

# Postulados\* da Mecânica Quântica ( Estrutura Matemática )

Mec. Quântica Aplicada  
SFI5774 / IFSC-USP

05/05/2022

Sérgio R. Muniz

---

(\*) Versão didática, baseada na interpretação ortodoxa

# Postulados da Mecânica Quântica (v1)

## Postulados resumidos da mecânica quântica (versão vetor de estado)

1. O *estado de um sistema* físico é descrito pelo **vetor de estado**  $|\psi\rangle$  no seu espaço de Hilbert do sistema.
2. **Observáveis** físicos são representados por *operadores Hermitianos*.
3. Os possíveis *resultados de uma medida* são **autovalores** do operador (observável) correspondente.
4. As **probabilidades** dos resultados são dadas pela *Regra de Born*.
5. O **estado pós-medida** é um vetor do *subespaço dos autovetores* correspondente ao resultado (autovalor) medido.
6. A **evolução temporal** do vetor de estado é governada pela equação de Schrödinger (ou equação de Heisenberg).

# Postulados II: funções de onda (v1.2)

## Postulados resumidos II – versão funções de onda

1. O *estado do sistema* físico é descrito pela **função de onda**  $\psi(\mathbf{r}, t)$  que possui toda a informação do sistema. Essa função deve ser contínua, unívoca (injetora), diferenciável e quadrado-integrável\*.
2. Medidas de **observáveis** físicos são representadas por *operadores Hermitianos* lineares, construídos a partir dos operadores<sup>†</sup> de posição e momento linear:  $\hat{x} = x \cdot \square$ , e  $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \square$ .
3. Os possíveis *resultados de uma medida* são **autovalores** do operador (observável) correspondente.
4. As **probabilidades** dos resultados são dados pelo *Regra de Born*<sup>†</sup>.
5. O **estado pós-medida** é uma autofunção do *subespaço dos autofunções* correspondente ao resultado (autovalor) medido.
6. A **evolução temporal** do vetor de estado é governada pela equação de Schrödinger.

(\*) O espaço de Hilbert é formado pelas funções quadrado-integráveis  $L_2(a, b)$ .

(†) Observáveis *sem análogo clássico*, como *spin*, são definidos de outra forma.

# Postulados da Mecânica Quântica (v2)

## Postulados resumidos da mecânica quântica (versão op. densidade)

1. O *estado de um sistema* físico é descrito pelo **operador densidade**  $\hat{\rho} \equiv \sum_k p_k |\psi_k\rangle \langle \psi_k|$ , em um espaço de Hilbert do sistema.
2. Medidas de **observáveis** físicos são representadas por *operadores Hermitianos*  $\hat{A} = \hat{A}^\dagger = \sum_{i,j} A_{ij} |i\rangle \langle j|$ .
3. Os possíveis *resultados de uma medida* são **autovalores** do operador (observável) correspondente.
4. A **probabilidade** de medir  $m$  em uma medida  $\hat{M}_m$  de um sistema físico no estado  $\hat{\rho}$  é dada por  $p_m = \text{Tr}(\hat{\rho} \hat{M}_m)$ .
5. O **estado pós medida** é dado por  $\hat{\rho}_m = \frac{\hat{M}_m \hat{\rho} \hat{M}_m^\dagger}{\text{Tr}(\hat{\rho} \hat{M}_m)}$ .
6. A **evolução temporal** de um sistema quântico fechado é descrita por transformações unitárias aplicadas no operador densidade  $\hat{\rho}(t) = U(t, t_0) \hat{\rho}(t_0) U^\dagger(t, t_0)$ , onde  $U(t, t_0)$  é obtido como solução da equação de Liouville  $\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}]$ .

(!!)Existem ainda outras formas/formulações da MQ... :-)