

PEF 5710 - Otimização Estrutural

1º Quadrimestre 2022

Semana 08

Utilização do Excel

Prof. Marcelo Araujo da Silva
marcelo.araujo@ufabc.edu.br

Professor Titular da Disciplina:
Dr. Reyolando M. L. R. F. Brasil

Utilização do Excel

Instalando o Excel Solver

Para instalar o solver em seu Excel, basta seguir os passos a seguir (Excel 2010 e posterior):

1. Vá para **Arquivo > Opções**;
2. Clique em **Suplementos** e, na caixa **Gerenciar**, selecione **Suplementos do Excel**;
3. Clique em **Ir**;
4. Na caixa **Suplementos disponíveis**, marque a caixa de seleção **Solver** e clique em **OK**;
5. Depois de carregar o suplemento Solver, o comando **Solver** torna-se disponível no grupo **Análise**, na guia **Dados**.



A Janela do Solver

Parâmetros do Solver

Definir Objetivo: []

Para: Máx. Mín. Valor de: [0]

Alterando Células Variáveis: []

Sujeito às Restrições:

Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas

Selecionar um Método de Solução: GRG Não Linear

Método de Solução

Selecione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares. Selecione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Selecione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

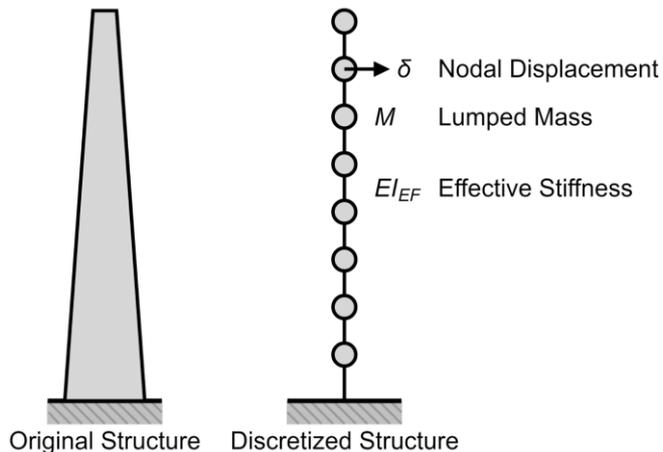
Ajuda 6. Resolver Fechar

1. Caixa Definir Objetivo;
2. Tipo de Otimização;
3. Caixa de Variáveis de Projeto;
4. Equações de Restrição;
5. Método de Otimização;

Exemplo 1 - Cálculo do Autovalor

Dada a estrutura da *Figura 1*, a partir de sua geometria e propriedades mecânicas é possível obter suas frequências naturais de vibração.

Figura 1 - Estrutura discretizada de uma torre eólica



Fonte: Elaborado pelos autores.

Exemplo 1 - Cálculo do Autovalor

As frequências naturais são encontradas resolvendo a equação característica:

$$\det(\mathbf{K} + \lambda\mathbf{M}) = 0,$$

onde \mathbf{K} é a matriz de rigidez, \mathbf{M} é a matriz de massa, ambas com dimensões $n \times n$ e λ é o autovalor. A frequência natural de vibração é dada por:

$$\omega_i = \sqrt{\lambda_i},$$

onde ω_i é a chamada frequência circular e a frequência cíclica é

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}.$$

Exemplo 1 - Cálculo do Autovalor

Na *Tabela 1* tem-se uma breve descrição das características geométricas da torre de energia eólica.

Tabela 1 - Geometria da torre de energia eólica

Variável	Valor	Descrição
H	60 m	Altura da torre acima do solo
Diam. tip	200 cm	Diâmetro na ponta da torre
Thic. tip	0,93 cm	Espessura da torre na ponta
Diam. base	708,04 cm	Diâmetro na base da torre
Thic. base	1,03 cm	Espessura da torre na base

O material da torre tem $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ e uma massa concentrada de 104000 kg no topo precisa ser considerada.

Exemplo 1 - Cálculo do Autovalor

A estrutura foi discretizada em 40 elementos e assim foram determinadas as matrizes K e M . A *Tabela 2* apresenta o projeto inicial.

Tabela 2 - Projeto inicial

Cálculo do primeiro autovalor		
Variável	Valor	Descrição
lamb	40,000 [rad/s] ²	Autovalor inicial
f	1,01 [Hz]	Frequência fundamental inicial
Det	-1,40E+02	Resíduo da equação característica
scale	8	Fator de escalonamento
f-fem	0,62 [Hz]	Frequência calculada com FEM
Error aprox	61,2363%	Erro entre o Excel Solver e FEM

Exemplo 1 - Cálculo do Autovalor

A *Tabela 3* apresenta o projeto final obtido. Note que o determinante apresentou um valor próximo de zero, e o erro de aproximação é um valor igual a 10^{-7} (excelente).

Tabela 3 - Projeto final obtido com o Excel Solver

Cálculo do primeiro autovalor		
Variável	Valor	Descrição
lamb	15,386 [rad/s] ²	Autovalor inicial
f	0,62 [Hz]	Frequência fundamental inicial
Det	1,78E-05	Resíduo da equação característica
scale	8	Fator de escalonamento
f-fem	0,62 [Hz]	Frequência calculada com FEM
Error aprox	-0,00001%	Erro entre o Excel Solver e FEM

Exemplo 1 - Cálculo do Autovalor

Figura 2 - Janela de comunicação do Solver

Computation of the eigen-value

lamb =	15.386	(rad/s) ²
f =	0.62	Hz
Det =	1.78E-05	
scale =	8	
f-fem =	0.62	Hz
f-solver =	0.62	Hz
Error approx =	-0.00001%	

Solver Parameters

Set Objective:

To: Max Min Value Of:

By Changing Variable Cells:

Subject to the Constraints:

Make Unconstrained Variables Non-Negative

Select a Solving Method:

Solving Method
Select the GRG Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for linear Solver Problems, and select the Evolutionary engine for Solver problems that are non-smooth.

Buttons: Add, Change, Delete, Reset All, Load/Save, Help, Solve, Close

A *Figura 2* mostra a janela de comunicação do Solver. Então:

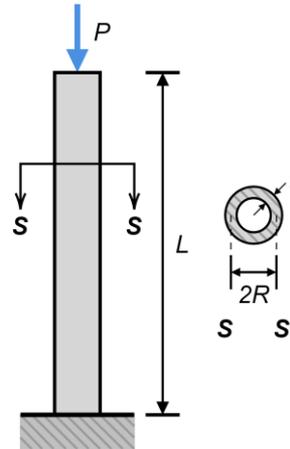
- A célula *L14* (Det) é a função objetivo, que deve ser 0,
- A célula *L12* é a variável de projeto, e a restrição imposta nela é que esta variável precisa ser positiva.

O projeto ótimo é $\mathbf{x}^* = [0,62]$ e $f(\mathbf{x}^*) = 1,78 \times 10^{-5} \cong 0$.

Exemplo 2 - Coluna Sob Carga Axial

Uma coluna, engastada na base e livre na ponta, de comprimento $L = 5 \text{ m}$ é mostrada na *Figura 3*. Sua seção é circular de raio médio R e espessura t .

Figura 3 - Estrutura do exemplo 2



Fonte: Elaborado pelos autores.

Exemplo 2 - Coluna Sob Carga Axial

Os demais dados são:

$$P = 10 \text{ MN}; \quad \rho = 7833 \text{ kg/m}^3;$$

$$E = 207 \text{ GPa}; \quad \sigma_a = 248 \text{ MPa}.$$

As variáveis de projeto são:

$$R(x_1) \text{ e } t(x_2).$$

A função objetivo, por sua vez, é

$$f(R, t) = 2\rho L\pi Rt.$$

Exemplo 2 - Coluna Sob Carga Axial

Por último, as restrições são:

$$g_1(R, t) = \frac{P}{2\pi R t} - \sigma_a \leq 0, \quad (\text{tensão admissível})$$

$$g_2(R, t) = P - \frac{\pi^3 E R^3 t}{4L^2} \leq 0, \quad (\text{carga de flambagem})$$

$$g_3(R, t) = -R \leq 0, \quad (\text{raio é positivo})$$

$$g_4(R, t) = -t \leq 0. \quad (\text{espessura é positiva})$$

Exemplo 2 - Coluna Sob Carga Axial

Transcrevendo essas expressões no Excel, pode-se ver as fórmulas na *Figura 4*.

Figura 4 - Expressões do Exemplo 2

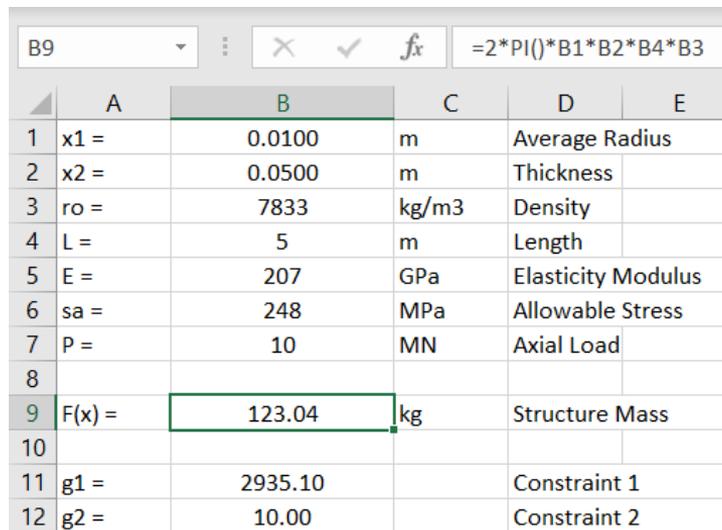
	A	B	C	D
1	x1 =	0.1666159452805	m	Average Radius
2	x2 =	0.0385169439351371	m	Thickness
3	ro =	7833	kg/m3	Density
4	L =	5	m	Length
5	E =	207	GPa	Elasticity Modulus
6	sa =	248	MPa	Allowable Stress
7	P =	10	MN	Axial Load
8				
9	F(x) =	=2*PI()*B1*B2*B4*B3	kg	Structure Mass
10				
11	g1 =	=B7/(2*PI()*B1*B2)-B6		Constraint 1
12	g2 =	=B7-PI()^3*B1^3*B2*B5*1000/(4*B4^2)		Constraint 2

Fonte: Elaborado pelos autores.

Exemplo 2 - Coluna Sob Carga Axial

Na *Figura 5* são mostradas os valores iniciais das variáveis.

Figura 5 - Valores numéricos do Exemplo 2 para o projeto inicial



	A	B	C	D	E
1	x1 =	0.0100	m	Average Radius	
2	x2 =	0.0500	m	Thickness	
3	ro =	7833	kg/m3	Density	
4	L =	5	m	Length	
5	E =	207	GPa	Elasticity Modulus	
6	sa =	248	MPa	Allowable Stress	
7	P =	10	MN	Axial Load	
8					
9	F(x) =	123.04	kg	Structure Mass	
10					
11	g1 =	2935.10		Constraint 1	
12	g2 =	10.00		Constraint 2	

Fonte: Elaborado pelos autores.

Exemplo 2 - Coluna Sob Carga Axial

Figura 6 - Janela de comunicação do Solver

	A	B	C	D	E
1	x1 =	0.0100	m	Average Radius	
2	x2 =	0.0500	m	Thickness	
3	ro =	7833	kg/m3	Density	
4	L =	5	m	Length	
5	E =	207	GPa	Elasticity Modulus	
6	sa =	248	MPa	Allowable Stress	
7	P =	10	MN	Axial Load	
8					
9	F(x) =	123.04	kg	Structure Mass	
10					
11	g1 =	2935.10		Constraint 1	
12	g2 =	10.00		Constraint 2	
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					

Solver Parameters

Set Objective:

To: Max Min Value Of:

By Changing Variable Cells:

Subject to the Constraints:

Make Unconstrained Variables Non-Negative

Select a Solving Method:

Solving Method
Select the GRG Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for linear Solver Problems, and select the Evolutionary engine for Solver problems that are non-smooth.

Help Solve Close

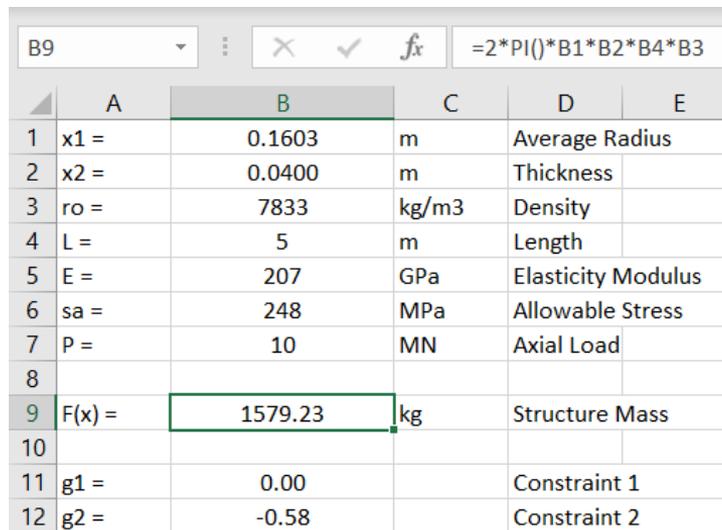
Veja que, na *Figura 6*, as restrições 3 e 4 podem ser substituídas clicando na opção “*Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas*”.

Perceba também que o problema é não linear, vide a opção “*GRG Não Linear*”.

Exemplo 2 - Coluna Sob Carga Axial

A Figura 7 mostra o projeto final obtido: $\mathbf{x}^* = [0,1603 \ 0,0400]$ e $f(\mathbf{x}^*) = 1579,23$.

Figura 7 - Valores numéricos do Exemplo 2 para o projeto final



The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E
1	x1 =	0.1603	m	Average Radius	
2	x2 =	0.0400	m	Thickness	
3	ro =	7833	kg/m3	Density	
4	L =	5	m	Length	
5	E =	207	GPa	Elasticity Modulus	
6	sa =	248	MPa	Allowable Stress	
7	P =	10	MN	Axial Load	
8					
9	F(x) =	1579.23	kg	Structure Mass	
10					
11	g1 =	0.00		Constraint 1	
12	g2 =	-0.58		Constraint 2	

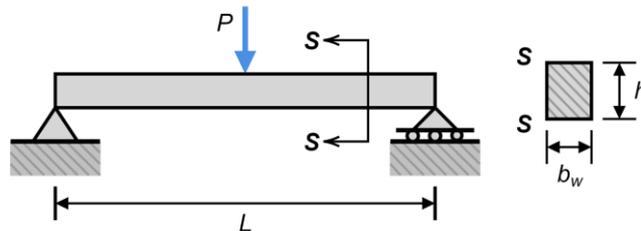
The formula bar at the top shows the formula for cell B9: $=2*PI()*B1*B2*B4*B3$.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Exemplo 3 - Viga Sob Carga Concentrada

Observe, agora, a viga mostrada na *Figura 8*. Desta vez, o objetivo é minimizar a massa da viga.

Figura 8 - Viga biapoiada com carga concentrada no meio



Fonte: Elaborado pelos autores.

Os dados são: $L = 10 \text{ m}$; $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$;

$P = 20 \text{ tf}$; $\sigma_a = 20 \text{ MPa}$.

Exemplo 3 - Viga Sob Carga Concentrada

As variáveis de projeto são, respectivamente, a largura da base e altura da seção:

$$b_w(x_1) \quad \text{e} \quad h(x_2).$$

Logo, o vetor de projeto é

$$\mathbf{x} = [b_w \quad h].$$

A função objetivo, por sua vez, é

$$f(b_w, h) = \rho L b_w h.$$

Exemplo 3 - Viga Sob Carga Concentrada

Por último, as restrições do problema são:

$$g_1(b_w, h) = \frac{3}{2} \frac{PL}{b_w h^2} - \sigma_a \leq 0, \quad (\text{tensão admissível})$$

$$g_2(b_w, h) = b_w - h \leq 0, \quad (\text{altura maior que largura})$$

$$g_3(b_w, h) = -b_w + 0,2 \leq 0, \quad (\text{largura mínima})$$

$$g_4(b_w, h) = -h + 0,2 \leq 0. \quad (\text{altura mínima})$$

Exemplo 3 - Viga Sob Carga Concentrada

Transcrevendo essas expressões no Excel, pode-se ver as fórmulas na *Figura 9*.

Figura 9 - Expressões do Exemplo 3

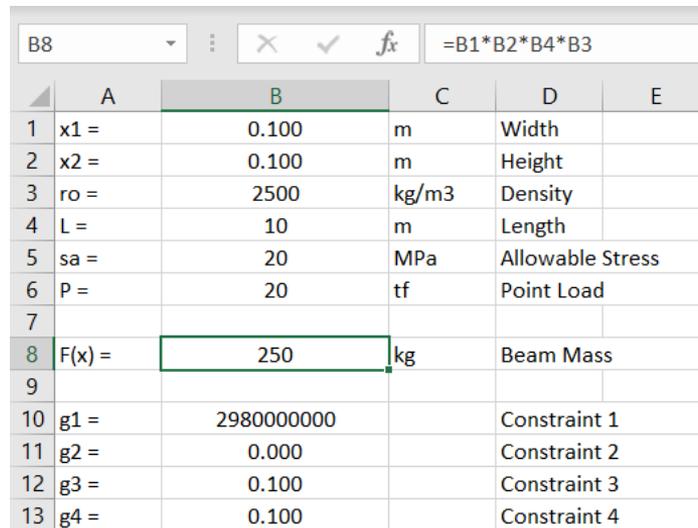
	A	B	C	D
1	x1 =	0.2	m	Width
2	x2 =	0.866025403784434	m	Height
3	ro =	2500	kg/m ³	Density
4	L =	10	m	Length
5	sa =	20	MPa	Allowable Stress
6	P =	20	tf	Point Load
7				
8	F(x) =	=B1*B2*B4*B3	kg	Beam Mass
9				
10	g1 =	=3/2*B6*B4/(B1*B2^2)*10000-B5*1000000		Constraint 1
11	g2 =	=B1-B2		Constraint 2
12	g3 =	=-B1+0.2		Constraint 3
13	g4 =	=-B2+0.2		Constraint 4

Fonte: Elaborado pelos autores.

Exemplo 3 - Viga Sob Carga Concentrada

Na *Figura 10* são mostradas os valores iniciais das variáveis.

Figura 10 - Valores numéricos do Exemplo 3 para o projeto inicial



	A	B	C	D	E
1	x1 =	0.100	m	Width	
2	x2 =	0.100	m	Height	
3	ro =	2500	kg/m3	Density	
4	L =	10	m	Length	
5	sa =	20	MPa	Allowable Stress	
6	P =	20	tf	Point Load	
7					
8	F(x) =	250	kg	Beam Mass	
9					
10	g1 =	2980000000		Constraint 1	
11	g2 =	0.000		Constraint 2	
12	g3 =	0.100		Constraint 3	
13	g4 =	0.100		Constraint 4	

Fonte: Elaborado pelos autores.

Exemplo 3 - Viga Sob Carga Concentrada

Figura 11 - Janela de comunicação do Solver

The image shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E
1	x1 =	0.100	m	Width	
2	x2 =	0.100	m	Height	
3	ro =	2500	kg/m3	Density	
4	L =	10	m	Length	
5	sa =	20	MPa	Allowable Stress	
6	P =	20	tf	Point Load	
7					
8	F(x) =	250	kg	Beam Mass	
9					
10	g1 =	2980000000		Constraint 1	
11	g2 =	0.000		Constraint 2	
12	g3 =	0.100		Constraint 3	
13	g4 =	0.100		Constraint 4	
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					

The Solver Parameters dialog box is open, showing the following settings:

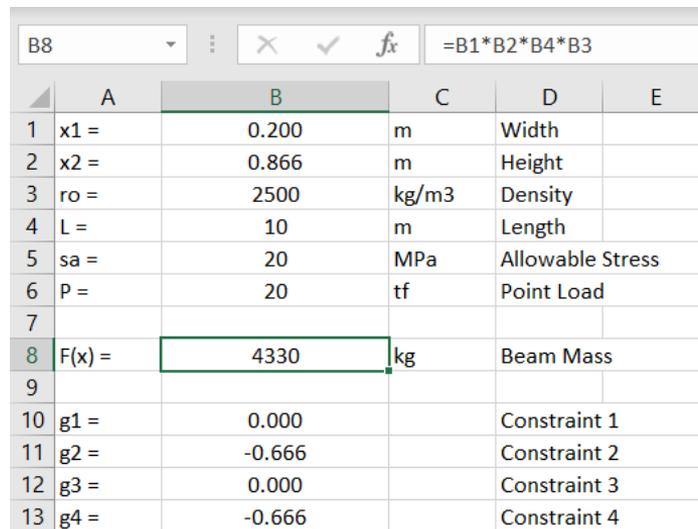
- Set Objective: \$B\$8
- To: Max Min Value Of: 0
- By Changing Variable Cells: \$B\$1:\$B\$2
- Subject to the Constraints:
 - \$B\$10 <= 0
 - \$B\$11 <= 0
 - \$B\$12 <= 0
 - \$B\$13 <= 0
- Make Unconstrained Variables Non-Negative
- Select a Solving Method: GRG Nonlinear
- Solving Method: Select the GRG Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for linear Solver Problems, and select the Evolutionary engine for Solver problems that are non-smooth.

Na *Figura 11* é possível observar a janela do Solver.

Exemplo 3 - Viga Sob Carga Concentrada

A Figura 12 mostra o projeto final obtido: $\mathbf{x}^* = [0,200 \ 0,866]$ e $f(\mathbf{x}^*) = 4330$.

Figura 12 - Valores numéricos do Exemplo 3 para o projeto final



	A	B	C	D	E
1	x1 =	0.200	m	Width	
2	x2 =	0.866	m	Height	
3	ro =	2500	kg/m3	Density	
4	L =	10	m	Length	
5	sa =	20	MPa	Allowable Stress	
6	P =	20	tf	Point Load	
7					
8	F(x) =	4330	kg	Beam Mass	
9					
10	g1 =	0.000		Constraint 1	
11	g2 =	-0.666		Constraint 2	
12	g3 =	0.000		Constraint 3	
13	g4 =	-0.666		Constraint 4	

Fonte: Elaborado pelos autores.

Dúvidas?

Obrigado!