



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

PME-3210 - Mecânica dos Sólidos I

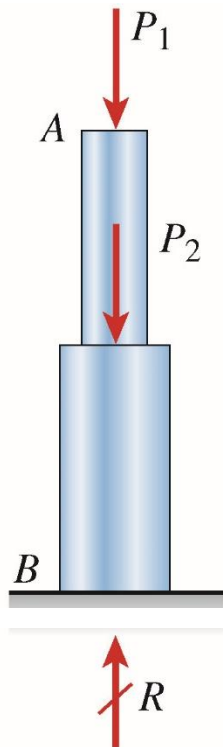
Aula #06

Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

08/04/22



2.4 Estruturas estaticamente indeterminadas



Equilíbrio de forças na direção vertical:

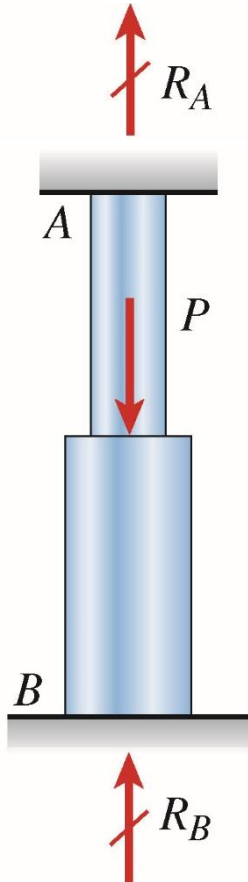
$$\Sigma F_v = 0 \Rightarrow R = P_1 + P_2$$

Estrutura estaticamente determinada ou estrutura isostática:

⇒ As forças vinculares podem ser calculadas usando apenas as equações de equilíbrio



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica



Equilíbrio de forças na direção vertical:

$$\Sigma F_v = 0 \Rightarrow R_A + R_B = P$$

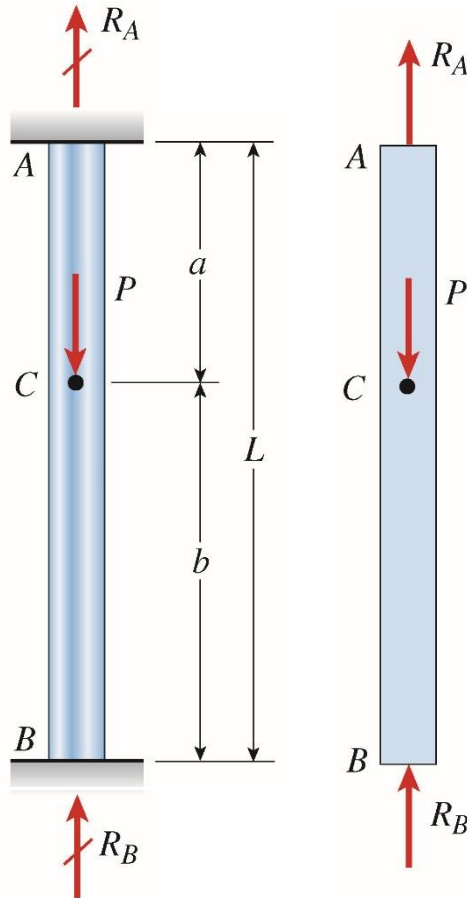
Estrutura estaticamente indeterminada ou estrutura hiperestática:

⇒ Não é possível calcular as forças
vinculares usando apenas as
equações de equilíbrio

⇒ É necessário usar equações
adicionais para as calcular



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica



i) Equação de equilíbrio:

$$\Sigma F_v = 0 \Rightarrow R_A + R_B = P$$

ii) Equação de compatibilidade de deslocamentos:

$$\delta_{AB} = 0 = \delta_{AC} + \delta_{BC}$$

iii) Relações força-deslocamento:

$$\delta_{AC} = \frac{N_{AC}a}{EA} \quad \delta_{BC} = \frac{N_{BC}b}{EA}$$

Solução:

$$N_{AC} = R_A \quad N_{BC} = -R_B$$

$$R_A = P \frac{b}{L} \quad R_B = P \frac{a}{L}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

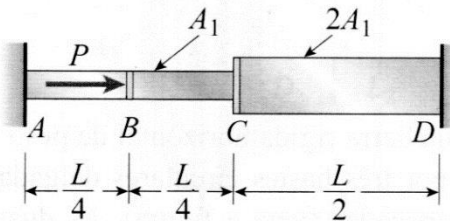
Departamento de Engenharia Mecânica

2.4-7 A barra carregada axialmente $ABCD$ ilustrada na figura está presa entre dois suportes rígidos. A barra tem área de seção transversal A_1 de A até C e $2A_1$ de C até D .

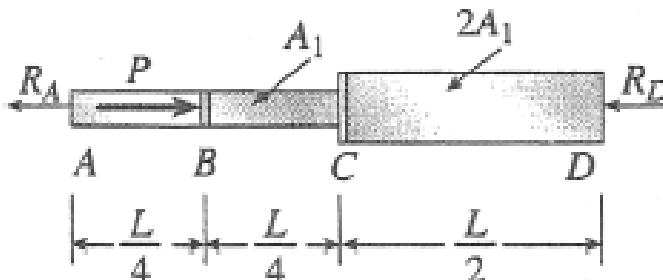
(a) Obtenha fórmulas para as reações R_A e R_D nas extremidades da barra.

(b) Determine os deslocamentos δ_B e δ_C nos pontos B e C , respectivamente.

(c) Trace um diagrama de deslocamento axial (DDA) em que a abscissa é a distância do suporte à esquerda em relação a qualquer ponto na barra e a ordenada é o deslocamento horizontal δ naquele ponto.



DCL



i) Equação de equilíbrio: $-R_A + P - R_D = 0$

ii) Compatibilidade: $\delta_{AB} + \delta_{BC} + \delta_{CD} = 0$

iii) Relações forças X deslocamentos:

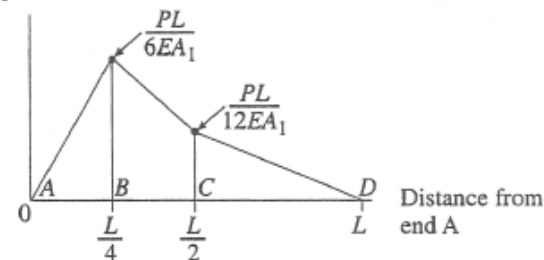
$$\delta_{AB} = \frac{N_{AB}L_{AB}}{EA_{AB}} \quad \delta_{BC} = \frac{N_{BC}L_{BC}}{EA_{BC}} \quad \delta_{CD} = \frac{N_{CD}L_{CD}}{EA_{CD}}$$

$$N_{AB} = R_A \quad N_{BC} = R_A - P \quad N_{CD} = R_A - P$$

a) $R_A = \frac{2P}{3} \quad R_D = \frac{P}{3}$

b) $\delta_B = \delta_{AB} = \frac{PL}{6EA_1} \quad \delta_C = \delta_{AB} + \delta_{BC} = \frac{PL}{12EA_1}$

c) Displacement





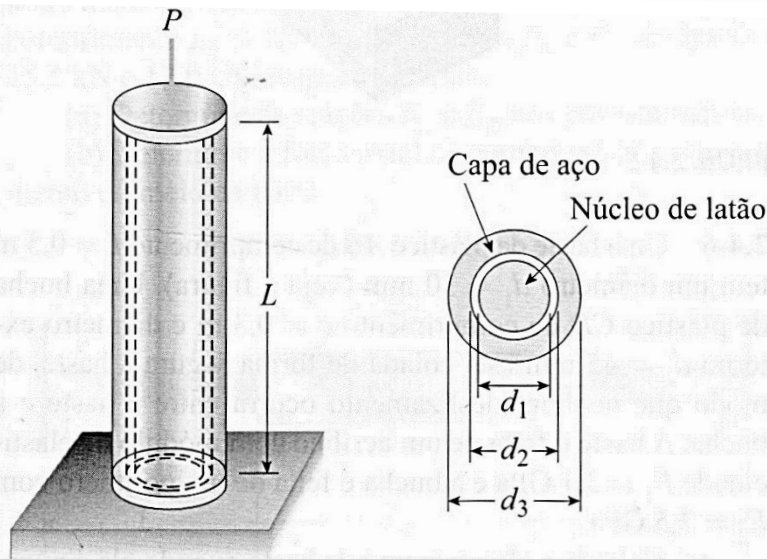
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia Mecânica

2.4-1 O conjunto ilustrado na figura consiste em um núcleo de latão (diâmetro $d_1 = 6$ mm) circundado por uma capa de aço (diâmetro interno $d_2 = 7$ mm, diâmetro externo $d_3 = 9$ mm). Uma carga P comprime o núcleo e a capa, que têm comprimento $L = 85$ mm. Os módulos de elasticidade do latão e do aço são $E_b = 100$ GPa e $E_s = 200$ GPa, respectivamente.

(a) Qual o valor da carga P para que o conjunto sofra uma compressão de 0,1 mm?

(b) Se a tensão admissível no aço é 180 MPa e a tensão admissível no latão é 140 MPa, qual é a carga de compressão admissível P_{adm} ? (Sugestão: utilize as equações deduzidas no Exemplo 2.5.)



i) Equação de equilíbrio: $P = P_s + P_b$

ii) Equação de compatibilidade: $\delta = \delta_s = \delta_b$

iii) Relações força X deslocamento:

$$\delta_s = \frac{P_s L}{E_s A_s} \quad \delta_b = \frac{P_b L}{E_b A_b}$$

Essas equações levam às relações:

$$P = \frac{E_s A_s + E_b A_b}{E_s A_s} P_s \quad P = \frac{E_s A_s + E_b A_b}{E_b A_b} P_b$$

$$P = (E_s A_s + E_b A_b) \frac{\delta}{L}$$

a) $\delta = 0,1 \text{ mm} \Rightarrow P = 9,24 \text{ kN}$

b) $P'_{adm} = \frac{E_s A_s + E_b A_b}{E_s} \sigma_{adm,s} \Rightarrow P'_{adm} = 7,07 \text{ kN}$

$$P''_{adm} = \frac{E_s A_s + E_b A_b}{E_b} \sigma_{adm,b} \Rightarrow P''_{adm} = 11,00 \text{ kN}$$

$$P_{adm} = \text{mínimo}\{P'_{adm}, P''_{adm}\} \Rightarrow P_{adm} = 7,07 \text{ kN}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Referência:

Gere, J.M., Goodno, B.J. Mecânica dos Materiais – Tradução da 7ª edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p, Capítulo 2.