

MAT0111 - Cálculo Diferencial e Integral para Geociências

1º Semestre de 2022 - 2ª Lista de Exercícios para entregar

I. Regras de derivação

1. Calcule a derivada de cada uma das funções abaixo:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} f(x) = x^2 + 3x - 4 & \text{(b)} f(t) = 5t^{-3/5} & \text{(d)} f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{\sqrt{x}} \\ \text{(f)} f(x) = \operatorname{cosec}(x) & \text{(h)} F(y) = \left(\frac{y-6}{y+7}\right)^3 & \text{(i)} f(x) = \cos(\cos(\cos x)) \\ \text{(j)} y = e^{x \cos x} & \text{(k)} H(x) = (1 - x^2) \arctan x & \text{(l)} f(x) = \ln \sqrt{x} \end{array}$$

II. Continuidade

2. Explique por que a função f é descontínua no ponto dado. Esboce o gráfico da função

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{se } x \neq 1 \\ 2 & \text{se } x = 1, \quad a = 1 \end{cases} \\ \text{(b)} f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} & \text{se } x \neq -1 \\ 6 & \text{se } x = -1, \quad a = -1 \end{cases} \\ \text{(c)} f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}, \quad a = -1 \\ \text{(d)} f(x) = \begin{cases} 1-x & \text{se } x < 2 \\ x^2-2x & \text{se } x \geq 2, \quad a = 2 \end{cases} \end{array}$$

3. Use o Teorema do Valor Intermediário para mostrar que existe uma raiz da equação dada no intervalo I especificado:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} x^3 - 3x + 1 = 0, \quad I = (0, 1) \\ \text{(b)} x^2 = \sqrt{x+1}, \quad I = (1, 2) \\ \text{(c)} \cos(x) = x, \quad I = (0, 1) \\ \text{(d)} \ln(x) = e^{-x}, \quad I = (1, 2) \end{array}$$

4. Suponha que $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua e que $0 \leq f(x) \leq 1$, para todo $x \in [0, 1]$. Mostre que existe $c \in [0, 1]$ tal que $f(c) = c$.

III. Reta tangente

5. Seja $f(x) = \frac{3x+1}{x-1}$. Determine todas as retas tangentes ao gráfico de f que passam pelo ponto $(0, 0)$.
Resp.: $y = -9x$; $y = -x$