Introdução à Mecânica dos Sólidos

Aula 07 (13/05/2022) - Carga Axial - Treliça plana simétrica e efeito térmico

1. Treliças

Definição: estruturas reticuladas planas ou 3D “indeslocáveis” formadas por barras biarticuladas submetidas essencialmente a cargas axiais.

* Reticuladas: barras de eixo reto

* Indeslocáveis: sistema não pode se deslocar sem deformar individualmente os elementos. Na Figura 1 abaixo, a treliça da esquerda é deslocável (já que pode deslocar sem deformar as barras), enquanto a treliça da direita é indeslocável (só pode haver deslocamento dos nós por meio da alteração de comprimento das barras)

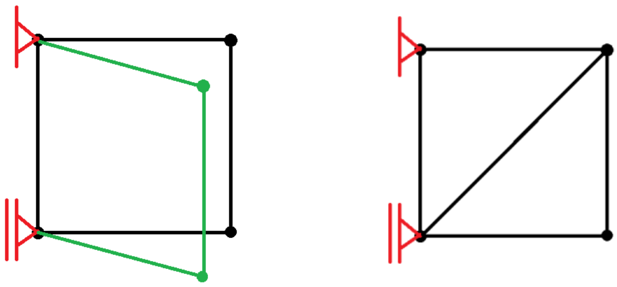


Figura 1. Estrutura plana deslocável e treliça plana indeslocável

Exemplo 4.4. Treliça plana simétrica

Sabendo que as barras *AC* e *BC* da treliça abaixo possuem área de 120 mm² e são feitas de aço (E = 200 GPa), determinar o deslocamento vertical do ponto *C*.

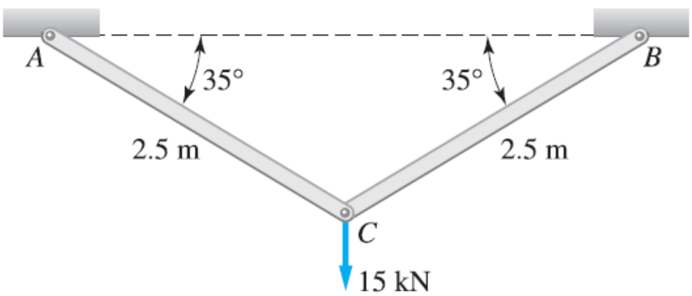


Figura 2. Treliça plana do exemplo de aula 4.4

Método de solução para cálculo dos deslocamentos

1) Esforço normal interno (*N*)

2) Variação de comprimento (ΔL)

3) Compatibilidade geométrica para cálculo dos deslocamentos (δ)

1. Esforço normal nas hastes (Método dos Nós)

- Equilíbrio de forças planas em torno do ponto C (ver Figura 3)

$$\sum F_{hor} = 0 \Rightarrow N_{AC}\cos 35° = N_{BC}\cos 35° \Rightarrow N_{AC} = N_{BC}$$

$$\sum F_{ver} = 0 \Rightarrow 2N_{AC}\text{sen}35° = 15 \Rightarrow N_{AC} = N_{BC} = 13{,}076\ kN$$

* Obs.: o resultado da primeira equação poderia ser utilizado a partir da consideração de simetria do problema. Além disso, a condição de simetria implica que, neste caso, haverá apenas deslocamento vertical de *C* (isto é, ele não se move na horizontal).

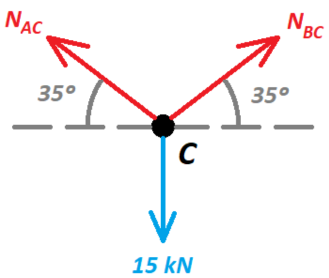


Figura 3. Método dos nós aplicado ao ponto *C* (exemplo 4.4)

2. Variação de comprimento

- Uso da expressão do capítulo 3 para cálculo da mudança de comprimento de barras sob carga axial em regime elástico

$$\Delta L = \frac{NL}{EA} \qquad \Delta L_{AC} = \Delta L_{BC} = \frac{(13{,}076\ kN)(2500\ mm)}{(200\ GPa)(120\ mm^2)} = 1{,}362\ mm$$

3. Compatibilidade geométrica (ΔL x δ) aproximada

- Considerando pequenos deslocamentos, assume-se que a inclinação da barra não se altera significativamente ao longo do processo de deformação da treliça (ou de deslocamento do ponto *C*). Assim, violando a condição de deslocamento nulo do ponto *B* (apoio fixo), a ideia é supor que a barra translada ao longo da direção definida pelas linhas verdes na Figura 4 abaixo e, em seguida, sofre o alongamento ΔL_{BC} = 1,362 mm, assumindo a posição deformada em vermelho (*C'B''*) e mantendo a inclinação original (ângulo de 55 graus em relação à vertical)

- A partir do triângulo retângulo formado, pode-se concluir (por geometria) que:

$$\Delta L_{BC} = \delta_C . \cos 55°$$

$$\Rightarrow \delta_C = \frac{1{,}362\ mm}{\cos 55°} = 2{,}375\ mm$$

Ou seja: **o ponto *C* desloca 2,375 mm para baixo**.

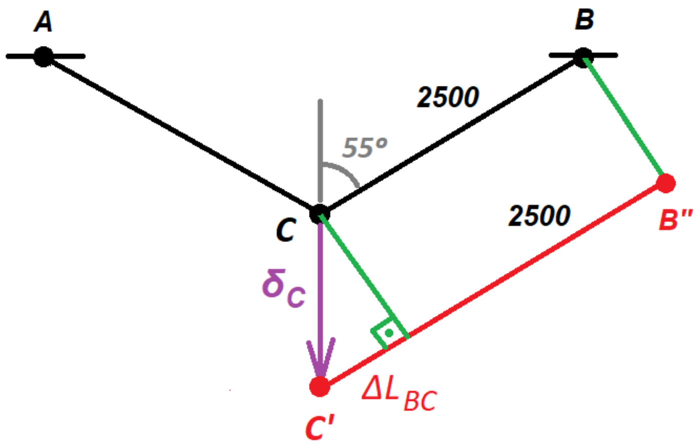


Figura 4. Aproximação cinemática para treliças em regime de pequenos deslocamentos

Exemplo 4.6. Variação de temperatura

Determinar o deslocamento vertical do ponto *C* provocado por um aumento de temperatura de 30°C na haste vertical com área de 0,5 in² e feita de aço (E = 29 x 10^6 psi; α = 11,7 x 10^{-6} °C^{-1}), sabendo que o elemento horizontal é rígido.

Obs.: 1 ft = 12 in.

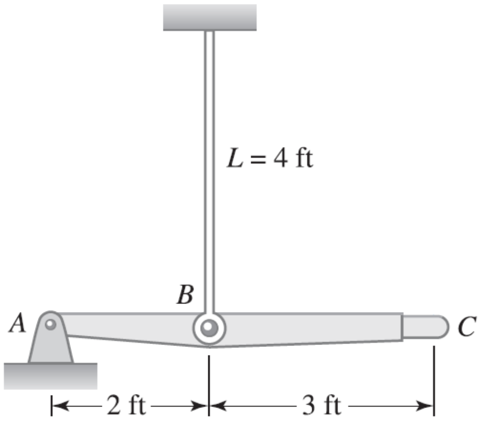


Figura 5. Exemplo 4.6 (variação térmica)

1. Esforço normal na haste vertical

- Neste caso, não há esforço normal (*N* = 0), o que pode ser verificado equacionando o somatório de momento em torno do ponto *A*

2. Variação de comprimento

- Da Física, sabemos que materiais se expandem quando aquecidos, e contraem quando resfriados. Nesta disciplina, vamos supor que eventuais aquecimentos ou resfriamentos não afetam o módulo de Young (E) do material e, portanto, podemos superpor (ou somar) os efeitos mecânico e térmico

- Uso da expressão completa na qual são somadas as contribuições mecânica (já vista no capítulo 3) e térmica (modelo linear da física):

$$\boxed{\Delta L = \Delta L_{mec} + \Delta L_T = \frac{NL}{EA} + \alpha L \Delta T}$$

onde α é o coeficiente de dilatação térmica; e ΔT é a variação de temperatura em relação a um valor de referência.

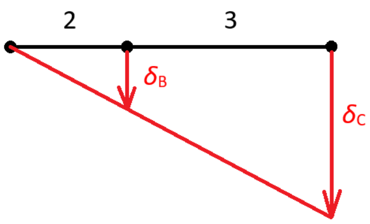
- Substituindo os valores:

$$\Delta L_T = 0{,}0000117.4.30 = 0{,}001404 \text{ ft} = 0{,}01685 \text{ in.}$$

3. Compatibilidade geométrica

- Se a haste vertical alonga 0,001404 ft ou 0,01685 in., e observando que a extremidade superior está restrita (ou não se move), então o deslocamento vertical de B será 0,01685 in. para baixo.

- Considerando o elemento horizontal rígido, determina-se o deslocamento vertical de C pela semelhança de triângulos abaixo:



$$\frac{\delta_C{}^{vert}}{5} = \frac{0{,}01685}{2} \Rightarrow \boldsymbol{\delta_C{}^{vert} = 0,04212\ \text{in}}.$$

- Portanto, a resposta do exemplo é: **ponto C desloca 0,04212 in. para baixo**.