



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

PME-3210 - Mecânica dos Sólidos I

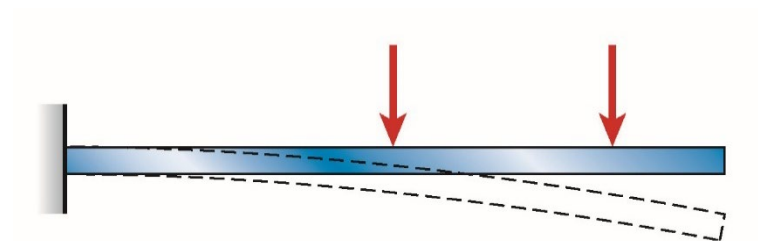
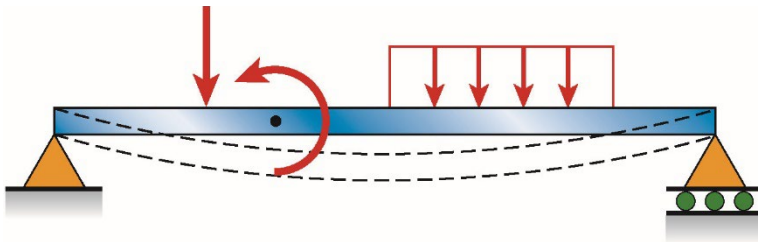
Aula #17

Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

03/06/22



4.1 Introdução



Vigas:

- Peças estruturais submetidas a esforços laterais

Estruturas planas:

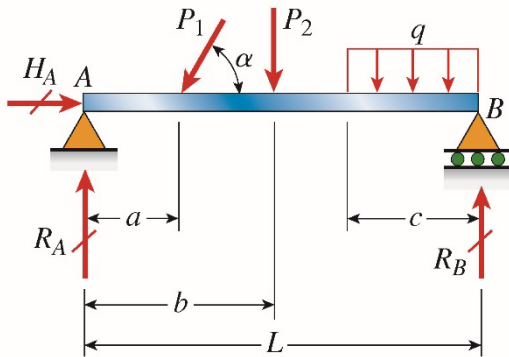
- Todas as cargas agem no mesmo plano

Esforços internos:

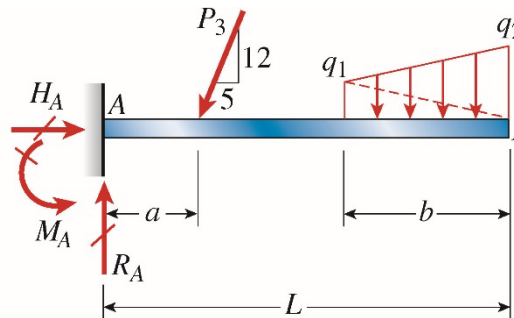
- Momentos fletores
- Forças cortantes (forças de cisalhamento)



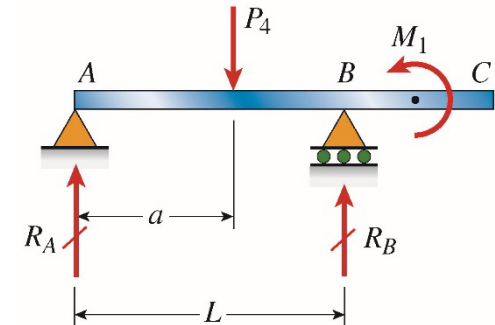
4.2 Tipos de Vigas, cargas e reações



*Viga biapoiada ou
simplesmente
apoiada*



*Viga engastada ou
viga em balanço*



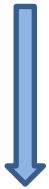
*Viga simplesmente
apoiada com trecho
em balanço*

(Os três exemplos são de vigas *isostáticas*)

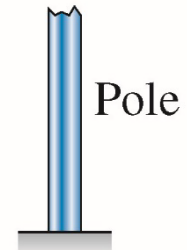
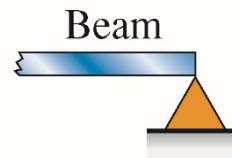
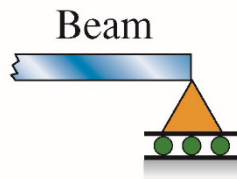
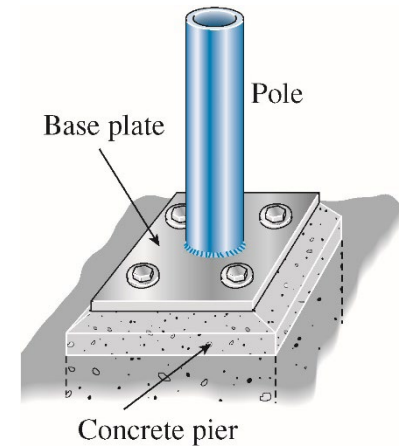
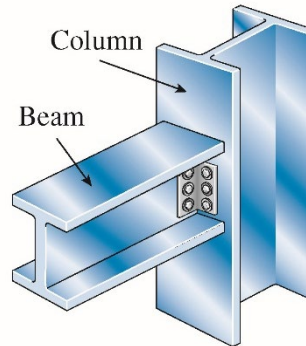
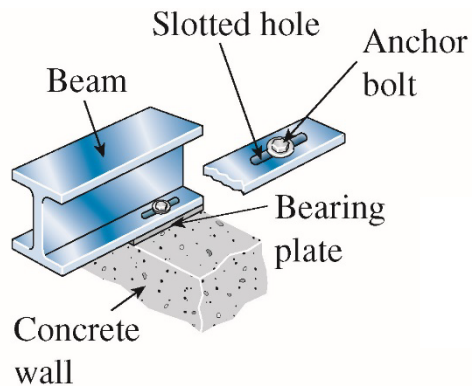


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Mundo real



Modelo

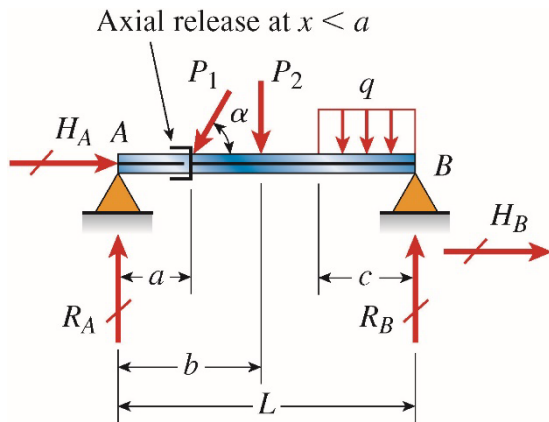




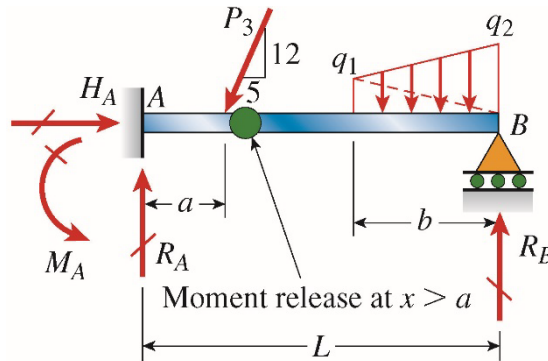
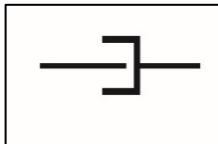
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia Mecânica

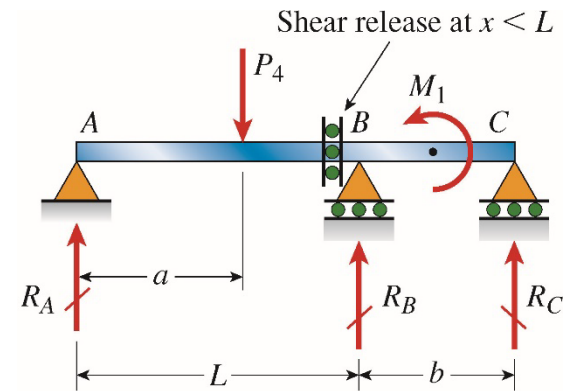
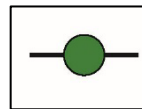
Vínculos internos (alívios)



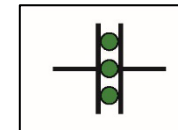
Alívio axial



Alívio de momento

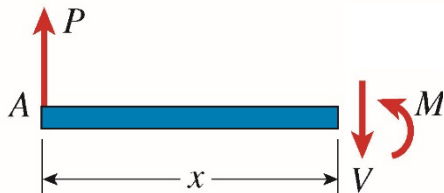
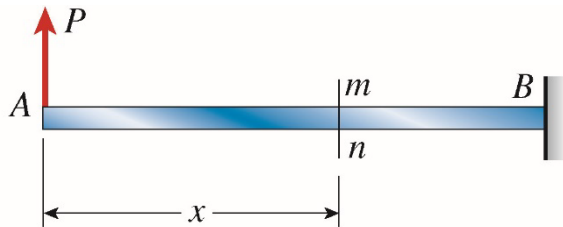


Alívio de força cortante





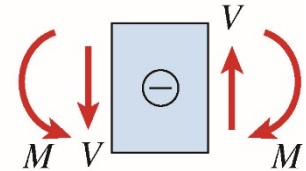
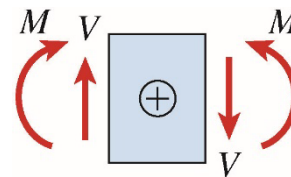
4.3 Forças cortantes (forças de cisalhamento) e momentos fletores



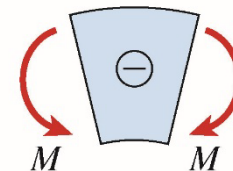
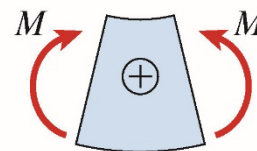
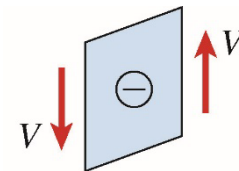
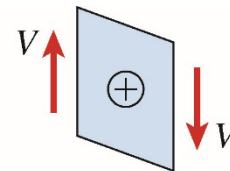
$M \rightarrow$ Momento Fletor

$V \rightarrow$ Força cortante

Convenção de sinais:



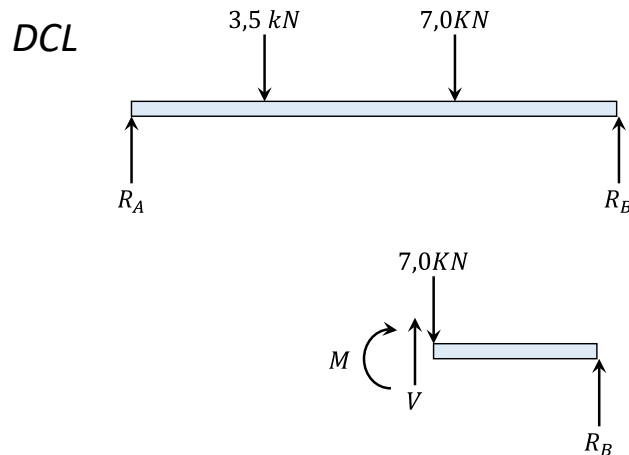
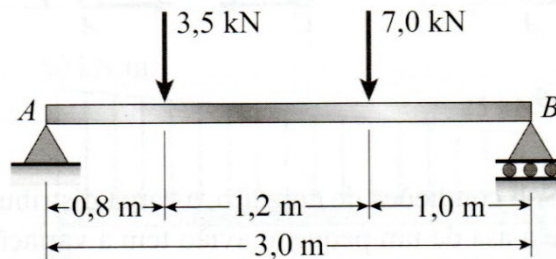
Deformações:





Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

4.3-1 Calcule a força cortante V e o momento fletor M em uma seção transversal logo à esquerda da carga 7,0 kN atuando sobre a viga simples AB mostrada na figura.



i) Cálculo das reações:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_B = 10,5$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow R_A \cdot 3,0 - 3,5 \cdot 2,2 - 7,0 \cdot 1,0 = 0$$

$$\Rightarrow R_A = 4,9 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow R_B = 5,6 \text{ kN}$$

ii) Cálculo dos esforços solicitantes:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V - 7,0 + R_B = 0$$

$$\Rightarrow V = 1,4 \text{ kN}$$

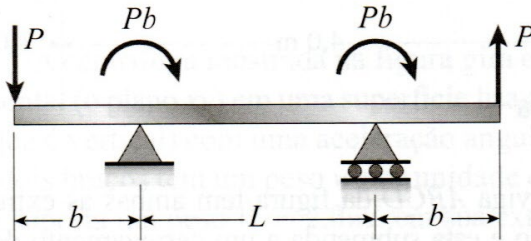
$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow M + V \cdot 1,0 - 7,0 \cdot 1 = 0$$

$$\Rightarrow M = 5,6 \text{ kNm}$$

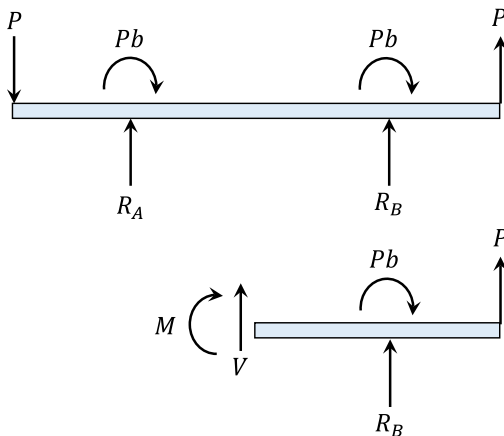


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

4.3-3 Determine a força cortante V e o momento fletor M no ponto médio de uma viga com balanços (veja a figura). Repare que uma das cargas atua para baixo e a outra para cima e momentos em sentido horário Pb são aplicados em cada apoio.



DCL



i) Cálculo das reações:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_B = 0$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow P(b + L) - R_A L - 2Pb + Pb = 0$$

$$\Rightarrow R_A = P$$

$$\Rightarrow R_B = -P$$

ii) Cálculo dos esforços solicitantes:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V + R_B + P = 0$$

$$\Rightarrow V = 0$$

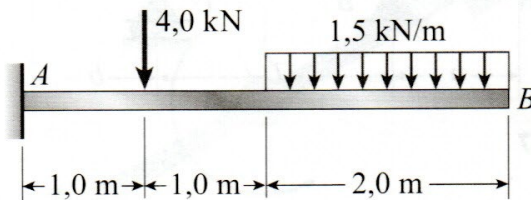
$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow M + V \frac{L}{2} + Pb - Pb = 0$$

$$\Rightarrow M = 0$$



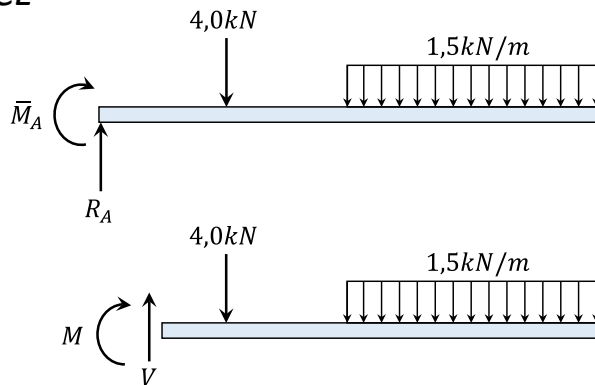
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

4.3-4 Calcule a força cortante V e o momento fletor M em uma seção transversal localizada a 0,5 m do engaste de uma viga em balanço AB mostrada na figura.



$$\begin{aligned}\Sigma F_y = 0 &\Rightarrow V - 4,0 - 1,5 \cdot 2,0 = 0 \\ &\Rightarrow V = 7,0 \text{ kN}\end{aligned}$$

DCL



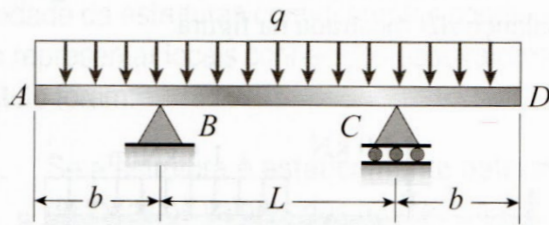
$$\begin{aligned}\Sigma M_B = 0 &\Rightarrow M + V \cdot 3,5 - 4,0 \cdot 3,0 - 1,5 \cdot 2,0 \cdot 1,0 = 0 \\ &\Rightarrow M = -9,5 \text{ kNm}\end{aligned}$$



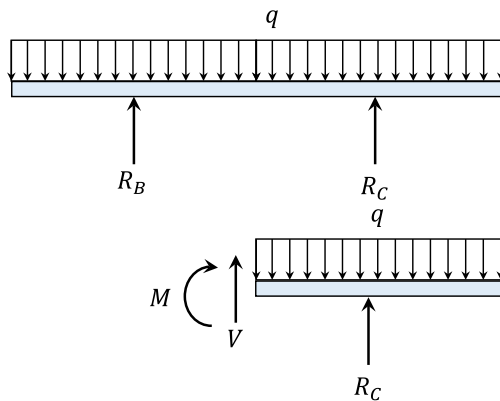
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

4.3-7 A viga $ABCD$ da figura tem ambas as extremidades em balanço e está submetida a um carregamento de intensidade uniforme q .

Para qual razão b/L o momento fletor no ponto médio da figura será zero?



DCL



i) Cálculo das reações:

$$R_A = R_C = q \left(\frac{L}{2} + b \right)$$

ii) Cálculo dos esforços solicitantes:

$$\begin{aligned} \Sigma F_y = 0 &\Rightarrow V + R_C - q \left(\frac{L}{2} + b \right) = 0 \\ &\Rightarrow V = 0 \end{aligned}$$

$$\Sigma M_D = 0$$

$$\Rightarrow M + V \left(\frac{L}{2} + b \right) + R_C b - q \left(\frac{L}{2} + b \right) \frac{\frac{L}{2} + b}{2}$$

$$\Rightarrow M = \frac{q}{2} \left(\frac{L^2}{4} - b^2 \right)$$

iii) Momento nulo:

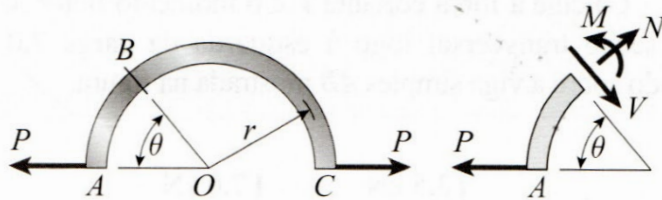
$$M = 0 \Rightarrow \frac{b}{L} = \frac{1}{2}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

4.3-9 Uma barra curva ABC é submetida a um carregamento na forma de duas forças opostas P , como ilustrado na figura. O eixo da barra forma um semicírculo de raio r .

Determine a força axial N , a força cortante V e o momento fletor M atuando sobre a seção transversal definida pelo ângulo θ .



$$\Sigma F_N = 0 \Rightarrow N = P \sin \theta$$

$$\Sigma F_V = 0 \Rightarrow V = P \cos \theta$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_0 = 0 &\Rightarrow M - Nr = 0 \\ &\Rightarrow M = P r \sin \theta \end{aligned}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Referência:

Gere, J.M., Goodno, B.J. Mecânica dos Materiais – Tradução da 7ª edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p, Capítulo 4.