



*Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica*

PME-3210 - Mecânica dos Sólidos I

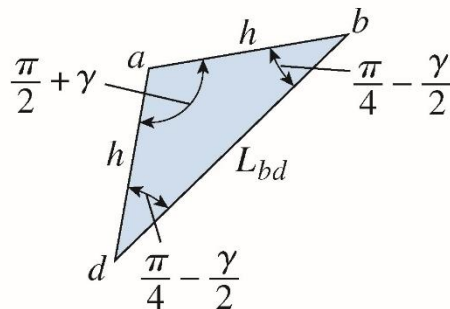
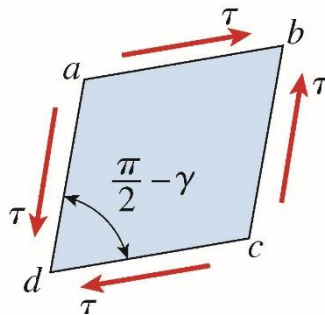
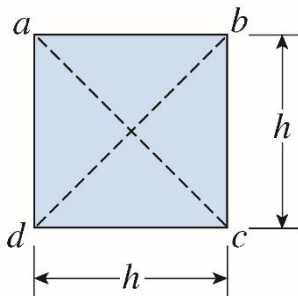
Aula #12

Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

17/05/22



3.5 Relação entre os módulos de elasticidade E e G



$$L_{bd} = \sqrt{2}h (1 + \varepsilon_{m\acute{a}x}) \quad (1)$$

Lei dos cossenos:

$$\begin{aligned} L_{bd}^2 &= h^2 + h^2 - 2h^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) \\ &= 2h^2 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right)\right) = 2h^2(1 + \sin \gamma) \quad (2) \end{aligned}$$

(1)²=(2):

$$\begin{aligned} \cancel{2h^2} (1 + \varepsilon_{m\acute{a}x})^2 &= \cancel{2h^2} (1 + \sin \gamma) \\ \Rightarrow \cancel{1} + 2\varepsilon_{m\acute{a}x} + \varepsilon_{m\acute{a}x}^2 &= \cancel{1} + \sin \gamma \end{aligned}$$

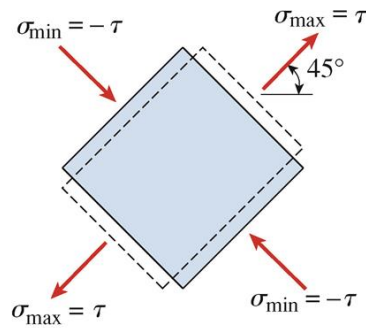
Para pequenas deformações:

$$\Rightarrow \varepsilon_{m\acute{a}x} = \frac{\gamma}{2}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Por outro lado:



$$\varepsilon_{\max} = \frac{\tau}{E} + \nu \frac{\tau}{E} = \frac{\tau}{E} (1 + \nu) \quad (1)$$

Do slide anterior: $\varepsilon_{\max} = \frac{\gamma}{2} = \frac{\tau}{2G} \quad (2)$

Como (1)=(2) então: $\frac{\cancel{\tau}}{2G} = \frac{\cancel{\tau}}{E} (1 + \nu)$

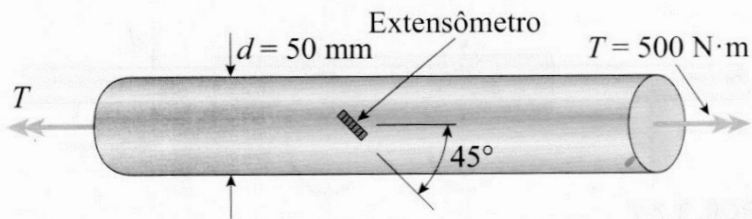
$$\Rightarrow G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

3.5-4 Uma barra circular sólida de diâmetro $d = 50$ mm é torcida em uma máquina de teste (veja a figura) até que o torque aplicado atinja o valor de $T = 500$ N·m. Nesse valor de torque, um extensômetro orientado a 45° em relação ao eixo da barra fornece uma leitura de $\epsilon = 339 \times 10^{-6}$.

Qual é o módulo de cisalhamento G do material?



$$G = \frac{\tau_{\text{máx}}}{\gamma_{\text{máx}}}$$

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{T}{I_p} \frac{d}{2} = \frac{16 T}{\pi d^3}$$

$$\gamma_{\text{máx}} = 2 \epsilon_{\text{máx}} = 2 \epsilon_{45^\circ}$$

$$\Rightarrow G = \frac{8 T}{\pi d^3 \epsilon_{45^\circ}} = 30,0 \text{ GPa}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

3.5-6 Uma barra maciça circular de aço ($G = 78 \text{ GPa}$) transmite um torque $T = 360 \text{ N}\cdot\text{m}$. As tensões admissíveis em tração, compressão e cisalhamento são de 90 MPa , 70 MPa e 40 MPa , respectivamente. A deformação de tração admissível é de 220×10^{-6} .

Determine o diâmetro mínimo admissível d da barra.

i) $\tau_{adm} = 40 \text{ MPa}$

$$\tau_{adm} = \frac{16 T}{\pi d_{\min}^3}$$

$$\Rightarrow d'_{\min} = \sqrt[3]{\frac{16 T}{\pi \tau_{adm}}} = 35,8 \text{ mm}$$

ii) $\varepsilon_{adm} = 220 \mu$

$$\gamma_{adm} = 2 \varepsilon_{adm}$$

$$\tau_{adm} = G \gamma_{adm}$$

$$\Rightarrow d''_{\min} = \sqrt[3]{\frac{8 T}{\pi G \varepsilon_{adm}}} = 37,6 \text{ mm}$$

iii) $d_{\min} = \max\{d'_{\min}, d''_{\min}\} = 37,6 \text{ mm}$

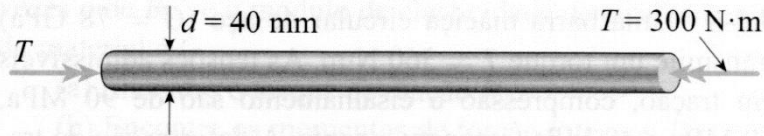


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

3.5-10 Uma barra maciça de alumínio ($G = 27 \text{ GPa}$) de diâmetro $d = 40 \text{ mm}$ está submetida a torques $T = 300 \text{ N}\cdot\text{m}$ agindo nas direções ilustradas na figura.

(a) Determine as máximas tensões de cisalhamento, tração e compressão na barra e mostre essas tensões em esboços de elementos de tensão devidamente orientados.

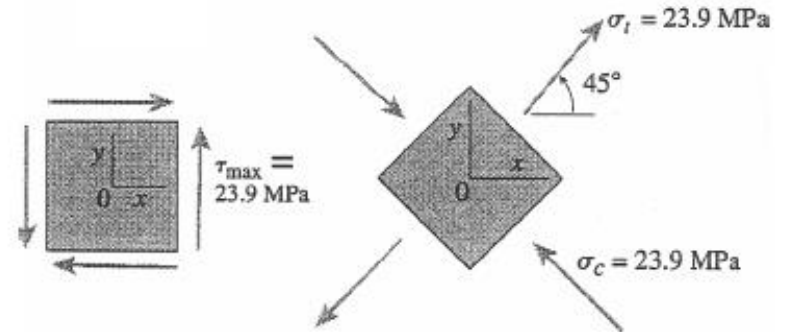
(b) Determine as máximas deformações correspondentes (cisalhamento, tração e compressão) na barra e mostre essas deformações em esboços dos elementos deformados.



$$a) \quad \tau_{m\acute{a}x} = \frac{T d}{I_P 2} = \frac{16T}{\pi d^3} = 23,9 \text{ MPa}$$

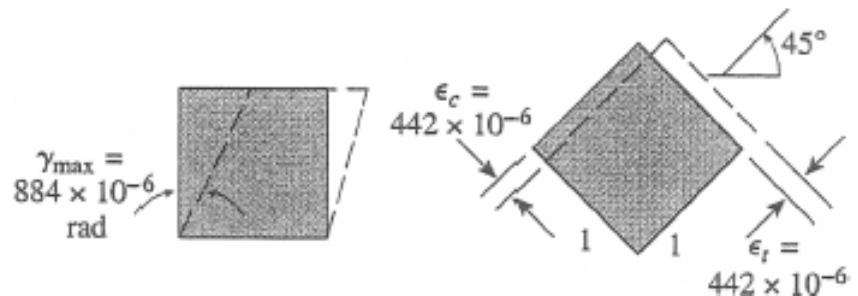
$$\sigma_t = \tau_{m\acute{a}x} = 23,9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = -\tau_{m\acute{a}x} = -23,9 \text{ MPa}$$



$$b) \quad \gamma_{m\acute{a}x} = \frac{\tau_{m\acute{a}x}}{G} = 884 \mu \text{ rad}$$

$$\epsilon_{m\acute{a}x} = \frac{\gamma_{m\acute{a}x}}{2} = 442 \mu \text{ rad}$$





Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Referência:

Gere, J.M., Goodno, B.J. Mecânica dos Materiais – Tradução da 7ª edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p, Capítulo 3.