Física III 2022 (IQ) – Aula 13

Objetivos de aprendizagem

- Obter a energia elétrica de um capacitor dada sua carga elétrica
- Obter a densidade de energia eletrostática em uma região do espaço que contém campo elétrico.
- Obter a energia armazenada no volume ocupado pelo campo elétrico
- Determinar a auto-energia de uma distribuição uniforme de carga elétrica em uma superfície esférica (casca esférica carregada) por 3 métodos diferentes
    1) Por transporte de cargas infinitesimais do infinito
    2) Por compressão de uma superfície esférica carregada a partir de um raio infinito
    3) Por integração em todo o espaço da densidade de energia do campo elétrico
- Identificar a localização espacial da energia potencial adicional de uma superfície esférica carregada que é comprimida.
- Determinar a razão entre as densidades de carga de duas esferas condutoras de raios diferentes interligadas por um fio fino e longo.

Energia eletrostática de um capacitor

- = auto-energia
- Ex.: Placas paralelas (discos separados de uma certa distância)

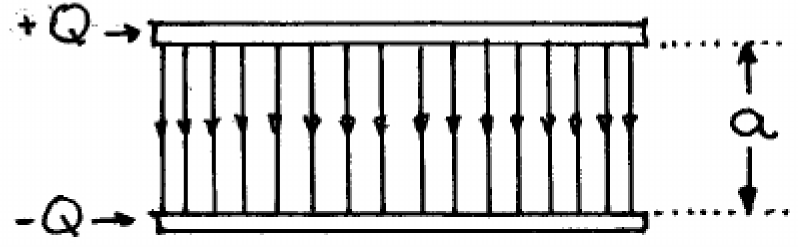
1) Obter a energia a partir da integração da energia infinitesimal para transporte de um elemento de carga de uma placa à outra.
2) Obter a energia a partir da força necessária para afastar duas placas carregadas.
3) Associar a energia com a expansão da região que contém campo elétrico
4) Definir a densidade de energia associada ao campo elétrico
5) Obter a energia a partir da integração da densidade de energia eletrostática no volume interno ao capacitor (isto é, onde tem campo elétrico).

Q=CV

- Dif. de pot. x E $$E(q)=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{q}{\varepsilon_0 \pi R^2}$$ $$V=E(q)a=\frac{q}{\varepsilon_0 \pi R^2}a$$

- Capacitância $$C=\frac{q}{V}=\frac{\varepsilon_0 \pi R^2}{a}=\frac{\varepsilon_0 A}{a}$$

$$A=\pi R^2$$

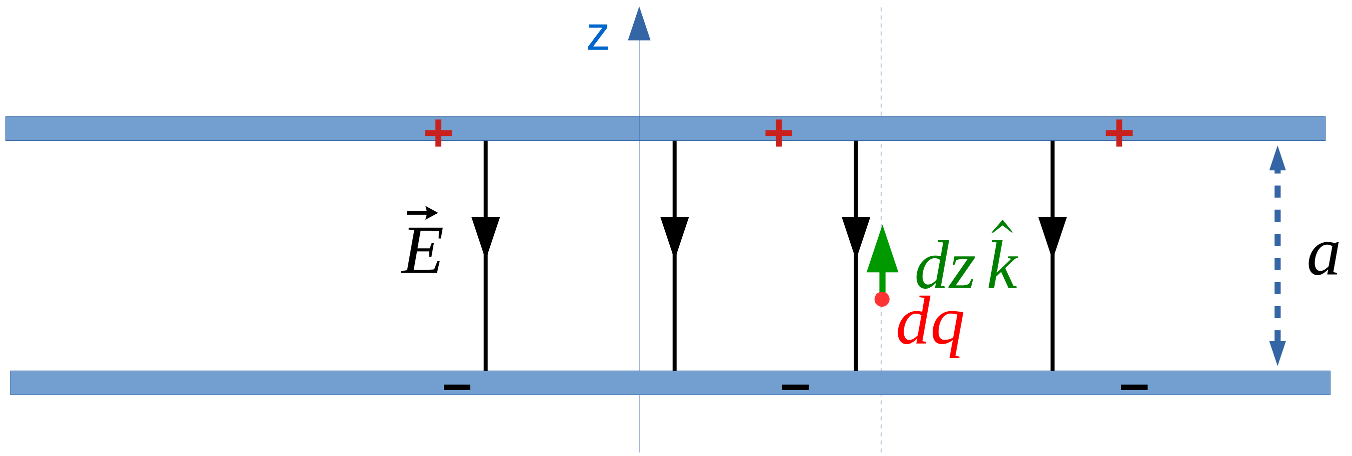


Placas circulares paralelas

Trabalho para transportar cargas de uma placa para outra

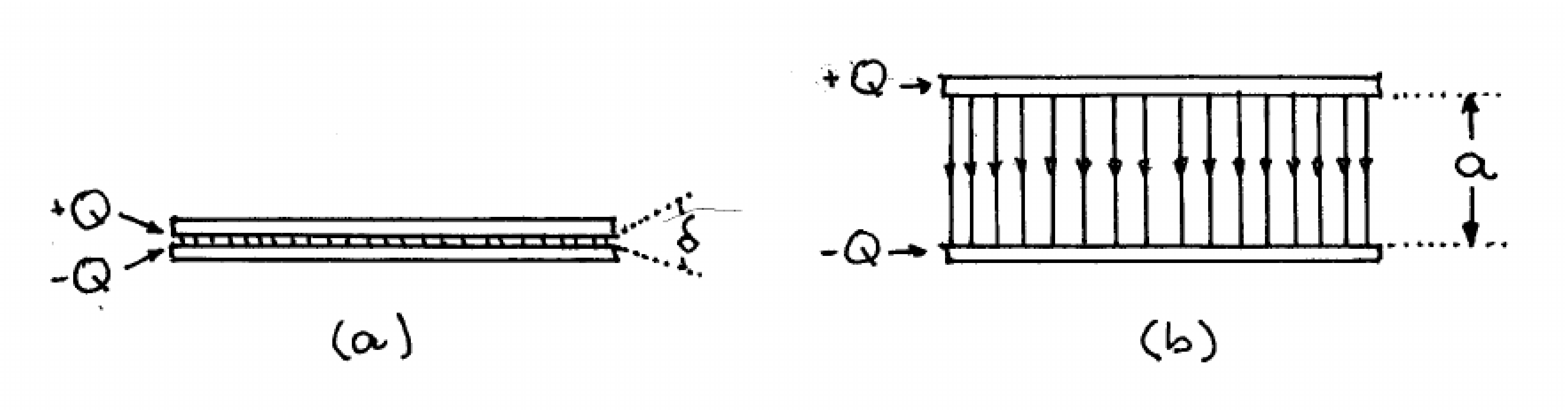
$$E(q)=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{q}{\varepsilon_0 \pi R^2}$$

$$d^2\tau = dq\, E(q)\, dz$$



1- integrar em dz; 2 – integrar em dq

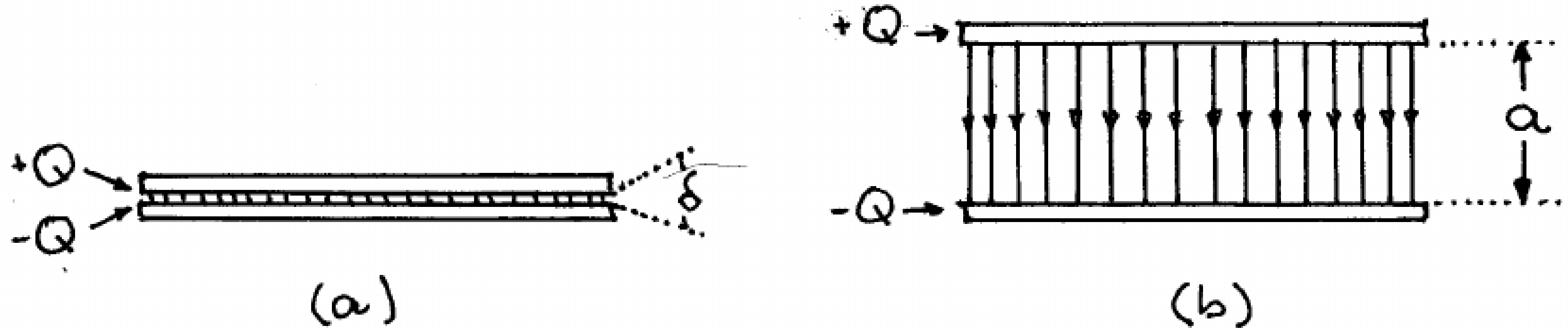
Trabalho para afastar placas com carga Q



1)Que força é exercida sobre a placa de cima pelo campo elétrico produzido pela de baixo ?

2) Qual é o trabalho desta força para afastar a placa de uma distância Δz ?

Trabalho para afastar placas com carga Q



$$\tau = \int_0^a \vec{F}_{ext} \cdot \hat{k}\, dz = \left|\vec{F}_{ext}\right| \Delta z = \frac{1}{2} E(Q)\, Q\, a$$

?

Energia em termos do campo

$$\tau = \frac{1}{2} E(Q) Q a = \Delta U = U(Q)$$

$$E(Q) = \frac{Q}{\varepsilon_0 \pi R^2} \qquad Q = \varepsilon_0 \pi R^2 E$$

$$U(E) = \frac{1}{2} E \varepsilon_0 \pi R^2 E a = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \pi R^2 a$$

Energia em termos do campo

$$\tau = \frac{1}{2} E(Q) Q a = \Delta U = U(Q)$$

$$E(Q) = \frac{Q}{\varepsilon_0 \pi R^2} \qquad Q = \varepsilon_0 \pi R^2 E$$

$$U(E) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \pi R^2 a$$

Volume entre as placas
= Região do espaço
onde E>0

Densidade de energia: $$\rho_U = \frac{U}{\pi R^2 a} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$

Auto-energia – Cap. cilíndrico

- Sabemos o campo em função da carga (despr. bordas)
- Dois procedimentos:
  - Transporte de cargas infinitesimais
  - Integração da densidade de energia

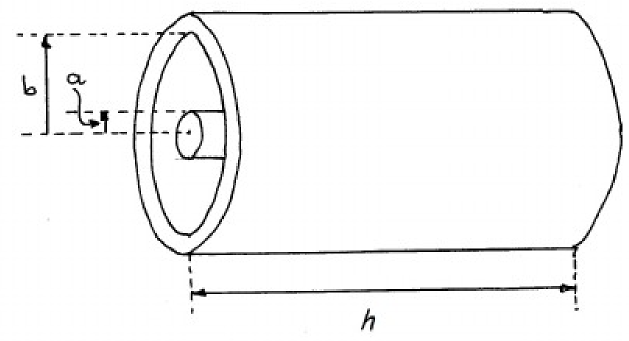


Figura 20.6:

→ Probl./Enquete
Casca esférica

Problema 20 para antes da aula 13 (Disco, M.N. Sec. 4.2)

Um disco de raio a uniformemente carregado com densidade de carga superficial σ constante encontra-se centrado na origem do sistema de coordenadas, no plano xy. Determine o potencial eletrostático $V(z)$ para os pontos ao longo do eixo z ($x = y = 0$), considerando $V(\infty) = 0$.

Obtenha em seguida o campo elétrico (sempre para pontos ao longo do eixo z) a partir do gradiente do potencial. Verifique que para $z \to 0$ o resultado para um plano infinito é recuperado.

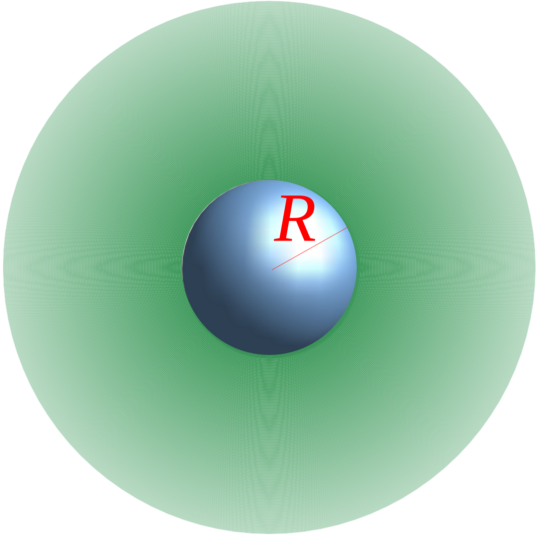
Resultado:

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{a^2+z^2} - z\right)$$

$$E_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}}\right)$$

exercício 1 da Apostila de Física 3 IF-2017 Cap. 21 – terceiro método

Determine a auto-energia (eletrostática) de uma casca esférica de raio R carregada com uma carga elétrica total Q uniformemente distribuída na superfície, através da integração (em todo o espaço) da densidade de energia contida no campo elétrico.



$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

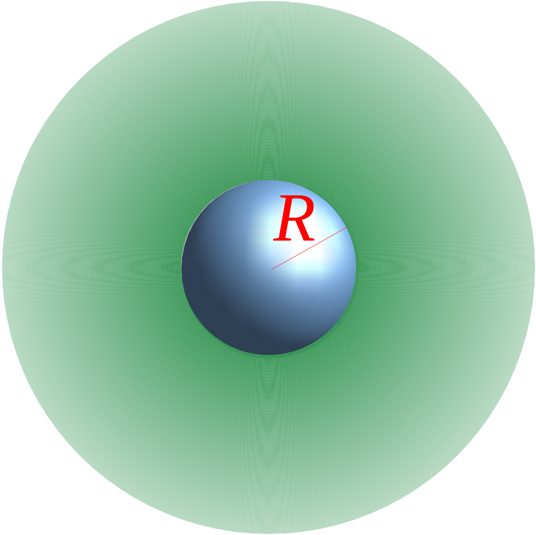
exercício 1 da Apostila de Física 3 IF-2017 Cap. 21 – terceiro método

Determine a auto-energia (eletrostática) de uma casca esférica de raio R carregada com uma carga elétrica total Q uniformemente distribuída na superfície, através da integração (em todo o espaço) da densidade de energia contida no campo elétrico.

Ponto de partida da solução:
Campo elétrico (fora)

$$\vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}\,; \quad r > R$$

(dentro é zero)



$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

Primeiro método

- Transporte de cargas infinitesimais do infinito até a superfície, sabendo o potencial elétrico (dependente da carga total momentânea)

Segundo método

- Compressão da superfície esférica

Compressão entre dois raios

- Localização da energia

Raio clássico do elétron

$$U = m_e c^2$$

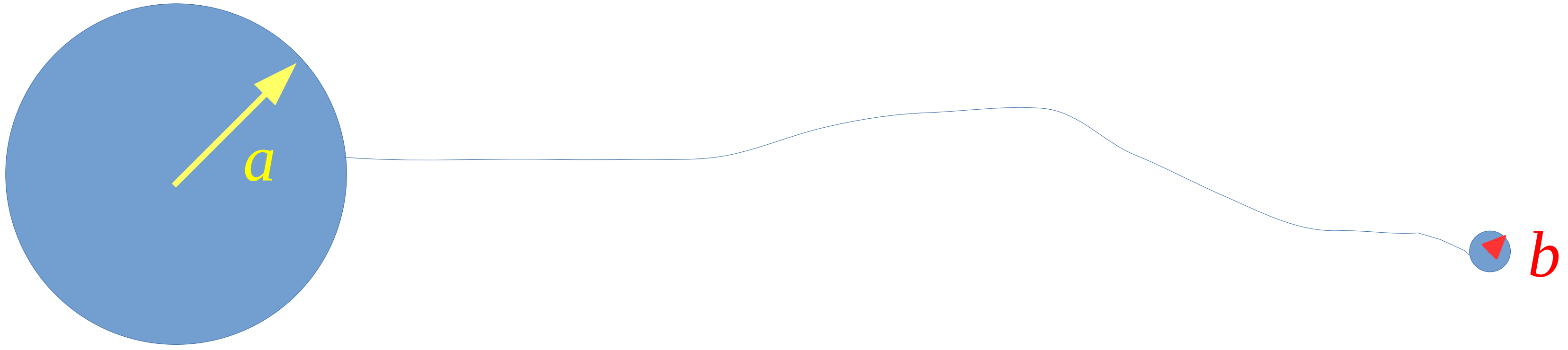
$$U_{\text{casca}} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$U_{\text{esfera}} = \frac{3}{5} \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$U_{\text{forma}} = n \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R} ; n \approx 1$$

$$r_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{m_e c^2} = 2.8179403227(19) \times 10^{-15} \text{ m}$$

Duas esferas condutoras interligadas
Carga total Q



1) Equipotencial/densidade de cargas
2) Minimização da energia

“Pontas”