma segunda lâmina plana infinita tem densidade superficial de carga de $-2,00 \mu\text{C}/\text{m}^2$ e está no plano $x = 1,00 \text{ m}$. Finalmente, uma fina casca esférica não-condutora com raio de $1,00 \text{ m}$ e com o centro no plano $z = 0$ na interseção dos dois planos carregados, tem uma densidade superficial de carga de $-3,00 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Determine a magnitude, a direção e o sentido do campo elétrico no eixo x em (a) $x = 0,400 \text{ m}$ e (b) $x = 2,50 \text{ m}$.

78 •• Uma lâmina plana infinita não-condutora está no plano $x = 2,00 \text{ m}$ e tem densidade superficial uniforme de carga de $+2,00 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Uma linha infinita carregada e não-condutora, com densidade linear uniforme de carga igual a $4,00 \mu\text{C}/\text{m}$, passa pela origem em um ângulo de $45,0^\circ$ com o eixo x no plano xy . Uma esfera sólida não-condutora com densidade volumétrica de carga $-6,00 \mu\text{C}/\text{m}^3$ e raio $0,800 \text{ m}$ está centrada no eixo x em $x = 1,00 \text{ m}$. Calcule a magnitude, a direção e o sentido do campo elétrico no plano $z = 0$ em $x = 1,50 \text{ m}$, $y = 0,50 \text{ m}$.

79 •• Uma linha infinitamente longa uniformemente carregada com carga negativa, tem densidade linear de carga igual a λ e está localizada no eixo z . Uma pequena partícula carregada positivamente tem massa m e uma carga q , e está em órbita circular de raio R no plano xy centrada na linha de cargas. (a) Deduza uma expressão para a rapidez da partícula. (b) Obtenha uma expressão para o período da órbita da partícula.

80 •• Um anel estacionário de raio a está no plano yz e tem uma carga positiva uniforme Q . Uma pequena partícula com massa m e carga negativa $-q$ está localizada no centro do anel. (a) Mostre que, se $x \ll a$, o campo elétrico ao longo do eixo do anel é proporcional a x . (b) Determine a força na partícula como uma função de x . (c) Mostre que, se a partícula é deslocada levemente no sentido $+x$, ela iniciará um movimento harmônico simples. (d) Qual é a frequência deste movimento?

81 •• As cargas Q e q do Problema 80 são $+5,00 \mu\text{C}$ e $-5,00 \mu\text{C}$, respectivamente, e o raio do anel é $8,00 \text{ cm}$. Quando a partícula é levemente deslocada na direção x ela oscila em torno de sua posição de equilíbrio com uma frequência de $3,34 \text{ Hz}$. (a) Qual é a massa da partícula? (b) Qual é a frequência se o raio do anel dobrar para $16,0 \text{ cm}$, mantidos todos os outros parâmetros inalterados?

82 •• Se o raio do anel do Problema 80 for duplicado, mantendo a mesma densidade linear de carga, a frequência de oscilação da partícula varia? Se a resposta for positiva, por qual fator ela varia?

83 ••• Uma esfera sólida não-condutora e uniformemente carregada, com raio R , tem seu centro na origem e tem uma densidade volumétrica de carga ρ . (a) Mostre que em um ponto no interior da esfera a uma distância r do centro $\vec{E} = \frac{r}{3\epsilon_0} \rho \hat{r}$. (b) É removido material da esfera formando uma cavidade esférica que tem um raio $b = R/2$ e seu centro em $x = b$ no eixo x (Figura 22-46). Calcule o campo elétrico nos pontos 1 e 2 mostrados na Figura 22-46. Dica: Considere a esfera com a cavidade como duas esferas uniformes com densidades de carga iguais, com sinais contrários.

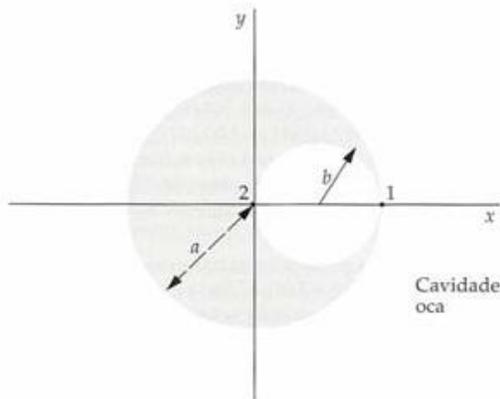


FIGURA 22-46 Problemas 83 e 85

84 ••• Mostre que o campo elétrico na cavidade do Problema 83b é uniforme e dado por $\vec{E} = \frac{r}{3\epsilon_0} b \hat{i}$.

85 ••• A cavidade no Problema 83b é agora preenchida com um material carregado uniformemente, não-condutor, com uma carga total Q . Calcule os novos valores do campo elétrico nos pontos 1 e 2 mostrados na Figura 22-46.

86 ••• Uma pequena superfície gaussiana na forma de um cubo tem faces paralelas aos planos xy , xz e yz (Figura 22-47) e está em uma região na qual o campo elétrico é paralelo ao eixo x . (a) Usando a aproximação diferencial, mostre que o fluxo elétrico resultante do campo elétrico saindo da superfície gaussiana é dado por $\phi_{em} \approx \frac{\partial E_x}{\partial x} \Delta V$, onde ΔV é o volume no interior da superfície gaussiana. (b) Usando a lei de Gauss e os resultados da Parte (a) mostre que $\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$, onde ρ é a densidade volumétrica de carga dentro do cubo. (Esta equação é a versão unidimensional da forma puntiforme da lei de Gauss.)

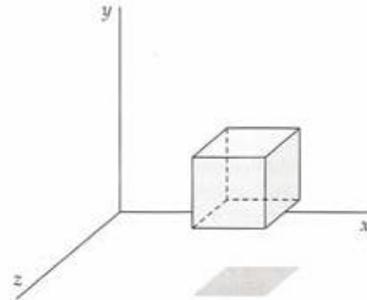


FIGURA 22-47 Problema 86

87 ••• Considere um modelo simples, mas surpreendentemente preciso para a molécula de hidrogênio: duas cargas puntiformes positivas, cada uma com carga $+e$, estão localizadas no interior de uma esfera uniformemente carregada de raio R , que tem uma carga igual a $-2e$. As duas cargas puntiformes estão colocadas simetricamente, equidistantes do centro da esfera (Figura 22-48). Determine a distância do centro, a , onde a força resultante em cada carga puntiforme é zero.

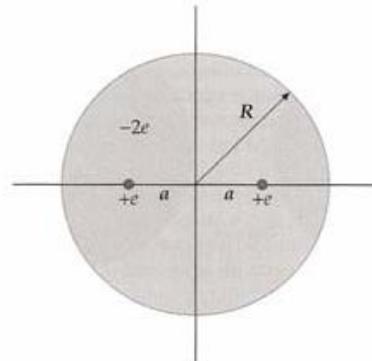


FIGURA 22-48 Problema 87

88 ••• Um dipolo elétrico que tem momento de dipolo \vec{p} está localizado a uma distância perpendicular R de uma linha infinitamente longa de cargas que tem densidade linear uniforme λ . Considere que o momento de dipolo esteja na mesma direção e sentido do campo da linha de cargas. Determine uma expressão para a força elétrica no dipolo.