



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

PME-3210 - Mecânica dos Sólidos I

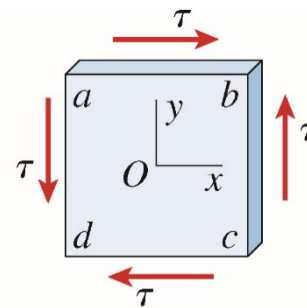
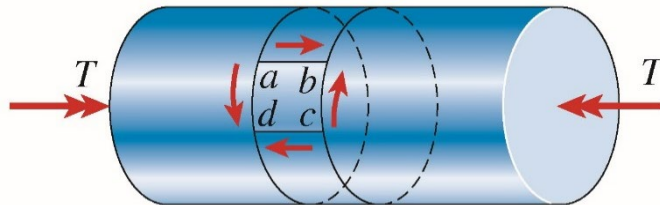
Aula #11

Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

13/05/22

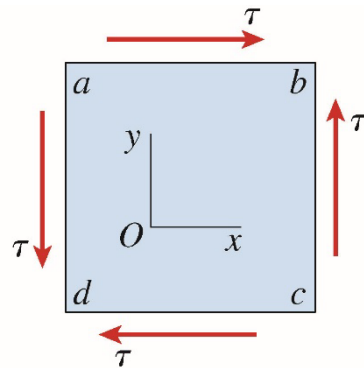


3.5 Tensões e deformações em cisalhamento puro





Tensões em planos inclinados

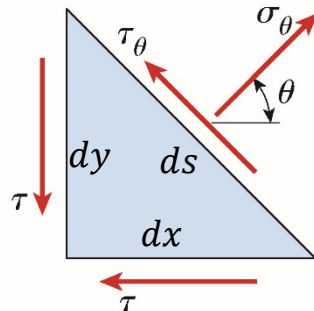


Equilíbrio de forças na direção x:

$$-\tau \, dx \, dz - \tau_\theta \, \text{sen } \theta \, ds \, dz + \sigma_\theta \, \text{cos } \theta \, ds \, dz = 0$$

usando $dx = ds \, \text{sen } \theta$ e dividindo por ds :

$$-\tau \, \text{sen } \theta - \tau_\theta \, \text{sen } \theta + \sigma_\theta \, \text{cos } \theta = 0 \quad (1)$$



Equilíbrio de forças na direção y:

$$-\tau \, dy \, dz + \tau_\theta \, \text{cos } \theta \, ds \, dz + \sigma_\theta \, \text{sen } \theta \, ds \, dz = 0$$

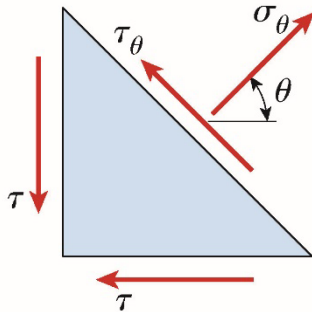
usando $dy = ds \, \text{cos } \theta$ e dividindo por ds :

$$-\tau \, \text{cos } \theta + \tau_\theta \, \text{cos } \theta + \sigma_\theta \, \text{sen } \theta = 0 \quad (2)$$

$dz \rightarrow$ na direção perpendicular ao plano



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica



$$-\tau \sin \theta - \tau_\theta \sin \theta + \sigma_\theta \cos \theta = 0 \quad (1)$$

$$-\tau \cos \theta + \tau_\theta \cos \theta + \sigma_\theta \sin \theta = 0 \quad (2)$$

Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \tau_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau \sin \theta \\ \tau \cos \theta \end{Bmatrix}$$

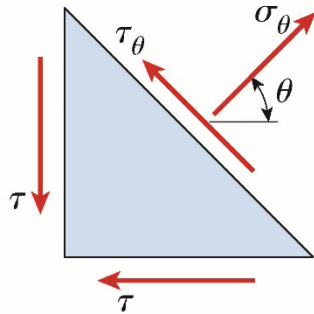
Resolvendo:

$$\sigma_\theta = 2\tau \sin \theta \cos \theta = \tau \sin 2\theta$$

$$\tau_\theta = \tau (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = \tau \cos 2\theta$$

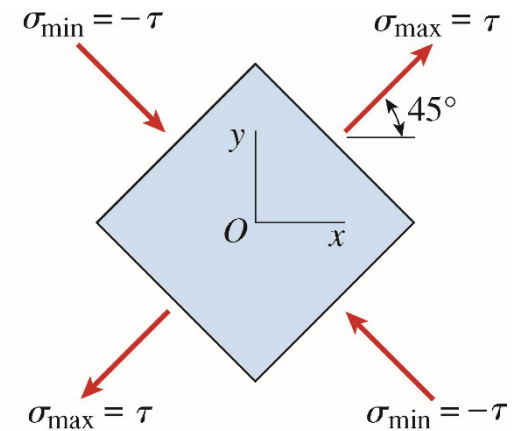
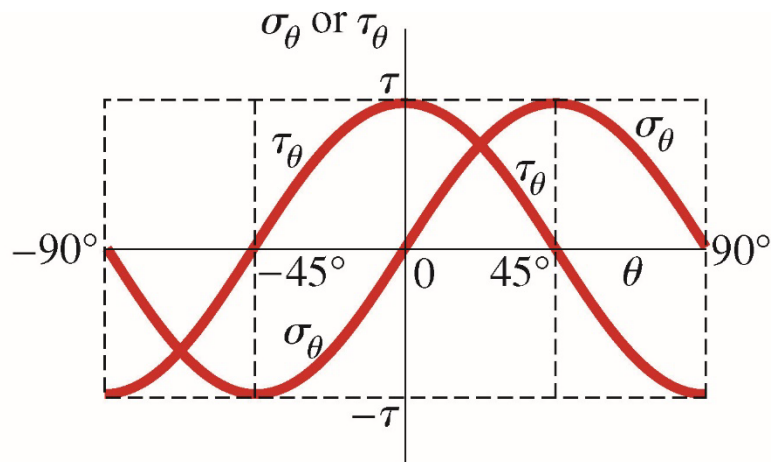
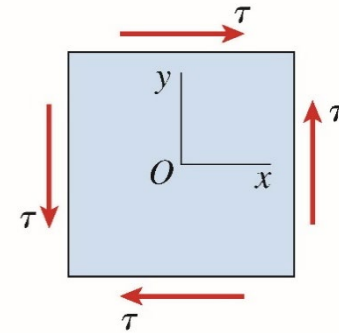


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica



$$\sigma_{\theta} = \tau \sin 2\theta$$

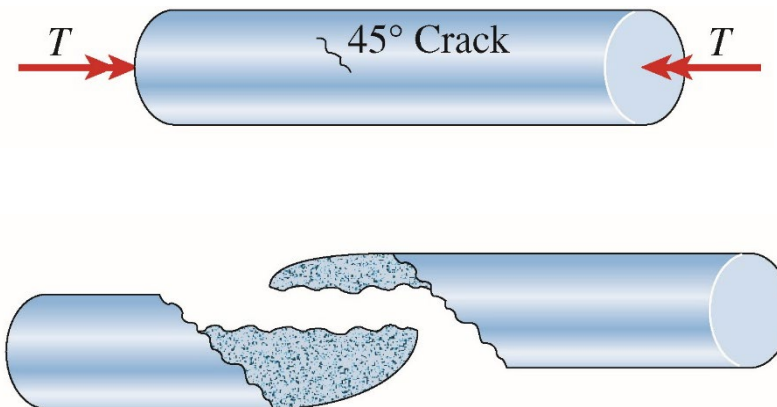
$$\tau_{\theta} = \tau \cos 2\theta$$





Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Falha por tração de um material frágil por trinca de tração

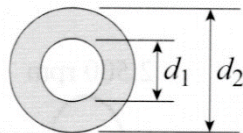
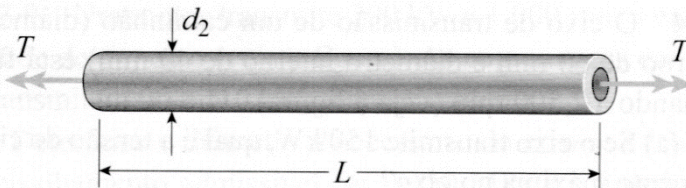




Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

3.5-1 Um eixo de alumínio vazado (como o da figura) tem diâmetro externo $d_2 = 100$ mm e diâmetro interno $d_1 = 50$ mm. Quando torcido por torques T , o eixo tem um ângulo de torção por unidade de comprimento igual a $2^\circ/\text{m}$. O módulo de elasticidade de cisalhamento do alumínio é $G = 27,5$ GPa.

- (a) Determine a tensão de tração máxima $\sigma_{\max}$ no eixo.
(b) Determine a grandeza dos torques aplicados T .



a)

$$\sigma_{\max} = \tau_{\max} = G \gamma_{\max} = G \frac{d_2}{2} \frac{\phi}{L} = 48,0 \text{ MPa}$$

b)

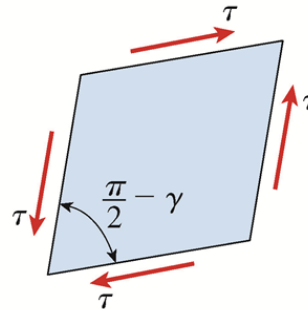
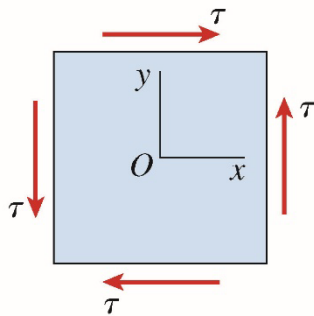
$$\phi = \frac{TL}{GI_P} \Rightarrow T = GI_P \frac{\phi}{L}$$

$$I_P = \frac{\pi}{32} (d_2^4 - d_1^4) = 9,20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

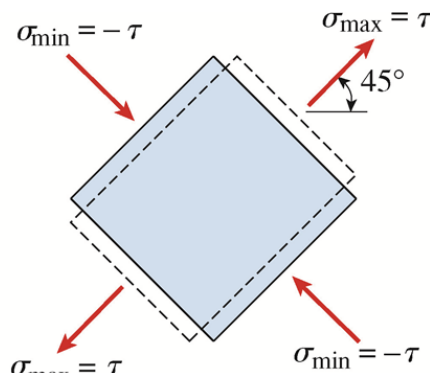
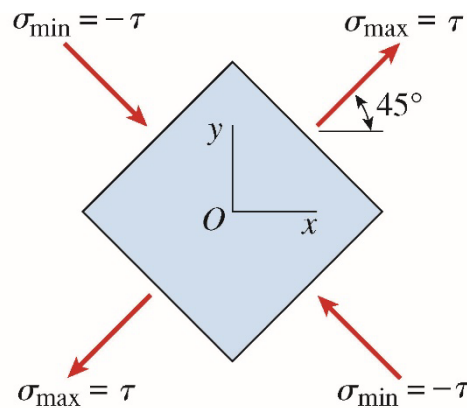
$$\Rightarrow T = 8835 \text{ Nm}$$



Deformações em cisalhamento puro



$$\gamma_{\text{máx}} = \frac{\tau}{G}$$



(b)

$$\varepsilon_{\text{máx}} = \frac{\tau}{E} + \nu \frac{\tau}{E} = \frac{\tau}{E} (1 + \nu)$$

Como

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Então

$$\varepsilon_{\text{máx}} = \frac{\tau}{2G} = \frac{1}{2} \gamma_{\text{máx}}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Referência:

Gere, J.M., Goodno, B.J. Mecânica dos Materiais – Tradução da 7ª edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p, Capítulo 3.