



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
PTC3418 – Laboratório de Automação

LAB3

Controle de Processo Industrial

Nota Técnica

# Modelo da Unidade de Aquecimento de Água de Alimentação

V2022a

## Sumário

1	Resumo executivo .....	3
2	Introdução.....	3
3	O Modelo .....	4
3.1	Tanque de Acumulação (TAC).....	4
3.2	Tanque de Alimentação (TAL).....	5
3.3	Trocador de Calor (QTR) .....	6
3.4	Linha de Água Geral (LAG) e Válvula de Alimentação (VAL).....	7
3.5	Volumes, Níveis, Parâmetros e Limitações do Modelo .....	7
4	Referências.....	8

## 1 Resumo executivo

Este documento apresenta o equacionamento do modelo dinâmico para a Unidade de Aquecimento de Água de Alimentação (UAAA)

## 2 Introdução

A UAAA, descrita em termos gerais em [1], é um processo industrial que se destina a prover uma instalação industrial (não descrita neste documento) de água à temperatura constante de 40 °C nas vazões demandadas pela instalação.

Ela é composta de um tanque de alimentação com uma linha de entrada de vazão ajustável e uma linha de saída. O tanque de alimentação possui um agitador para uniformização da temperatura e está ligado a um trocador de calor, utilizado para aquecer a água do processo. A Figura 1 apresenta um diagrama da UAAA.

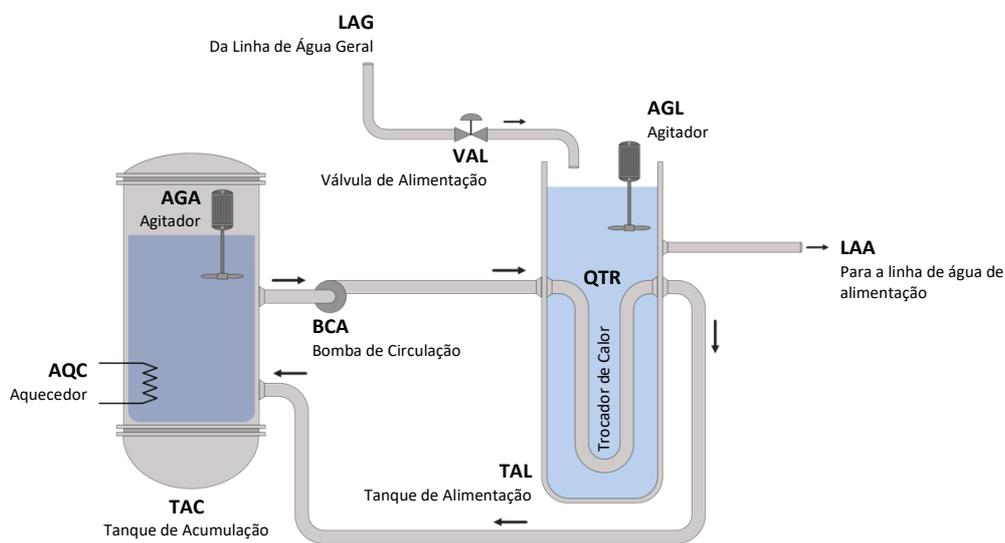


Figura 1 – Diagrama da UAAA

### 3 O Modelo

A Figura 2 mostra o diagrama de modelagem da UAAA. O sistema encontra-se à pressão ambiente  $p_{amb}$  e o fluido utilizado é água, com propriedades dadas pela formulação IAPWS-IF97 [2].

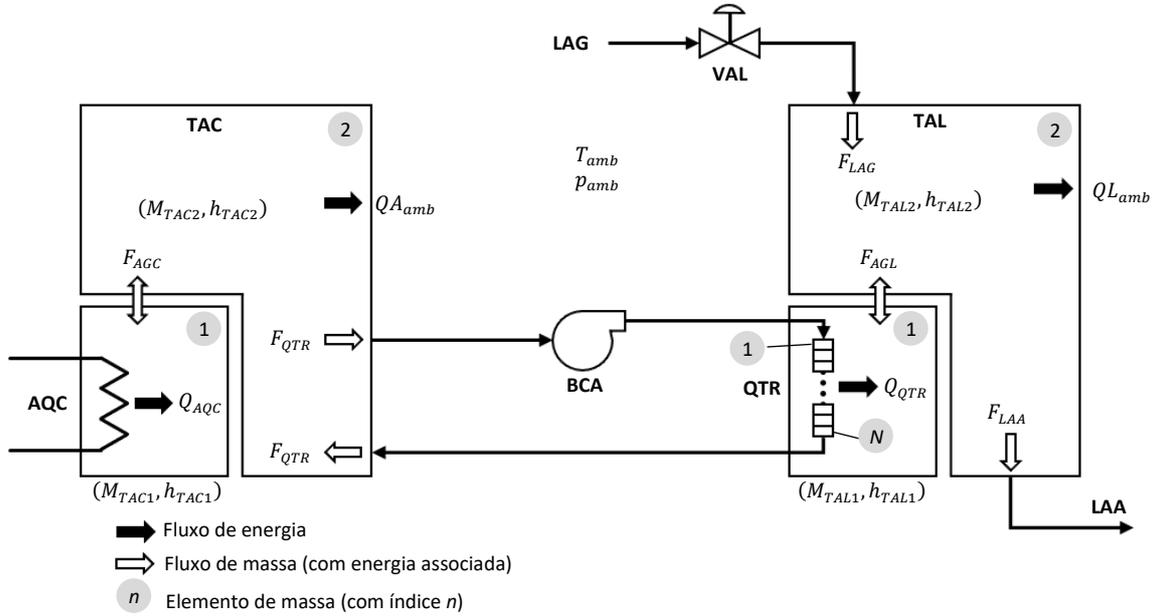


Figura 2 – Diagrama de modelagem da UAAA

#### 3.1 Tanque de Acumulação (TAC)

O tanque opera em circuito fechado e sua massa é constante e igual a  $M_{TAC}$ , sendo dividido em dois elementos de massa 1 e 2 com massas  $M_{TAC1}$  e  $M_{TAC2}$  tais que  $M_{TAC1} + M_{TAC2} = M_{TAC}$ . O elemento 1 se refere à massa de água nas vizinhanças do aquecedor, e o elemento 2 ao restante do tanque, incluindo a superfície de contato com as paredes.

O balanço de energia é dado por

$$\frac{dh_{TAC1}}{dt} = \frac{1}{M_{TAC1}} (Q_{AQC} + F_{AGC}(h_{TAC2} - h_{TAC1}))$$

$$\frac{dh_{TAC2}}{dt} = \frac{1}{M_{TAC2}} (F_{AGC}(h_{TAC1} - h_{TAC2}) + F_{QTR}(h_{QTR} - h_{TAC2}) - QA_{amb}),$$

onde  $h_{TAC1}$  e  $h_{TAC2}$  são as entalpias específicas dos elementos 1 e 2,  $Q_{AQC}$  é a potência do aquecedor (um termo exógeno) e  $QA_{amb}$  é a perda de calor para o ambiente, à qual é atribuída uma dinâmica linear de primeira ordem, expressa em termos da transformada de Laplace e dada por

$$\Xi A_{amb}(s) = \frac{K_1 S_{TAC} (\Theta_{TAC2}(s) - T_{amb})}{\tau_{amb1} s + 1},$$

onde  $\Xi A_{amb}$  e  $\Theta_{TAC2}$  são as transformadas de  $Q A_{amb}$  e  $T_{TAC2}$  (a temperatura no elemento 2, calculada a partir de  $h_{TAC2}$  pela formulação IAPWS-IF97).  $K_1$ ,  $\tau_{amb1}$  são parâmetros da troca térmica e  $S_{TAC}$  é a superfície de contato efetiva do tanque TAC, considerando somente a parte coberta por líquido.  $T_{amb}$  é a temperatura ambiente.

$F_{QTR}$  é a vazão mássica do trocador de calor, imposta pela rotação da bomba de circulação de água BCA (outro termo exógeno).  $F_{AGC}$  é a vazão mássica de circulação entre os elementos 1 e 2. Por simplicidade assume-se que  $F_{AGC} = G_{min}$  quando o agitador AGA está desligado e  $F_{AGC} = G_{max}$  quando ele está ligado.  $h_{QTR}$  é a entalpia específica da linha de retorno do trocador de calor.

### 3.2 Tanque de Alimentação (TAL)

O tanque de alimentação também é dividido em dois elementos. O elemento 1 com massa constante  $M_{TAL1}$  se refere às vizinhanças do trocador de calor QTR, enquanto o elemento 2 tem massa variável  $M_{TAL2}$  e se refere ao restante do tanque.

O balanço de massa no tanque TAC é dado por

$$\frac{dM_{TAL2}}{dt} = F_{LAG} - F_{LAA},$$

onde  $F_{LAG}$  é a vazão mássica de entrada da linha de água geral (LAG) e  $F_{LAA}$  é a vazão mássica de saída da linha de água de alimentação (LAA), que é um termo exógeno. A massa total de água do tanque  $M_{TAL}$  é dada por  $M_{TAL} = M_{TAL1} + M_{TAL2}$ .

O balanço de energia é dado por

$$\begin{aligned} \frac{dh_{TAL1}}{dt} &= \frac{1}{M_{TAL1}} (Q_{QTR} + F_{AGL}(h_{TAL2} - h_{TAL1})) \\ \frac{dh_{TAL2}}{dt} &= \frac{1}{M_{TAL2}} (F_{LAG}h_{LAG} - F_{LAA}h_{TAL2} + F_{AGL}(h_{TAL1} - h_{TAL2}) - \frac{dM_{TAL2}}{dt}h_{TAL2} - QL_{amb}), \end{aligned}$$

onde  $h_{TAL1}$  e  $h_{TAL2}$  são as entalpias específicas dos elementos 1 e 2 e  $Q_{QTR}$  é a potência transferida pelo trocador de calor.  $QL_{amb}$  é a perda de calor para o ambiente, à qual é modelada de forma similar à do tanque TAC e é dada por

$$\Xi L_{amb}(s) = \frac{K_2 S_{TAL} (\Theta_{TAL2}(s) - T_{amb})}{\tau_{amb2} s + 1},$$

com  $\Xi L_{amb}$ ,  $\Theta_{TAL2}$ ,  $K_2$ ,  $S_{TAL}$  e  $\tau_{amb2}$  definidos de maneira similar às contrapartes do tanque TAC.  $F_{AGL}$  é a vazão mássica de circulação entre os elementos 1 e 2. Por simplicidade assume-se que  $F_{AGL} = H_{min}$  quando o agitador AGA está desligado e  $F_{AGL} = H_{max}$  quando ele está ligado.

### 3.3 Trocador de Calor (QTR)

O trocador de calor é dividido em  $N$  elementos iguais, com a entalpia específica  $h_i$  em cada elemento  $i$ , para  $i = 1, \dots, N$ , dada por:

$$i = 1: \quad h_1 = h_{TAC2} - \Delta Q_1$$

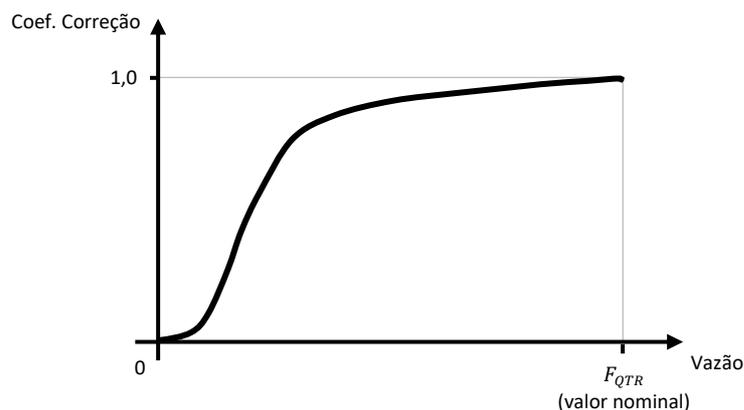
$$i = 2, \dots, N: \quad h_i = h_{i-1} - \Delta Q_i$$

onde  $h_{QTR} = h_N$  e  $\Delta Q_i$  é a transferência de calor entre os fluidos através do trocador de calor para cada elemento por unidade de vazão, com

$$\Delta Q_i = K_{QTR}(T_i - T_{TAL1})\varphi(F_{QTR}),$$

onde  $T_i$  é a temperatura do elemento  $i$  (calculada a partir de  $h_i$ ),  $K_{QTR}$  é um coeficiente de troca térmica e  $\varphi(F_{QTR})$  é um termo de correção para a vazão, que reflete o fato da transferência de calor ser mais pronunciada quanto maior a vazão no trocador de calor. Uma curva típica de efetividade (veja [3] para mais detalhes) para este fator é apresentada na Figura 3.

**Figura A2** Correção da troca térmica em função da vazão



**Figura 3** – Correção da troca térmica em função da vazão

Finalmente, a potência transferida pelo trocador de calor é dada por  $Q_{QTR} = h_{QTR} - h_{TAC2}$ . Alternativamente, poderia se calcular a potência implicitamente usando a média logarítmica entre

as temperaturas de saída e retorno da linha do trocador de calor, porém o método acima é mais conveniente para simulação numérica.

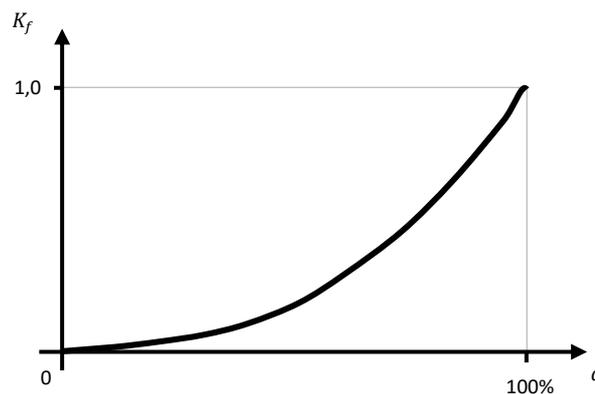
### 3.4 Linha de Água Geral (LAG) e Válvula de Alimentação (VAL)

A vazão mássica na linha de água geral  $F_{LAG}$  é dada por

$$F_{LAG} = \phi(a)v(h_{LAG})K_f\sqrt{p_{LAG} - p_{amb}}$$

onde  $p_{LAG}$  é a pressão da linha de água geral,  $p_{amb}$  é a pressão ambiente,  $K_f$  é o coeficiente de descarga da válvula para vazões volumétricas, e  $v(h_{LAG})$  é o volume específico da água da linha, calculado a partir de sua entalpia específica  $h_{LAG}$  (ou temperatura) pela formulação IAPWS-IF97.  $\phi(a)$  é a curva característica de vazão da válvula em função da abertura  $a$ . A Figura A3 apresenta uma curva característica típica para válvulas do tipo globo [4].

**Figura A3** Curva característica típica de vazão para válvulas globo.



**Figura 2** – Correção da troca térmica em função da vazão

### 3.5 Volumes, Níveis, Parâmetros e Limitações do Modelo

Os volumes de água nos tanques são calculados a partir das massas e entalpias (ou temperaturas) dos tanques e os níveis a partir dos volumes e da geometria dos tanques.

O modelo não prevê mudanças de fase, portanto a temperatura máxima de operação não pode exceder o ponto de ebulição da água (aprox. 100 °C). Da mesma forma, a massa de água nos tanques não pode assumir valores negativos e esquemas de saturação devem ser empregados para impedir tais situações. Note-se que tais condições excedem de muito os parâmetros operacionais da UAAA.

O comportamento global da dinâmica do modelo dependerá dos valores dos parâmetros tais como coeficientes de troca térmica, constantes de tempo, dimensões físicas, etc., que podem ser

definidos conforme o contexto específico do problema. Os valores efetivamente utilizados na implementação do modelo encontram-se no código disponibilizado.

## 4 Referências

- [1] Memorial Descritivo: Unidade de Aquecimento de Água de Alimentação (material disponibilizado para o curso PTC3418).
- [2] Revised Release of the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam.  
International Association for the Properties of Water and Steam  
<http://www.iapws.org/relguide/IF97-Rev.pdf>. (acessado em novembro/2021).
- [3] Design and Operation of Heat Exchangers.  
W. Roetzel, X. Luo, D. Chen.  
Academic Press, 2020.
- [4] Control Valve Handbook, 5a. ed.  
Emerson Automation Solutions  
<https://www.emerson.com/documents/automation/control-valve-handbook-en-3661206.pdf>. (acessado em novembro/2021).

V2022a (RPM)