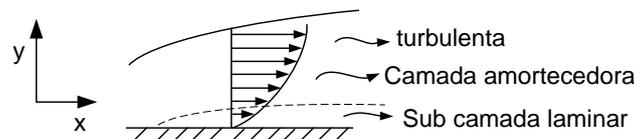


AULA 15 –CAMADA LIMITE TURBULENTA E TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM ESCOAMENTO EXTERNO

Camada Limite Turbulenta

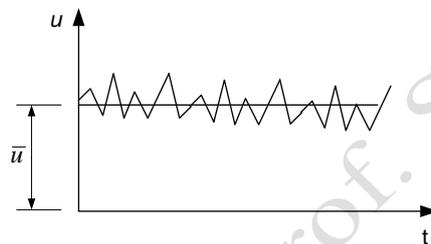
A transferência de calor convectiva na camada limite turbulenta é fenomenologicamente diferente da que ocorre na camada limite laminar. Para entender o mecanismo da transferência de calor na camada limite turbulenta, considere que a mesma possui três subcamadas, como ilustrado no esquema abaixo:



A *CLT* é subdividida em:

- Subcamada laminar – semelhante ao escoamento laminar – ação molecular
- Camada amortecedora – efeitos moleculares ainda são sentidas
- Turbulento – misturas macroscópicas de fluido

Para entender os mecanismos turbulentos, considere o exercício de observar o comportamento da oscilação da velocidade local (isto é, em um ponto do escoamento), o que é ilustrado no gráfico temporal abaixo.



Do gráfico ilustrado, depreende-se que a velocidade instantânea, u , flutua consideravelmente em torno de um valor médio, \bar{u} . Este fato da flutuação da velocidade local em conjunção com a flutuação de outras grandezas, embora possa parecer irrelevante, é o que introduz as maiores dificuldades no equacionamento e no que se chama “problema da turbulência”. Para analisar o problema, costuma-se dividir a

velocidade instantânea em dois componentes: um valor médio e outro de flutuação, como indicado:

$$\text{velocidade na direção paralela: } u = \bar{u} + u'$$

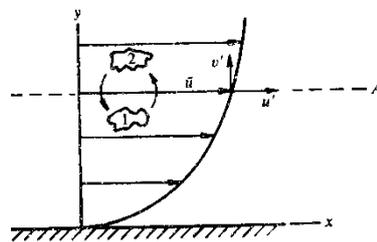
$$\text{velocidade na direção transversal: } v = \bar{v} + v'$$

O mesmo se faz com o termo de oscilação da pressão local:

$$\text{pressão: } \underbrace{P}_{\substack{\text{valor} \\ \text{instantâneo}}} = \underbrace{\bar{P}}_{\text{médio}} + \underbrace{P'}_{\text{flutuação}}$$

Em todos os casos, uma barra sobre a grandeza indica um valor médio e uma apóstrofe, valor de flutuação. Os termos de flutuação são responsáveis pelo surgimento de forças aparentes que são chamadas de *tensões aparentes de Reynolds*, as quais devem ser consideradas na análise.

Para se ter uma visão fenomenológica das tensões aparentes, considere a ilustração da camada limite turbulenta abaixo. Diferentemente do caso laminar, em que o fluido se “desliza” sobre a superfície, no caso turbulento há misturas macroscópicas de “porções” de fluido. No exemplo ilustrado, uma “porção” de fluido (1) está se movimentando para cima levando consigo sua velocidade (quantidade de movimento) e energia interna (transferência de calor). Evidentemente, uma “porção” correspondente (2) desce para ocupar o lugar da outra. Isso é o que dá origem às flutuações. Do ponto de vista de modelagem matemática, essas “simples” movimentações do fluido dentro da camada limite dão origem às maiores dificuldades de modelagem.



Uma análise mais detalhada do problema da transferência de calor turbulenta foge do escopo deste curso. Assim, referira-se a uma literatura mais específica para uma análise mais profunda. No entanto, abaixo se mostram os passos principais da modelagem.

O primeiro passo é escrever as equações diferenciais de conservação – aula 13. Em seguida, substituem-se os valores instantâneos pelos termos correspondentes de média e flutuação, isto é, $u = \bar{u} + u'$, $v = \bar{v} + v'$ e $P = \bar{P} + P'$. Esse procedimento é chamado de

médias temporais de Reynolds. Começando pela equação da conservação da quantidade de movimento, tem-se:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}$$

Agora, substituindo a decomposição das grandezas, $u = \bar{u} + u'$, $v = \bar{v} + v'$ e $P = \bar{P} + P'$,

$$(\bar{u} + u') \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} + u') + (\bar{v} + v') \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u} + u') = \nu \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\bar{u} + u') - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\bar{P} + P')$$

$$\begin{aligned} & \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} + u' \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + u' \frac{\partial u'}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{v} \frac{\partial u'}{\partial y} + v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} = \\ & = \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 u'}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x} \end{aligned}$$

Neste ponto é conveniente realizar uma média temporal sobre um intervalo de tempo $T = t_2 - t_1$ longo o suficiente para capturar as informações relevantes de flutuação do escoamento. Para isso, define-se, a seguinte média temporal sobre uma grandeza instantânea f (ou sua derivada espacial) qualquer:

$$\bar{f} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

As seguintes propriedades se aplicam:

$$\overline{f_1 + f_2} = \bar{f}_1 + \bar{f}_2, \quad \overline{Cf_1} = C\bar{f}_1, \quad \overline{f_1} = \bar{f}_1, \quad \overline{\frac{\partial f_1}{\partial s}} = \frac{\partial \bar{f}_1}{\partial s} \quad e \quad \overline{f'} = 0$$

sendo, C uma constante no intervalo de tempo e s é uma coordenada espacial (x , y ou z).

Assim, aplicando a média temporal sobre a equação anterior, vem:

$$\begin{aligned} & \overline{\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} + u' \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + u' \frac{\partial u'}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{v} \frac{\partial u'}{\partial y} + v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + v' \frac{\partial u'}{\partial y}} = \\ & = \nu \overline{\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}} + \nu \overline{\frac{\partial^2 u'}{\partial y^2}} - \frac{1}{\rho} \overline{\frac{\partial \bar{P}}{\partial x}} - \frac{1}{\rho} \overline{\frac{\partial P'}{\partial x}} \end{aligned}$$

Usando as propriedades de média temporal, obtém-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \underbrace{\bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x}}_0 + \underbrace{\bar{u}' \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}}_0 + \bar{u}' \frac{\partial u'}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{v} \frac{\partial u'}{\partial y} + \underbrace{\bar{v}' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}}_0 + \bar{v}' \frac{\partial u'}{\partial y} = \\ = \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 u'}{\partial y^2}}_0 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \underbrace{\frac{\partial P'}{\partial x}}_0 \end{aligned}$$

Reescrevendo, vem:

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} - \left(\bar{u}' \frac{\partial u'}{\partial x} + \bar{v}' \frac{\partial u'}{\partial y} \right)$$

Ainda, vamos tratar em separado as médias temporais que envolvem as flutuações (termos entre parênteses). O seguinte artifício matemático pode ser escrito:

$$\bar{u}' \frac{\partial u'}{\partial x} = \frac{\partial u' u'}{\partial x} - u' \frac{\partial u'}{\partial x} \quad e \quad \bar{v}' \frac{\partial u'}{\partial x} = \frac{\partial u' v'}{\partial x} - u' \frac{\partial v'}{\partial x}$$

De forma que aqueles termos podem ser escritos como:

$$\bar{u}' \frac{\partial u'}{\partial x} + \bar{v}' \frac{\partial u'}{\partial x} = \frac{\partial u' u'}{\partial x} + \frac{\partial u' v'}{\partial x} - \underbrace{u' \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)}_0$$

O termo entre parênteses do lado direito é nulo pela lei da conservação de massa. Substituindo a igualdade acima, obtém-se a forma da equação diferencial turbulenta da conservação da quantidade de movimento:

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} - \left(\frac{\partial u' u'}{\partial x} + \frac{\partial u' v'}{\partial x} \right)$$

Como indicado acima, no processo de obtenção desta equação, admitiu-se que a média temporal das flutuações e suas derivadas são nulas. Com isso surgiram termos que envolvem a média temporal da derivada do produto das flutuações, que são os termos entre parênteses. Por fim, ainda existe uma última simplificação que envolve a camada limite. Para o caso do escoamento bidimensional verifica-se que o gradiente do produto das flutuações na direção principal x (primeiro termo dos parênteses) é desprezível em relação ao segundo termo, de forma que a equação final da conservação da quantidade de movimento turbulenta é:

$$\overline{u} \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \overline{v} \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x}$$

Aqui reside grande parte do problema da turbulência que é justamente se estabelecer modelos para estimar o gradiente da média temporal do produto das flutuações das duas componentes de velocidade. Este termo dá origem às chamadas *tensões aparentes de Reynolds* que têm um tratamento à parte.

De forma análoga, pode-se estabelecer a equação da energia para a camada limite turbulenta, o que resulta em:

$$\rho C_p \left(\overline{u} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x} + \overline{v} \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} - \rho C_p \overline{v'T'} \right)$$

Por semelhança ao caso laminar, definem-se:

Viscosidade turbilhonar: $\varepsilon_M \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} = -\overline{v'u'}$ e

Difusividade turbilhonar: $\varepsilon_H \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} = -\overline{v'T'}$

Assim, definem-se a tensão de cisalhamento total turbulenta por: $\tau_t = \rho(\nu + \varepsilon_M) \frac{\partial \overline{u}}{\partial y}$,

e transferência de calor total turbulenta: $q_t'' = -\rho C_p (\alpha + \varepsilon_H) \frac{\partial \overline{T}}{\partial y}$

Distante da parede, o domínio da viscosidade e da difusividade turbilhonares é superior em relação às grandezas moleculares, isto é, $\varepsilon_M \gg \nu$ e $\varepsilon_H \gg \alpha$. De forma que se pode definir um número de Prandtl turbulento, $Pr_t = \varepsilon_M / \varepsilon_H$ aproximadamente unitário. Isso indica que os transportes de energia e de quantidade de movimento nessa região ocorrem na mesma proporção e que os perfis de temperatura e de velocidade médios sejam mais uniformes nesta região.

O estudo das grandezas turbilhonares dão origem aos perfis de velocidade e temperatura universais. Importante frisar, que as muitas análises indicam que a analogia de Reynolds-

Colburn entre atrito superficial e transferência de calor pode ser estendida para região turbulenta. É objeto dos estudos de turbulência adequadamente modelar os efeitos das variações instantâneas das grandezas, o que foge do escopo destas notas de aula.

É importante saber que existem dois regimes de transferência de calor: *laminar* e *turbulento*. Também existe uma região de *transição* entre os dois regimes. Expressões apropriadas para cada regime em separado e em combinação estão indicadas na tabela 7.9 do Incropera e Witt.

Resumo das expressões de transferência de calor para regime turbulento sobre superfícies planas:

$$\text{Local : } Nu_x = 0,0296 Re_x^{0,8} Pr^{1/3} \quad Re_x \leq 10^8 \quad 0,6 \leq Pr \leq 60$$

$$\text{Médio : } \overline{Nu}_L = (0,037 Re_L^{0,8} - 871) Pr^{1/3} \quad Re_L \leq 10^8$$

$$\frac{\delta}{x} = 0,37 Re_x^{-0,2} \quad Re_L \leq 10^8$$

Nota: para outras expressões ver livro-texto – ou tabela ao final desta aula.

As propriedades de transporte são avaliadas à temperatura de mistura (média entre superfície e ao longe). Reynolds crítico = 5×10^5

Exemplo resolvido (Holman 5-7)

Ar a 20°C e 1 atm escoia sobre uma placa plana a 35 m/s. A placa tem 75 cm de comprimento e é mantida a 60°C. Calcule o fluxo de calor transferido da placa.

Propriedades avaliadas à $\bar{T} = \frac{20+60}{2} = 40^\circ\text{C}$

$$c_p = 1,007 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \quad \rho = 1,128 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad Pr = 0,7 \quad k = 0,02723 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$$

$$\mu = 2,007 \times 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$$

$$Re_L = \frac{\rho VL}{\mu} = 1,475 \times 10^6$$

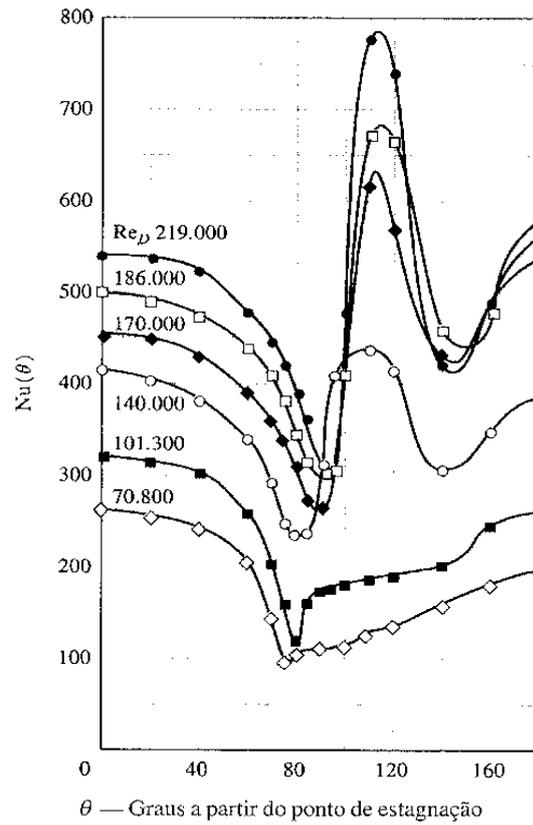
$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = Pr^{1/3} (0,037 Re_L^{0,8} - 871) = 2055$$

$$\bar{h} = \frac{k}{L} \overline{Nu}_L = 74,6 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$q = \bar{h}A(T_s - T_\infty) = 74,6 \cdot 0,75 \cdot 1 \cdot (60 - 20) = 2238 \text{ W}$$

Escoamento Cruzado sobre Cilindros e Tubos

No caso do escoamento externo cruzado sobre cilindros e tubos, a análise se torna mais complexa. O número de Nusselt local, dado em função do ângulo de incidência θ , isto é, $Nu(\theta)$, é fortemente influenciado não só pela formação das camadas limites, como também pelo efeito do descolamento da camada limite. A figura ao lado indica o que acontece com o número local de Nusselt. Para $Re_D \leq 10^5$, o número de Nusselt decresce como consequência do crescimento da camada limite laminar (CLL) até cerca de 80° . Após este ponto, o escoamento se descola da superfície destruindo a CLL e gerando um sistema de vórtices e mistura que melhora a



transferência de calor (aumento de $Nu(\theta)$). Para $Re_D > 10^5$, ocorre a transição de laminar para turbulento e, portanto, a formação da camada limite turbulenta (CLT). Na fase de transição (80° a 100°) ocorre a melhora da transferência de calor. Uma vez iniciada a CLT, novamente se verifica a diminuição do coeficiente local de transferência de calor devido ao crescimento da CLT para, em torno de 140° , descolar o escoamento da superfície que destrói a CLT para, então, gerar o sistema de vórtices e mistura que volta a melhorar a transferência de calor. No caso turbulento há, portanto, dois mínimos.

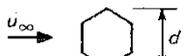
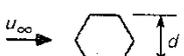
Embora do ponto de vista de melhoria da transferência de calor possa ser importante analisar os efeitos locais do número de Nusselt, do ponto de vista do engenheiro e de outros usuários é mais proveitoso que se tenha uma expressão para a transferência de calor *média*. Assim, uma expressão bastante antiga tem ainda sido usada, trata-se da correlação empírica de Hilpert, dada por:

$$\overline{Nu_D} = \frac{\bar{h}D}{k} = C Re_D^m Pr^{\frac{1}{3}}$$

onde, D é o diâmetro do tubo. As constantes C e m são dadas na tabela abaixo como função do número de Reynolds.

Re_D	C	m
0,4 – 4	0,989	0,330
4 – 40	0,911	0,385
40 – 4.000	0,683	0,466
4.000 – 40000	0,193	0,618
40.000 – 400.000	0,027	0,805

No caso de escoamento cruzado de um gás sobre outras seções transversais, a mesma expressão de Hipert pode ser usada, tendo outras constantes C e m como indicado na próxima tabela (Jakob, 1949).

Geometria	Re_{df}	C	n
	$5 \times 10^3 - 10^5$	0,246	0,588
	$5 \times 10^3 - 10^5$	0,102	0,675
	$5 \times 10^3 - 1,95 \times 10^4$ $1,95 \times 10^4 - 10^5$	0,160 0,0385	0,638 0,782
	$5 \times 10^3 - 10^5$	0,153	0,638
	$4 \times 10^3 - 1,5 \times 10^4$	0,228	0,731

Para o escoamento cruzado de outros fluidos sobre cilindros circulares, uma expressão mais atual bastante usada é devida a Zhukauskas, dada por

$$\overline{Nu}_D = C Re_D^m Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_s} \right)^{1/4} \quad \text{válida para} \quad \begin{bmatrix} 0,7 < Pr < 500 \\ 1 < Re_D < 10^6 \end{bmatrix},$$

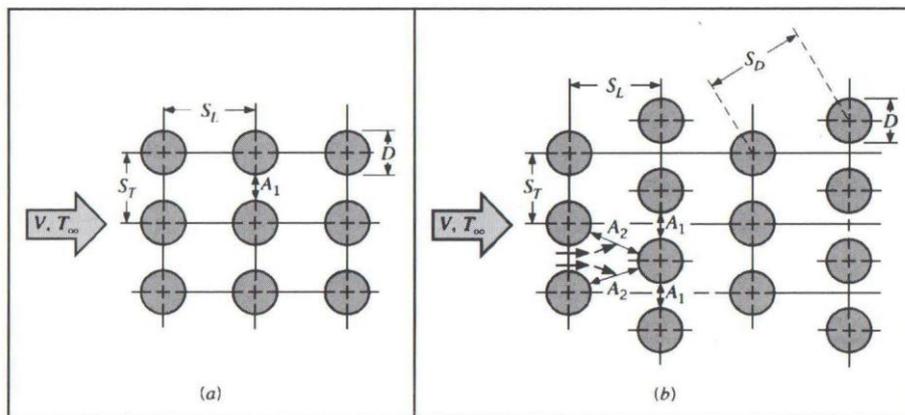
onde as constantes C e m são obtidas da tabela abaixo. Todas as propriedades são avaliadas à T_∞ , exceto Pr_s que é avaliado na temperatura de superfície (parede). Se $Pr \leq 10$, use $n = 0,37$ e, se $Pr > 10$, use $n = 0,36$.

Re_D	C	m
1 – 40	0,75	0,4
40 – 1.000	0,51	0,5
1.000 – 2×10^5	0,26	0,6
2×10^5 – 10^6	0,076	0,7

Escoamento sobre Banco de Tubos

Escoamento cruzado sobre um banco de tubos é muito comum em trocadores de calor. Um dos fluidos escoam perpendicularmente aos tubos, enquanto que o outro circula internamente. No arranjo abaixo, apresentam-se dois arranjos típicos. O primeiro é chamado de *arranjo em linha* e o outro de *arranjo desalinhado ou em quicôncio*.

Arranjos em linha ou quicôncio



Existem várias expressões práticas para a transferência de calor sobre banco de tubos. Para o ar, pode-se usar a expressão de Grimison, que também pode ser modificada para outros fluidos, como discutido em Incropera (Seção 7.6). Mais recentemente, Zhukauskas apresentou a seguinte expressão:

$$\overline{Nu}_D = C Re_{D,\max}^m Pr^{0,36} \left(\frac{Pr}{Pr_s} \right)^{1/4}$$

$$\text{válida para } \left[\begin{array}{l} N_L \geq 20 \\ 0,7 < Pr < 500 \\ 1000 < Re_{D,\max} < 2.10^6 \end{array} \right]$$

onde, N_L é o número de fileiras de tubos e todas as propriedades, exceto Pr_s (que é avaliada à temperatura da superfície dos tubos) são avaliadas à temperatura média entre a entrada e a saída do fluido e as constantes C e m estão listadas na tabela abaixo.

Configuração	$Re_{D,\max}$	C	m
Alinhada	$10-10^2$	0,80	0,40
Em quicôncio	$10-10^2$	0,90	0,40
Alinhada	10^2-10^3	Aproximado como um único	
Em quicôncio	10^2-10^3	cilindro (isolado)	
Alinhada ($S_T/S_L > 0,7$) ^a	$10^3-2 \times 10^5$	0,27	0,63
Em quicôncio ($S_T/S_L < 2$)	$10^3-2 \times 10^5$	$0,35(S_T/S_L)^{1/5}$	0,60
Em quicôncio ($S_T/S_L > 2$)	$10^3-2 \times 10^5$	0,40	0,60
Alinhada	$2 \times 10^5-2 \times 10^6$	0,021	0,84
Em quicôncio	$2 \times 10^5-2 \times 10^6$	0,022	0,84

^a Para $S_T/S_L > 0,7$ a transferência de calor é ineficiente, e tubos alinhados não deveriam ser utilizados.

Se o número de fileiras de tubos for inferior a 20, isto é, $N_L < 20$, então deve-se corrigir a expressão acima, multiplicando o resultado obtido por uma constante C_2 , conforme expressão abaixo e valores dados na segunda tabela abaixo.

$$\overline{Nu}_D \Big|_{N_L < 20} = C_2 \overline{Nu}_D \Big|_{N_L \geq 20}$$

Tabela com o fator de correção C_2 para $N_L < 20$ ($Re_D > 10^3$)

N_L	1	2	3	4	5	7	10	13	16
Alinhada	0,70	0,80	0,86	0,90	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99
Em quicôncio	0,64	0,76	0,84	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99

O número de Reynolds $Re_{D,\max}$ é calculado para a velocidade máxima do fluido que percorre o banco de tubos. No arranjo em linha, a velocidade máxima ocorre em

$$V_{\max} = \frac{S_T}{S_T - D} V$$

onde as grandezas podem ser vistas na figura anterior. No arranjo em

quicôncio ou desalinhado, a velocidade máxima pode ocorrer em duas regiões, conforme ilustrado na figura anterior. V_{\max} ocorrerá na seção A_2 se a seguinte condição for satisfeita

$2(S_D - D) < (S_T - D)$ que, após uma análise trigonométrica simples, se obtém a seguinte

condição equivalente $S_D = \left[S_L^2 + \left(\frac{S_T}{2} \right)^2 \right]^{1/2} < \frac{S_T + D}{2}$. Se isso acontecer, então:

$V_{\max} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} V$. Caso essa condição não seja satisfeita, então, a velocidade máxima

ocorre em A_1 e, portanto, usa-se novamente $V_{\max} = \frac{S_T}{S_T - D} V$.

Tabelas- resumo com as equações (Incropera & Witt)

Correlação		Geometria	Condições
$\delta = 5x Re_x^{-1/2}$	(7.19)	Placa plana	Laminar, T_f
$C_{f,x} = 0,664 Re_x^{-1/2}$	(7.20)	Placa plana	Laminar, local, T_f
$Nu_x = 0,332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$	(7.23)	Placa plana	Laminar, local, T_f , $0,6 \leq Pr \leq 50$
$\delta_t = \delta Pr^{-1/3}$	(7.24)	Placa plana	Laminar, T_f
$\bar{C}_{f,x} = 1,328 Re_x^{-1/2}$	(7.30)	Placa plana	Laminar, médio, T_f
$\bar{Nu}_x = 0,664 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$	(7.31)	Placa plana	Laminar, médio, T_f , $0,6 \leq Pr \leq 50$
$Nu_x = 0,565 Pe_x^{1/2}$	(7.33)	Placa plana	Laminar, local, T_f , $Pr \leq 0,05$
$C_{f,x} = 0,0592 Re_x^{-1/5}$	(7.35)	Placa plana	Turbulenta, local, T_f , $Re_x \leq 10^8$
$\delta = 0,37x Re_x^{-1/5}$	(7.36)	Placa plana	Turbulenta, local, T_f , $Re_x \leq 10^8$
$Nu_x = 0,0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$	(7.37)	Placa plana	Turbulenta, local, T_f , $Re_x \leq 10^8$; $0,6 \leq Pr \leq 60$
$\bar{C}_{f,L} = 0,074 Re_L^{-1/5} - 1,742 Re_L^{-1}$	(7.43)	Placa plana	Mista, médio, T_f , $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$, $Re_L \leq 10^8$
$\bar{Nu}_L = (0,037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3}$	(7.41)	Placa plana	Mista, médio, T_f , $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$, $Re_L \leq 10^8$; $0,6 < Pr < 60$
$\bar{Nu}_D = C Re_D^m Pr^{1/3}$ (Tabela 7.2)	(7.55b)	Cilindro	Médio, T_f , $0,4 < Re_D < 4 \times 10^5$, $Pr \geq 0,7$

$\overline{Nu}_D = C Re_D^m Pr^n (Pr/Pr_{sup})^{1/4}$ (Tabela 7.4)	(7.56)	Cilindro	Médio, T_z ; $1 < Re_D < 10^6$; $0,7 < Pr < 500$
$\overline{Nu}_D = 0,3 + [0,62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3} \times [1 + (0,4/Pr)^{2/3}]^{-1/4} \times [1 + (Re_D/282.000)^{5/8}]^{4/5}$	(7.57)	Cilindro	Médio, T_f , $Re_D Pr > 0,2$
$\overline{Nu}_D = 2 + (0,4 Re_D^{1/2} + 0,06 Re_D^{2/3}) Pr^{0,4} \times (\mu/\mu_{sup})^{1/4}$	(7.59)	Esfera	Médio, T_z ; $3,5 < Re_D < 7,6 \times 10^4$; $0,71 < Pr < 380$; $1,0 < (\mu/\mu_{sup}) < 3,2$
$\overline{Nu}_D = 2 + 0,6 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}$	(7.60)	Gota cadente	Médio, T_z
$\overline{Nu}_D = 1,13 C_1 Re_{D,máx}^m Pr^{1/3}$ (Tabelas 7.5, 7.6)	(7.63)	Feixe de tubos ^c	Médio, \overline{T}_f , $2.000 < Re_{D \cdot máx} < 4 \times 10^4$; $Pr \geq 0,7$
$\overline{Nu}_D = C Re_{D,máx}^m Pr^{0,36} (Pr/Pr_{sup})^{1/4}$ (Tabelas 7.7, 7.8)	(7.67)	Feixe de tubos ^c	Médio, \overline{T} , $1.000 < Re_D < 2 \times 10^6$; $0,7 < Pr < 500$
Jato circular único	(7.79)	Jato colidente	Médio, T_f , $2.000 < Re < 4 \times 10^5$, $2 < (H/D) < 12$; $2,5 < (r/D) < 7,5$
Jato retangular único	(7.82)	Jato colidente	Médio, T_f , $3.000 < Re < 9 \times 10^4$, $2 < (H/W) < 10$; $4 < (x/W) < 20$
Montagem de jatos circulares	(7.84)	Jato colidente	Médio, T_f , $2.000 < Re < 10^5$, $2 < (H/D) < 12$; $0,004 < A_r < 0,04$
Montagem de jatos retangulares	(7.87)	Jato colidente	Médio, T_f , $1.500 < Re < 4 \times 10^4$, $2 < (H/W) < 80$; $0,008 < A_r < 2,5 A_{r,o}$
$\overline{Ej}_c = \overline{Ej}_m = 2,06 Re_D^{-0,575}$	(7.91)	Leito recheado de esferas ^c	Médio, \overline{T} , $90 \leq Re_D \leq 4.000$, $Pr \approx 0,7$

^aAs correlações nessa tabela são para superfícies isotérmicas; para casos especiais envolvendo um comprimento inicial não aquecido ou um fluxo térmico uniforme na superfície, ver Seção 7.2.4.

^bQuando a analogia entre os processos de transferência de calor e de massa for aplicável, as correlações correspondentes para a transferência de massa podem ser obtidas pela substituição de Nu e Pr por Sh e Sc , respectivamente.

^cEm feixes de tubos e leitos recheados, as propriedades são avaliadas na temperatura média do fluido $\overline{T} = (T_c + T_f)/2$, ou na temperatura média do filme, $\overline{T}_f = (T_{sup} + \overline{T})/2$.

Exercício de Aplicação

Verifica-se um escoamento de ar a uma velocidade de 4 m/s e temperatura de 30°C. Neste escoamento de ar é colocada uma fina placa plana, paralelamente ao mesmo, de 25 cm de comprimento e 1 m de largura. A temperatura da placa é de 60°C. Posteriormente, a placa é enrolada (no sentido do comprimento) formando um cilindro sobre o qual o escoamento de ar vai se dar de forma cruzada. Todas as demais condições são mantidas. Pede-se:

- Em qual caso a troca de calor é maior.
- Qual o fluxo de calor trocado em ambos os casos.
- Analisar se sempre há maior troca de calor numa dada configuração do que na outra, independentemente do comprimento e velocidade do ar. Justifique sua resposta através de um memorial de cálculo.

Solução

Propriedades do ar à $T = \frac{T_\infty + T_p}{2} = 45^\circ\text{C}$

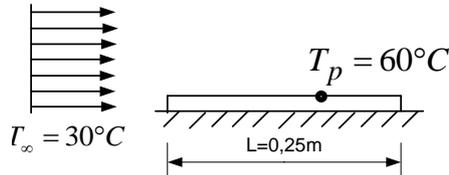
$\nu = 1,68 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

$k = 2,69 \times 10^{-2} \text{ W/mK}$

$Pr = 0,706$

Placa

$u_\infty = 4 \text{ m/s}$

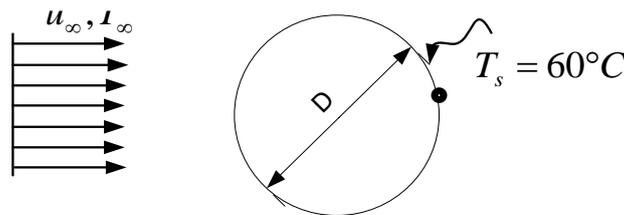


$Re_L = \frac{u_\infty L}{\nu} = \frac{4 \times 0,25}{1,68 \times 10^{-5}} \cong 5,95 \times 10^4 < Re_{crit} = 5 \times 10^5$

$\overline{Nu}_L = 0,664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3} = 0,664 \times (5,95 \times 10^4)^{1/2} \times (0,706)^{1/3} = 144,2$

Assim $\overline{h}_L = \frac{\overline{Nu} k}{L} = \frac{144,2 \times 0,02697}{0,25} = 15,56 \text{ W/m}^2\text{C}$

Cilindro



$\pi D = L \rightarrow D = 0,25/\pi = 0,0796 \text{ m}$

Assim, $Re_D = \frac{4 \times 0,0796}{1,68 \times 10^{-5}} = 1,895 \times 10^4$

Usando a expressão de Hilpert (a mais simples) (Eq. 7.55b)

$\overline{Nu}_D = C Re_D^m Pr^{1/3} \quad p/Re_D = 1,895 \times 10^4 \quad C = 0,193$
 $m = 0,618$

Assim, $\overline{Nu}_D = 0,193 \times (1,895 \times 10^4)^{0,618} \times (0,706)^{1/3} = 75,63$

de forma que: $\overline{h}_D = \frac{\overline{Nu}_D k}{D} = \frac{75,63 \times 0,02697}{0,0796} = 25,63 \text{ W/m}^2\text{K}$

a) A transferência de calor é maior no caso do cilindro pois $\bar{h}_D > \bar{h}_L$ e a área de troca de calor é a mesma.

b)

Placa	Cilindro
$Q_{placa} = \bar{h}A_p(T_p - T_\infty)$	$Q_{cil} = \bar{h}A_c(T_p - T_\infty)$
$15,56 \times 0,25 \times 30$	$25,63 \times 0,25 \times 30$
$Q_{placa} = 116,7W$	$Q_{cil} = 192,2W$

c) Porção laminar $Re_{crit,L} = 5 \times 10^5$

Note que $Re_D = Re_L / \pi \Rightarrow Re_D = 1,59 \times 10^5$ sendo equivalente ao crítico.

$$\bar{h}_L = \frac{0,664 \times k}{L} Re_L^{1/2} Pr^{1/3} \quad (A)$$

$$\bar{h}_D = \frac{k}{D} Pr^{1/3} C Re_D^m = \pi \frac{k Pr^{1/3}}{L} C Re_D^m \quad (B)$$

Portanto de (A), $\frac{k Pr^{1/3}}{L} = \frac{\bar{h}_L}{0,664 Re_L^{1/2}}$, que, pode ser subst. em (B), para obter

$$\bar{h}_D = \frac{\pi C Re_D^m \bar{h}_L}{0,664 \pi^{1/2} Re_D} = 2,669 C Re_D^{m-0,5} \bar{h}_L$$

Ou $\frac{\bar{h}_D}{\bar{h}_L} = 2,669 C Re_D^{m-0,5}$ para o caso laminar na placa

Porção laminar-turbulenta $Re_L > Re_{crit} = 5 \times 10^5$

$$\bar{Nu}_L = (0,037 \times Re_L^{0,8} - 871) Pr^{1/3} \quad (\text{Eq. 7.41 p/camada limite mista})$$

De donde $\frac{\bar{h}_L L}{k} = (0,037 \times Re_L^{0,8} - 871) Pr^{1/3}$ e $\frac{k Pr^{1/3}}{L} = \frac{\bar{h}_L}{0,037 Re_L^{0,8} - 871}$ (C)

sub. em (B), vem $\bar{h}_D = \frac{\pi C Re_D^m \bar{h}_L}{0,037 Re_L^{0,8} - 871}$

Subs. $Re_L = \pi Re_D$, vem: $\frac{\bar{h}_D}{\bar{h}_L} = \frac{\pi C Re_D^m}{0,037 Re_L^{0,8} - 871}$

Finalmente para o caso laminar e turbulento na placa

$$\frac{\bar{h}_D}{\bar{h}_L} = \frac{\pi C Re_D^m}{0,037(\pi Re_D)^{0,8} - 871}$$

Os diversos valores de C e m da expressão de Hilpert foram substituídos nas expressões das razões entre os coeficientes de transferência de calor e aparecem na tabela abaixo e, em forma gráfica. Evidentemente, a transferência de calor será sempre maior no caso do cilindro (na faixa de validade das expressões)

Re_D	C	m	h_D/h_L	regime
4	0,898	0,33	2,09	laminar
40	0,911	0,385	1,59	“
4000	0,683	0,466	1,38	“
40000	0,193	0,618	1,8	“
159000	0,027	0,805	2,78	“
200000	0,027	0,805	2,15	lam-turb
400000	0,027	0,805	1,43	“

