

a variação de $\vec{r}(t)$ não era importante para a média no período (curto) mas é para tempos longos

Data

Anla 2

1

Vimos

$$\langle I_s(t) \rangle_t \sim \left\langle \sum_{ij} e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}_i(t) - \vec{r}_j(t))} \right\rangle_{\text{tempo longo}} = I$$

$$\stackrel{\uparrow}{=} \sum_{\text{conf. de eq}} \left(\sum_{ij} e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}_i - \vec{r}_j)} \right) p_{\text{conf}}^{\text{eq}}$$

ergodicidade

↑
"peso" ou prob. de cada conf. de equilíbrio

Função de Correlação Temporal

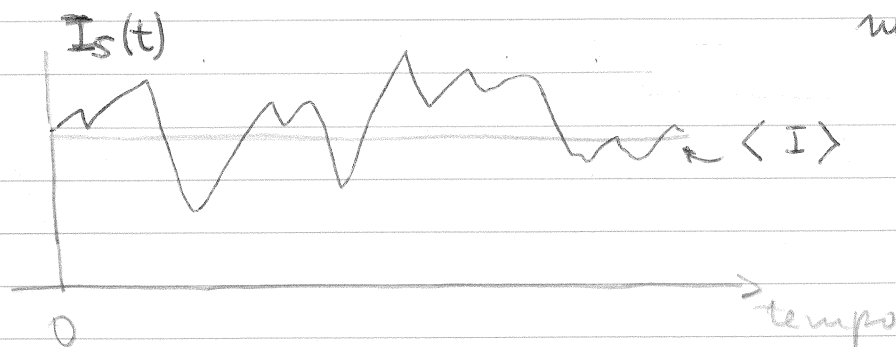
Estado do movimento
 $\vec{r}(t)$

→
DLS

propriedades das partículas

= Consideramos o que ocorre com a intensidade da luz espalhada $I_s(t)$ de instante a instante

Mas note ... se tomarmos a média $\langle I_s(t) \rangle = I$ perdemos a informação!! sobre variações no tempo



Para simplificar, estudaremos os efeitos sobre o campo elétrico devido à dependência temporal das potências $W(t)$

Em $\frac{1}{T} \int_0^T E(t) dt \rightarrow \frac{E}{T} \int_0^T e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r}_i(t+\tau) - \omega_0(t+\tau))} dt$

$\vec{E}_i(t+\tau) \equiv \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r}_i(t+\tau) - \omega_0(t+\tau))}$

esta dependência temporal só é importante para tempo longo.

$\omega_0 = 2\pi/T$

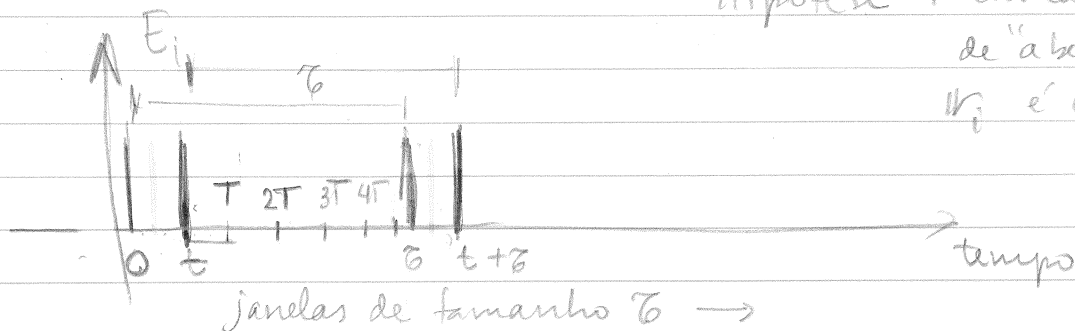
ESCALAS

tempo curto, caracterizado pelo período T de oscilação de $\vec{E}$

tempo longo $> \tau_0$ onde $\tau_0 =$ intervalo de tempo ao longo do qual $W_i(t)$ é mantido $\approx$ constante

$$T \ll \tau_0$$

Hipótese: em cada janela de "abertura" τ_0 , W_i é constante



DEFINIÇÃO: $\delta E = E(t+\tau_0) - E(t)$

$$E = \text{Re } \underline{E} = (\underline{E} + \underline{E}^*)/2$$

$$\circ (\delta E)^2 = E^2(t+\tau_0) + E^2(t) - 2 E(t+\tau_0) E(t)$$

1- Média no período (tempo curto)

$$\langle (\delta E)^2 \rangle_T = \underbrace{\langle E^2(t+\tau_0) \rangle_T}_{\sim I(t+\tau_0)} + \underbrace{\langle E^2(t) \rangle_T}_{\sim I(t)} - 2 \langle E(t+\tau_0) E(t) \rangle_T$$

$$\langle E(t+\tau) E(t) \rangle_T = \frac{1}{4} \left\langle (\tilde{E}^*(t+\tau) + \tilde{E}(t+\tau)) (\tilde{E}^*(t) + \tilde{E}(t)) \right\rangle_T$$

Note: $\langle \tilde{E}^*(t+\tau) \tilde{E}^*(t) \rangle_T \sim \int_0^T e^{2i\omega_0 t} dt = 0$

$$\langle \tilde{E}(t+\tau) \tilde{E}(t) \rangle_T \sim \int_0^T e^{-2i\omega_0 t} dt = 0$$

$$\langle E(t+\tau) E(t) \rangle_T = \frac{1}{4} \left(\langle \tilde{E}^*(t+\tau) \tilde{E}(t) \rangle_T + \langle \tilde{E}(t+\tau) \tilde{E}^*(t) \rangle_T \right)$$

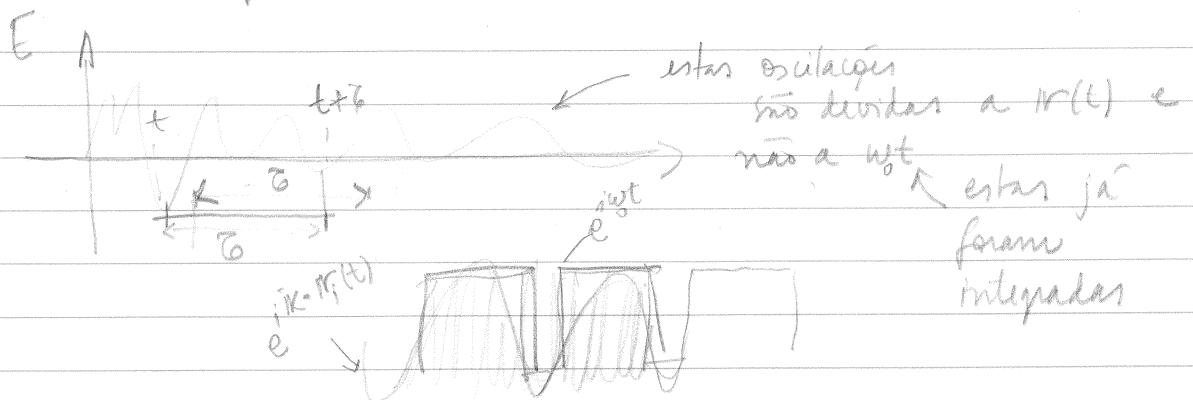
$\sim \frac{1}{2} \left(e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}_j(t+\tau) - \vec{r}_j(t))} e^{-i\omega_0 \tau} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \langle \tilde{E}^*(t+\tau) \tilde{E}(t) \rangle_T$

$\Rightarrow = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (\tilde{E}^*(t+\tau) \tilde{E}(t))$ [a dependência temporal é devida a $\vec{r}(t)$]

já tomada a média $\left(\frac{1}{T} \int_0^T e^{-i\omega t} e^{+i\omega t} dt = 1 \right)$

2- Média para tempos longos ($\gg T$)

$$\langle \langle E \rangle_T \rangle_{\text{tempo longo}} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \langle \tilde{E}^*(t+\tau) \tilde{E}(t) \rangle_{\text{tempo longo}} + 2I$$



$$\underline{\tilde{E}} = \underline{\tilde{E}}^{\text{total}} = \underline{\tilde{E}}_1 + \underline{\tilde{E}}_2 = \sum_{i=1}^N \underline{\tilde{E}}_i$$

↑
N=2 partículas

$$\underline{\tilde{E}}_1(\vec{r}) = A_1 E_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r}_1(t) - \omega_0 t)} \cdot e^{-i\omega_0 t}$$

$$\underline{\tilde{E}}_2(\vec{r}) = A_2 E_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r}_2(t) - \omega_0 t)} \cdot e^{-i\omega_0 t}$$

$$\langle \langle \mathcal{I} \rangle \rangle_T \text{ tempo longo} = \left\{ 2I - \frac{1}{2} \sum_{i,j} \text{Re} \langle \underline{\tilde{E}}_i^*(\vec{r}) \underline{\tilde{E}}_j(\vec{r}) \rangle_{\text{tempo longo}} \right\}$$

↑
 $\langle I(\vec{r}) \rangle = \langle I(0) \rangle \equiv \langle I \rangle \equiv I$

Para partículas independentes, em movimento aleatório

$$\langle \underline{\tilde{E}}_1^*(\vec{r}) \underline{\tilde{E}}_2(\vec{r}) \rangle = \langle \underline{\tilde{E}}_1^*(\vec{r}) \rangle \langle \underline{\tilde{E}}_2(\vec{r}) \rangle$$

tempo longo " " tempo longo

Assim, na soma acima ~~apenas~~ somente $i=j$ contribuem

$$\Rightarrow \sum_{\substack{i,j \\ (i=j)}} \text{Re} \langle \underline{\tilde{E}}_i^*(\vec{r}) \underline{\tilde{E}}_j(\vec{r}) \rangle = \cancel{\text{Re} \langle \underline{\tilde{E}}_1^*(\vec{r}) \underline{\tilde{E}}_1(\vec{r}) \rangle} + \cancel{\text{Re} \langle \underline{\tilde{E}}_2^*(\vec{r}) \underline{\tilde{E}}_2(\vec{r}) \rangle} + \dots$$

Para partículas idênticas (N=2 partículas)

$$= N \text{Re} \langle \underline{\tilde{E}}_x^*(\vec{r}) \underline{\tilde{E}}_x(\vec{r}) \rangle \quad \text{--- onde}$$

tempo longo

Data Aula 2 5

$$\langle E_j^*(\tau) E_j(0) \rangle = |A_1|^2 E_0^2 \langle e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}_j(\tau) - \vec{r}_j(0))} e^{-i\omega_0 \tau} \rangle$$

tempo longo

em mov. aleatório, só contribui $i=j$ para $\langle I \rangle$

$$\Rightarrow G^{(1)}(\tau) \equiv \overbrace{N E_0^2 |A_1|^2}^{\langle I \rangle} \cdot \text{Re} \langle e^{i\vec{k} \cdot (\vec{r}(\tau) - \vec{r}(0))} e^{-i\omega_0 \tau} \rangle$$

↑
N partículas idênticas

tempo longo

= $g^{(1)}(\tau)$

FUNÇÃO DE AUTO-CORRELAÇÃO

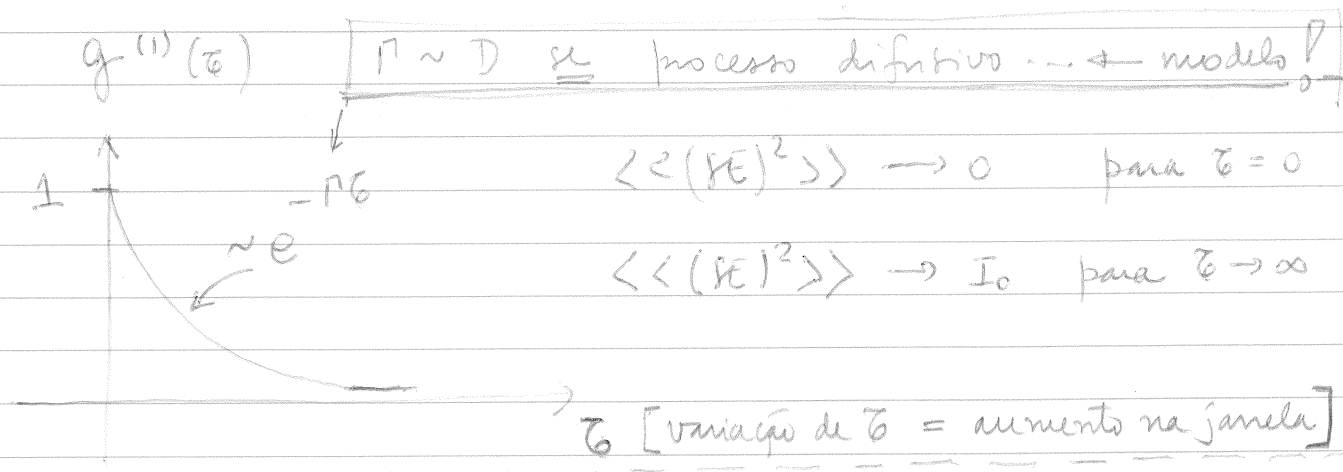
Então: $G^{(1)}(\tau) = \langle I \rangle \cdot g^{(1)}(\tau)$

Com isto:

$$\langle \langle (SE)^2 \rangle \rangle_{\text{tempo longo}} = 2\langle I \rangle - \langle I \rangle \cdot g^{(1)}(\tau)$$

$$= \langle I_0 \rangle (1 - g^{(1)}(\tau))$$

$$g^{(1)}(\tau) = 1 - \langle \langle (SE)^2 \rangle \rangle_{\text{tempo longo}} / I_0$$



A função $G^{(2)}(\tau) = \underbrace{\langle I_s(0) I_s(\tau) \rangle}_{\text{medido}} = \underbrace{\langle I \rangle^2}_{\text{fórmula de Siegert}} + \underbrace{|G^{(1)}(\tau)|^2}_{\text{calculado}}$

RIMOGAL válida para variáveis aleatórias Gaussianas