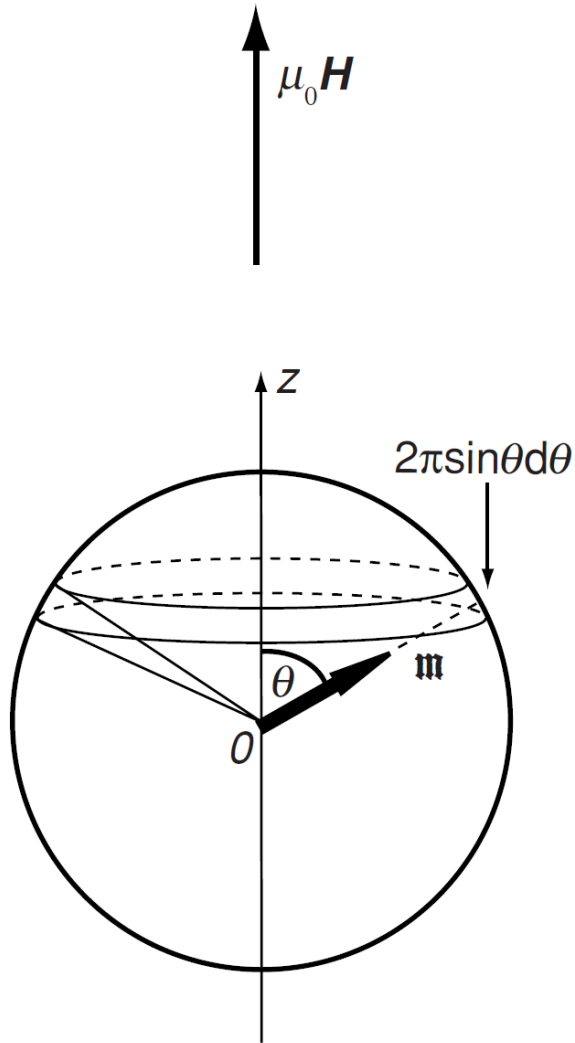


PARAMAGNETISMO

—

Fenomenologia Quântica

Paramagnetismo Clássico



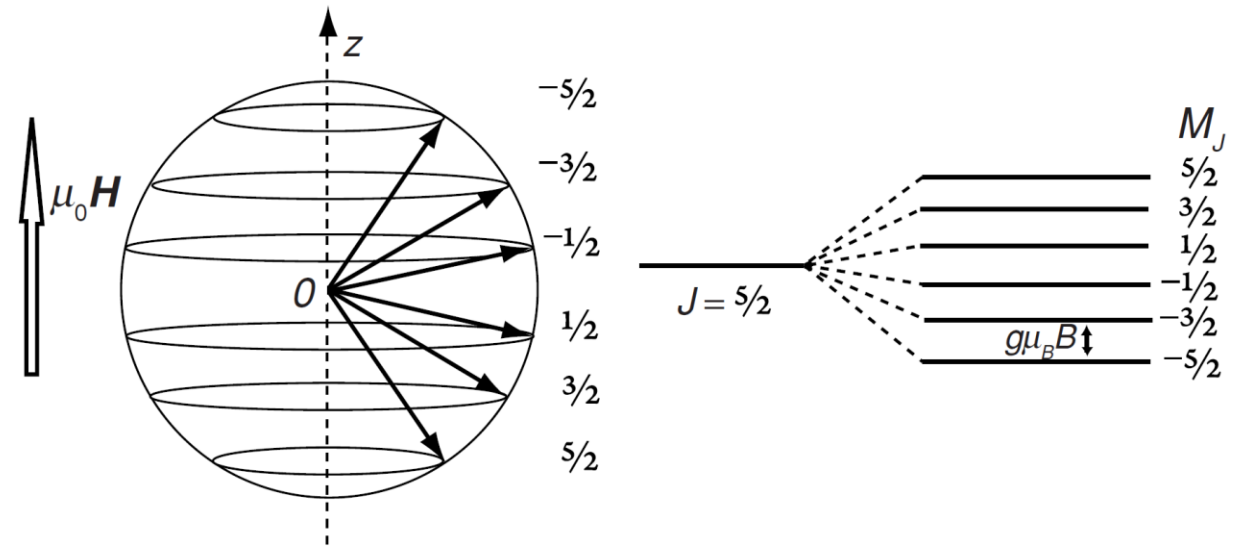
- No caso do paramagnetismo clássico foi considerado que o momento magnético aponta para qq. direção, ou seja, varia continuamente com o ângulo θ
- $(\mu \cdot \cos\theta)$.

- Os momentos magnéticos, orbitais e de spin, são quantizados (apresentam valores discretos).

$$J = 5/2$$

Momento magnético
quântico em um
campo aplicado H .

Paramagnetismo Quântico



Susceptibilidade no Paramagnetismo Quântico Teoria de Brillouin

Momento magnético

- Caso clássico: $m_z = -\mu \cdot \cos\theta$
- Caso Quântico: $m_z = -g_J \cdot \mu_B \cdot M_J$ com $-J \leq M_J \leq J$ e M_J variando de 1 em 1.
- J pode ser um n.º inteiro ou semi-inteiro.

A energia do
momento magnético
em um campo $B = \mu_0 H$
é:

$$E = -m_z \cdot B$$
$$E = \mu_0 \cdot g_J \cdot \mu_B \cdot M_J \cdot H$$

$$g_J = 1 + \frac{J(J + 1) + S(S + 1) - L(L + 1)}{2J(J + 1)}$$

Susceptibilidade

Paramagnetismo Quântico

$$- \mu \cdot \cos\theta \rightarrow - g_J \cdot \mu_B \cdot M_J$$



$$\int \rightarrow \sum$$

- A magnetização pode ser dada por:

$$M = N \cdot \langle m_z \rangle \quad \langle m_z \rangle = \frac{\sum m_z e^{-\frac{E}{k_B T}}}{\sum e^{-\frac{E}{k_B T}}}$$



$$M = \frac{N \sum m_z e^{-\frac{E}{k_B T}}}{\sum e^{-\frac{E}{k_B T}}}$$

E e m_z dependem de $M_J \rightarrow \Sigma$ sobre J .

$$E = \mu_0 \cdot g_J \cdot \mu_B \cdot M_J \cdot H$$

$$E = \mu_0 \cdot g_J \cdot \mu_B \cdot M_J \cdot H$$

$$\frac{E}{k_B T} = \frac{\mu_0 \cdot g_J \cdot \mu_B \cdot M_J \cdot H}{k_B T}$$

$$m_z = -g_J \cdot \mu_B \cdot M_J$$



$$M = \frac{N \sum_{-J}^J m_z e^{-\frac{E}{k_B T}}}{\sum_{-J}^J e^{-\frac{E}{k_B T}}}$$

Calculando-se

$$\sum_{-J}^J e^{-\frac{E}{k_B T}}$$

Multiplica-se por J no numerador e no denominador:

$$\frac{E}{k_B T} = \frac{\mu_0 \cdot g_J \cdot \mu_B \cdot H \cdot \mathbf{J} M_J}{k_B T \mathbf{J}}$$

$$\frac{E}{k_B T} = \frac{x \cdot M_J}{J}$$

onde

$$x = \frac{\mu_0 \cdot g_J \cdot \mu_B \cdot J \cdot H}{k_B T}$$

$$Z = \sum e^{-\frac{E}{k_B T}}$$



$$Z = \sum e^{-\frac{M_J}{J} x}$$

$$E = \mu_0 \cdot g_J \cdot \mu_B \cdot M_J \cdot H$$

$$\frac{E}{k_B T} = \frac{\mu_0 \cdot g_J \cdot \mu_B \cdot M_J \cdot H}{k_B T}$$

$$m_z = -g_J \cdot \mu_B \cdot M_J$$



$$M = \frac{N \sum_{-J}^J m_z e^{-\frac{E}{k_B T}}}{\sum_{-J}^J e^{-\frac{E}{k_B T}}}$$



Calculando-se
 $N \sum m_z e^{-\frac{E}{k_B T}}$

$$- \sum \frac{N g_J \textcolor{red}{J} \mu_B M_J}{\textcolor{red}{J}} e^{-\frac{E}{k_B T}} \quad \sum \frac{M_0 M_J}{\textcolor{red}{J}} e^{-\frac{M_J}{J} x} \rightarrow M_0 = N \cdot g_J \cdot \mu_B \cdot J$$

- $\equiv$
- Portanto, a magnetização pode ser escrita como:

$$M = -M_0 \frac{\sum_{-J}^J \frac{M_J}{J} e^{-\frac{M_J}{J} x}}{\sum_{-J}^J e^{-\frac{M_J}{J} x}}$$

e como:

$$Z = \sum_{-J}^J e^{-\frac{M_J}{J} x}$$

$$M = M_0 \frac{1}{Z} \frac{dZ}{dx}$$

$$Z = \sum_{-J}^J e^{-\frac{M_J}{J}x}$$

$$M = M_0 \frac{1}{Z} \frac{dZ}{dx}$$

$$Z = \frac{\sinh\left(\frac{2J+1}{2J}x\right)}{\sinh\left(\frac{x}{2J}\right)}$$



$$M = M_0 \frac{1}{Z} \frac{dZ}{dx} = M_0 B_J(x)$$



$$B_J(x) = \left\{ \frac{2J+1}{2J} \coth \frac{2J+1}{2J}x - \frac{1}{2J} \coth \frac{x}{2J} \right\}$$



$$M = M_0 \left\{ \frac{2J+1}{2J} \coth \frac{2J+1}{2J}x - \frac{1}{2J} \coth \frac{x}{2J} \right\}$$

**Para detalhes:
COEY,
Magnetism and
Magnetic
Materials,
capítulo 4, pg
107**

$$M = M_0 \left\{ \frac{2J+1}{2J} \coth \frac{2J+1}{2J} x - \frac{1}{2J} \coth \frac{x}{2J} \right\} \quad x = \frac{\mu_0 \cdot g_J \cdot \mu_B \cdot J \cdot H}{k_B T}$$

- Para x pequeno, significando baixos campos e/ou altas temperaturas:

$$\coth x = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{7}x^7 + \frac{1}{9}x^9 + \dots$$

$$\mathcal{B}_J(x) \approx \frac{(J+1)}{3J}x - \frac{[(J+1)^2 + J^2](J+1)}{90J^2}x^3 + \dots$$

$$B_J(x) \approx \left(\frac{(J+1)}{3J} x \right) - \left[\frac{(J+1)}{3J} x^3 + \dots \right]$$

$$M = M_0 B_J(x) \quad \Rightarrow \quad M = M_0 \frac{(J+1)}{3J} x$$

$$M_0 = N \cdot g_J \cdot \mu_B \cdot J$$

$$x = \frac{\mu_0 \cdot g_J \cdot \mu_B \cdot J \cdot H}{k_B T}$$

$$M = \frac{N g_J^2 \mu_B^2 J(J+1) \mu_0}{3 k_B T} H$$

$$M = \frac{N g_J^2 \mu_B^2 J(J+1) \mu_0}{3 k_B T} H$$

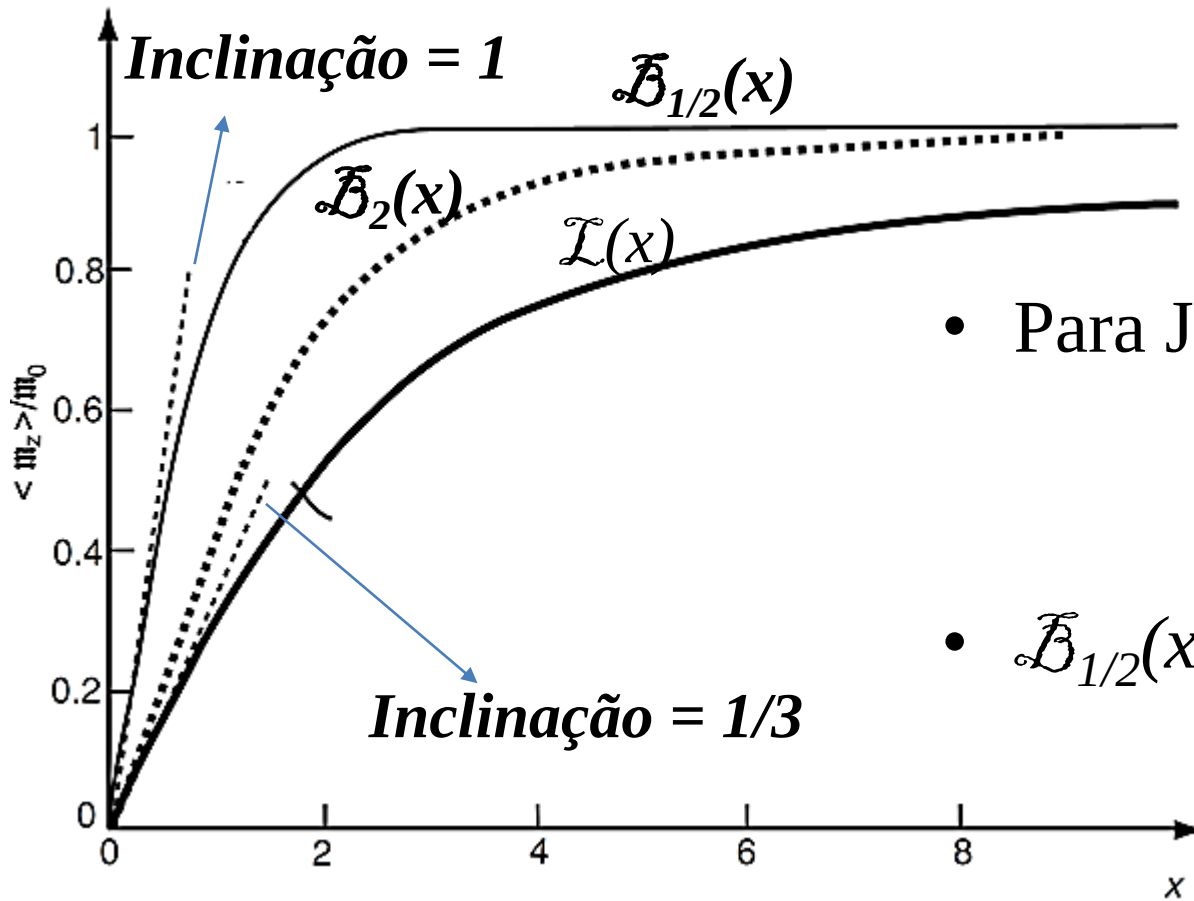


$$\chi = \frac{N g_J^2 \mu_B^2 J(J+1) \mu_0}{3 k_B T}$$

$$\chi = \frac{C}{T} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{N m_{eff}^2 \mu_0}{3 k_B}$$

- Onde: $m_{eff} = \sqrt{J(J+1)} \cdot g_J \cdot \mu_B$
 $m_z = -g_J \cdot M_J \cdot \mu_B$

$\tilde{\mathcal{B}}_J(x) \rightarrow \mathcal{L}(x)$ no limite $J \rightarrow \infty$



- Para $J = 1/2$ e $g = 2$



- $\tilde{\mathcal{B}}_{1/2}(x) = \tanh x$