

---

# Precisamos Falar sobre Hádrons

Tereza Mendes & Attilio Cucchieri

<http://ifsc.usp.br/~lattice>

Instituto de Física de São Carlos – USP

---

# Hádrons

- Quem são, onde vivem, como interagem?

---

# Hádrons

- Quem são, onde vivem, como interagem?
- História  $\Rightarrow$  são Estados Ligados,  
da Cromodinâmica Quântica (QCD)

---

# Hádrons

- Quem são, onde vivem, como interagem?
- História  $\Rightarrow$  são Estados Ligados,  
da Cromodinâmica Quântica (QCD)
- Estudo (Numérico) via QCD na Rede




---

# Hádrons

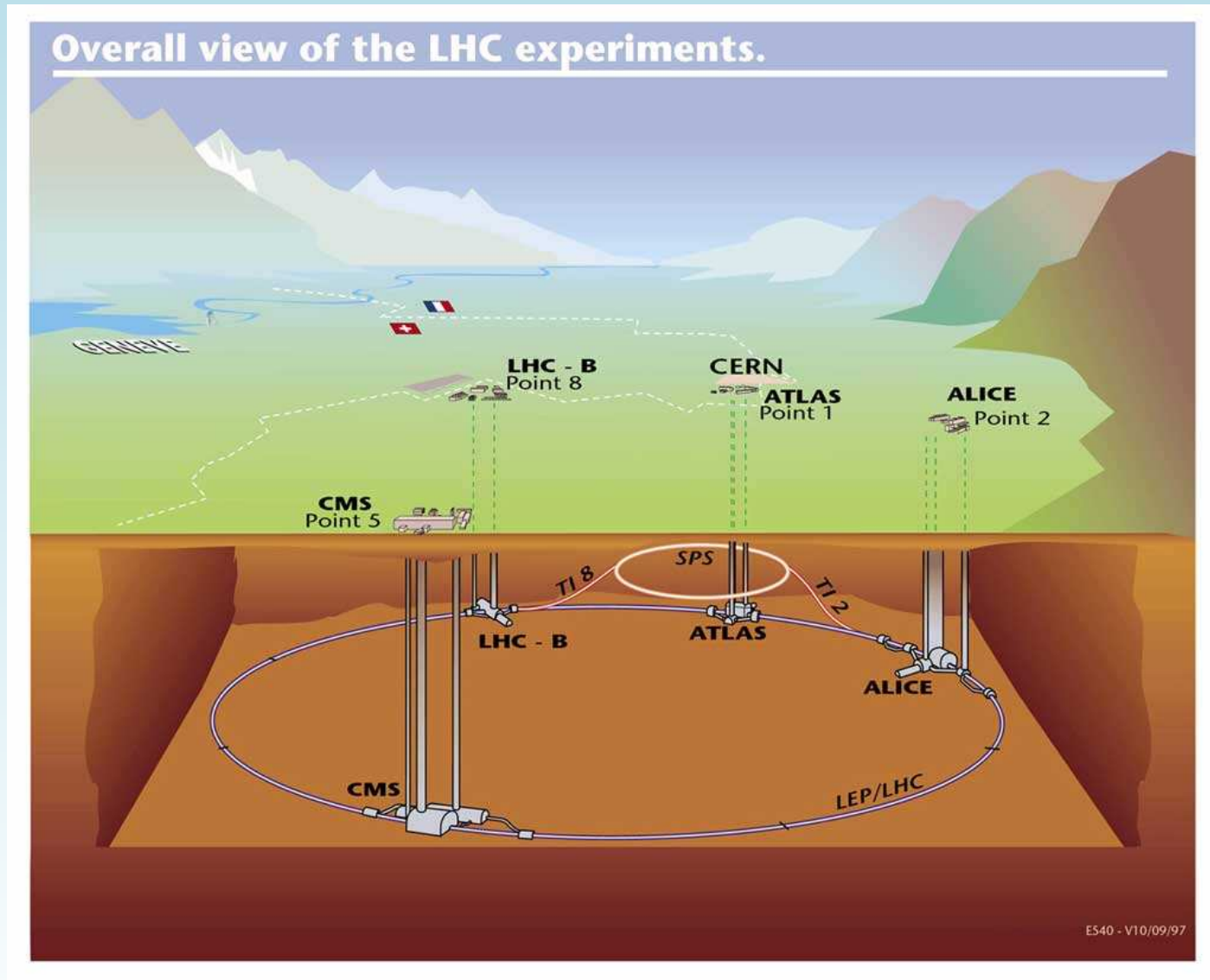
- Quem são, onde vivem, como interagem?
- História  $\Rightarrow$  são Estados Ligados,  
da Cromodinâmica Quântica (QCD)
- Estudo (Numérico) via QCD na Rede
- Tem a ver com o Nobel de 2021?

---

# Hádrons

- Quem são, onde vivem, como interagem?
- História  $\Rightarrow$  são Estados Ligados,  
da Cromodinâmica Quântica (QCD)
- Estudo (Numérico) via QCD na Rede
- Tem a ver com o Nobel de 2021? Sim! 

# Onde estão? LHC (Cern)



# Hádron (e.g. **próton**) é Elementar?

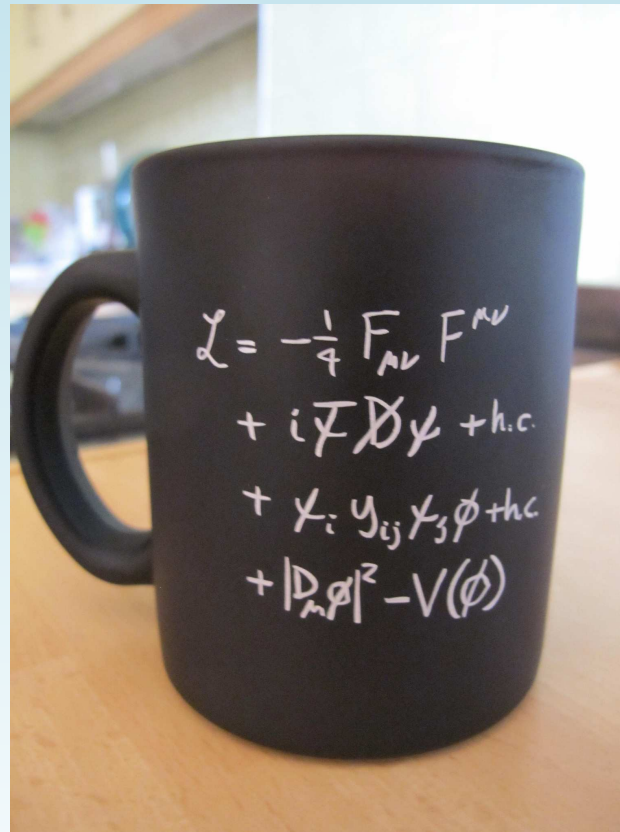
Partículas do **MODELO PADRÃO**

	massa →	≈2.3 MeV/c <sup>2</sup>	≈1.275 GeV/c <sup>2</sup>	≈173.07 GeV/c <sup>2</sup>	0	≈126 GeV/c <sup>2</sup>
carga →	2/3	2/3	2/3	0	0	0
spin →	1/2	1/2	1/2	1	0	0
<b>QUARKS</b>		<b>u</b> up	<b>c</b> charm	<b>t</b> top	<b>g</b> glúon	<b>H</b> bóson de Higgs
		≈4.8 MeV/c <sup>2</sup>	≈95 MeV/c <sup>2</sup>	≈4.18 GeV/c <sup>2</sup>	0	
	-1/3	-1/3	-1/3	-1/3	0	
	1/2	1/2	1/2	1/2	1	
		<b>d</b> down	<b>s</b> strange	<b>b</b> bottom	<b>γ</b> fóton	
		0.511 MeV/c <sup>2</sup>	105.7 MeV/c <sup>2</sup>	1.777 GeV/c <sup>2</sup>	0	
	-1	-1	-1	-1	0	
	1/2	1/2	1/2	1/2	1	
<b>LEPTONS</b>		<b>e</b> elétron	<b>μ</b> múon	<b>τ</b> tau	<b>Z</b> bóson Z	
		<<2.2 eV/c <sup>2</sup>	<<0.17 MeV/c <sup>2</sup>	<<15.5 MeV/c <sup>2</sup>	±1	
	0	0	0	0	1	
	1/2	1/2	1/2	1/2	1	
		<b>ν<sub>e</sub></b> neutrino do elétron	<b>ν<sub>μ</sub></b> neutrino do múon	<b>ν<sub>τ</sub></b> neutrino do tau	<b>W</b> bóson W	
						<b>BÓSONS DE CALIBRE</b>

Tabela contém apenas os **ingredientes** dos hádrons!

# Não estão incluídos no Modelo Padrão?

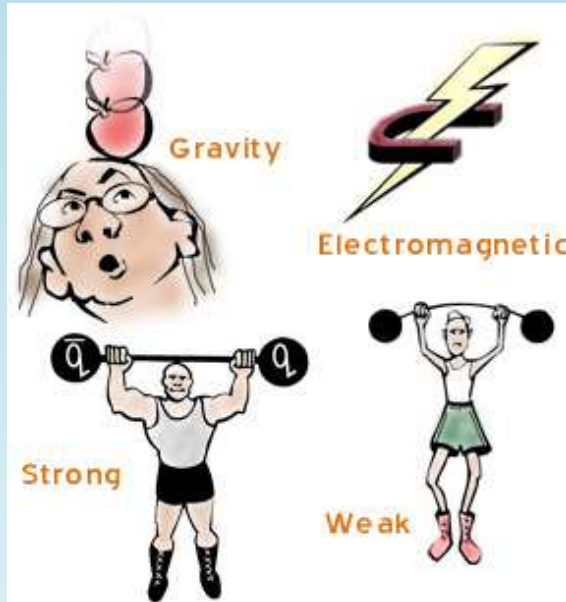
MP = Conjunto de Teorias Quânticas de Campos, dado pela Lagrangiana (versão condensada):



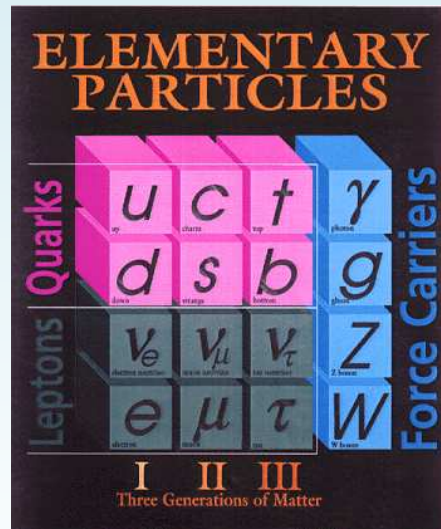
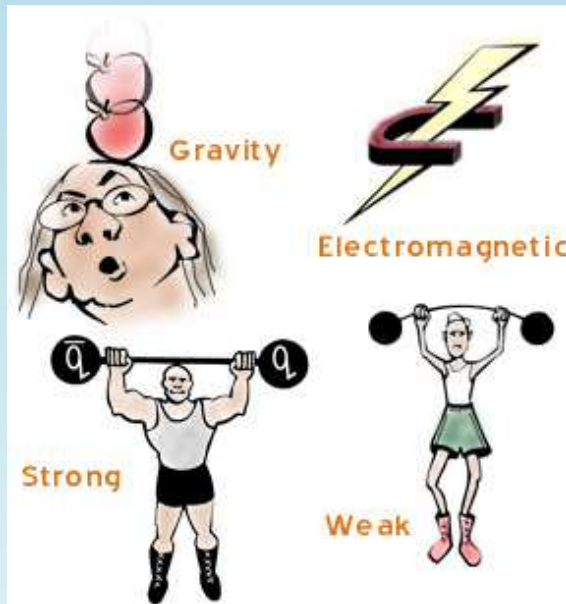
maiores detalhes

# Forças e partículas elementares

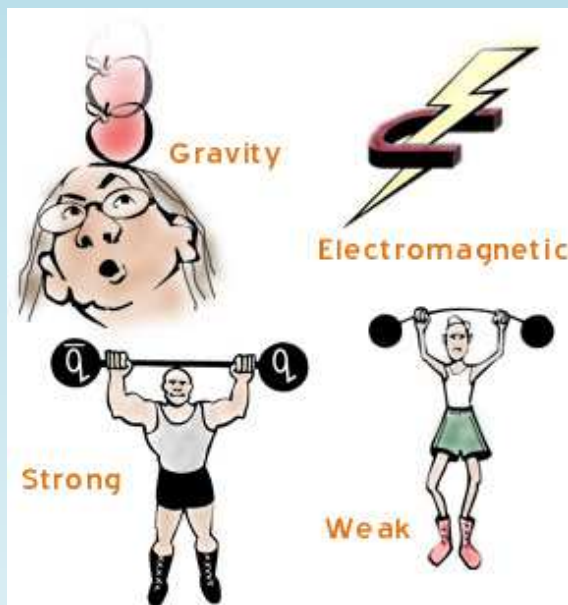
---



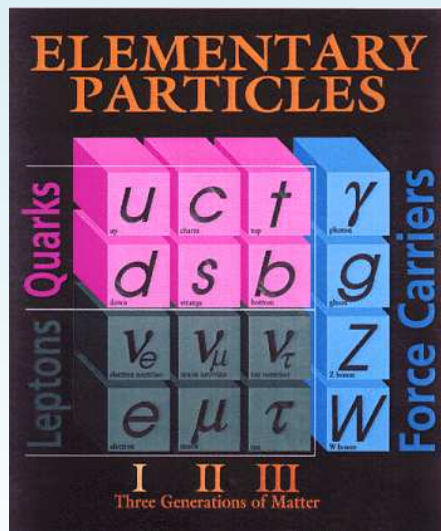
# Forças e partículas elementares



# Forças e partículas elementares

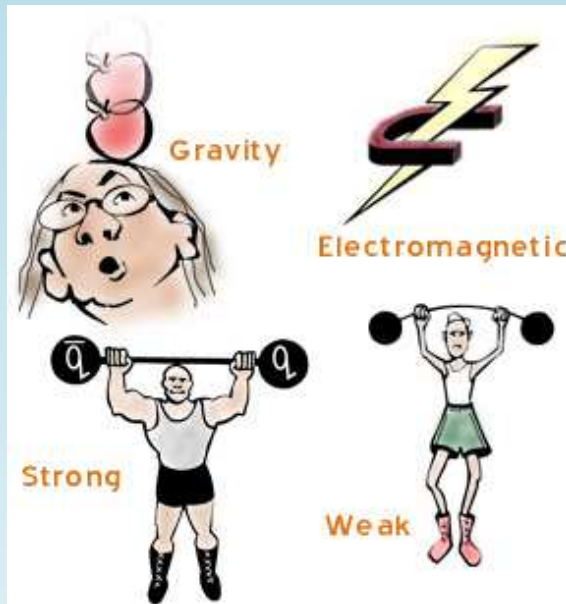


Força	Intensidade relativa	alcance (cm)
forte	1	infinito ( $10^{-13}$ )
e.m.	$10^{-2}$	infinito
fraca	$10^{-13}$	$10^{-16}$
gravitacional	$10^{-39}$	infinito

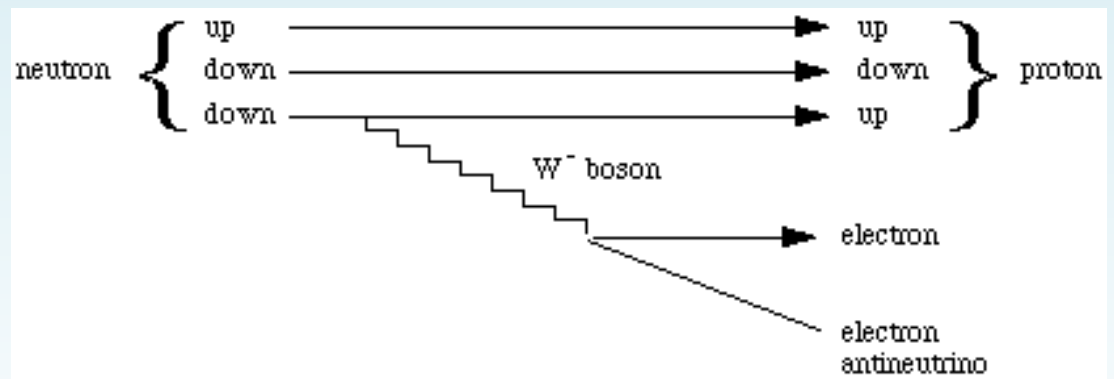
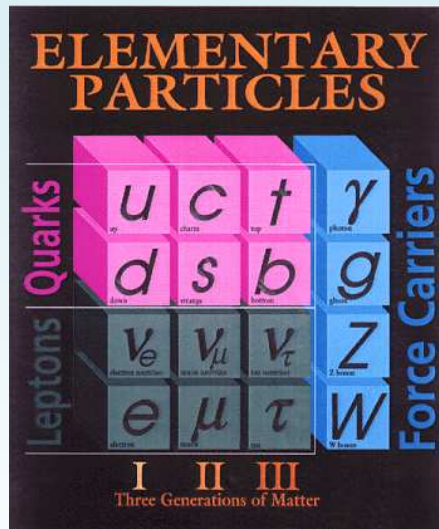




# Forças e partículas elementares



Força	Intensidade relativa	alcance (cm)
forte	1	infinito ( $10^{-13}$ )
e.m.	$10^{-2}$	infinito
fraca	$10^{-13}$	$10^{-16}$
gravitacional	$10^{-39}$	infinito

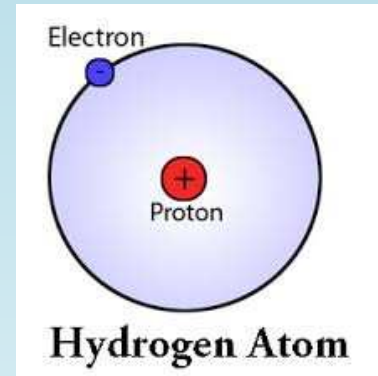


# Desconstruindo o Próton

## proto

Primeiro; elemento de composição de palavras que traz consigo a ideia de primeiro, do que é anterior aos demais: protótipo (primeiro modelo que serve (...))  
Tipo de pão preparado com farinha de milho e centeio.

[ ] Dicio.com.br



Nome **Próton** dado por Rutherford (1920)

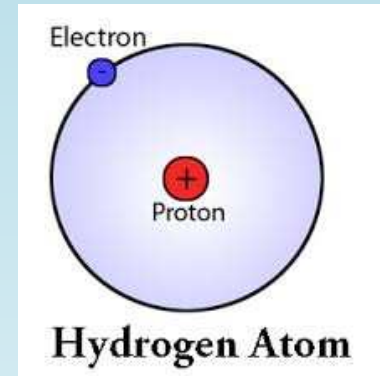
estável (90% dos raios cósmicos), **gira** no LHC

# Desconstruindo o Próton

## proto

Primeiro; elemento de composição de palavras que traz consigo a ideia de primeiro, do que é anterior aos demais: protótipo (primeiro modelo que serve (...))  
Tipo de pão preparado com farinha de milho e centeio.

[ ] Dicio.com.br



Nome **Próton** dado por Rutherford (1920)

estável (90% dos raios cósmicos), **gira** no LHC

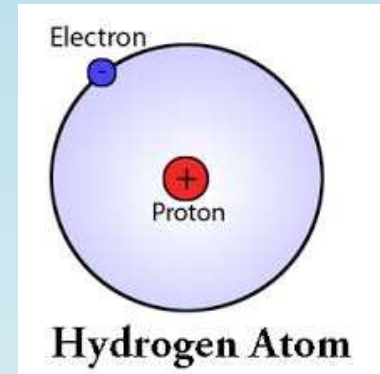
1. Não é partícula elementar, mas é **indivisível!** **Como?**

# Desconstruindo o Próton

## proto

Primeiro; elemento de composição de palavras que traz consigo a ideia de primeiro, do que é anterior aos demais: protótipo (primeiro modelo que serve (...))  
Tipo de pão preparado com farinha de milho e centeio.

[ ] Dicio.com.br



Nome **Próton** dado por Rutherford (1920)

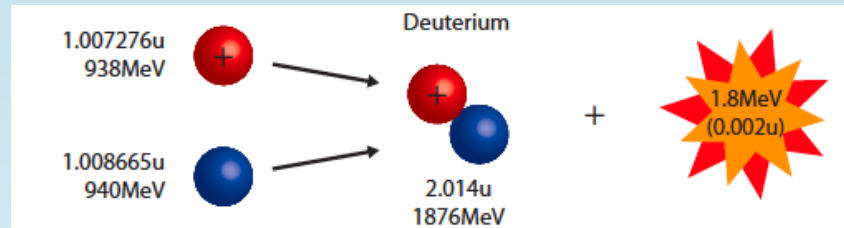
estável (90% dos raios cósmicos), **gira** no LHC

1. Não é partícula elementar, mas é **indivisível!** **Como?**
2. De onde vem a **massa** dele? (i.e., a nossa!!)

# Estado Ligado Bizarro

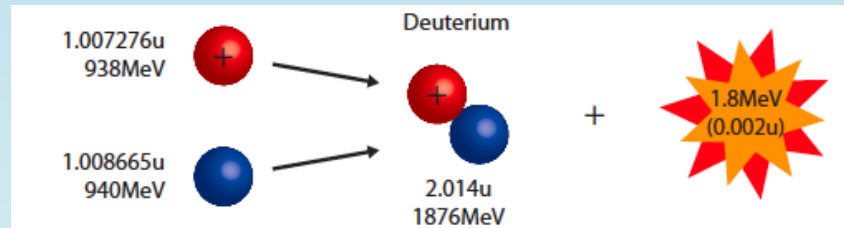
---

Note que até **estado ligado nuclear** tem energia de ligação: massa vs. energia (**aspectos relativísticos**), e é fenomenal!!



# Estado Ligado Bizarro

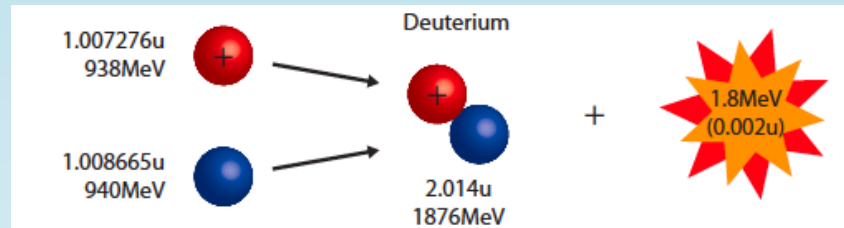
Note que até **estado ligado nuclear** tem energia de ligação: massa vs. energia (**aspectos relativísticos**), e é fenomenal!!



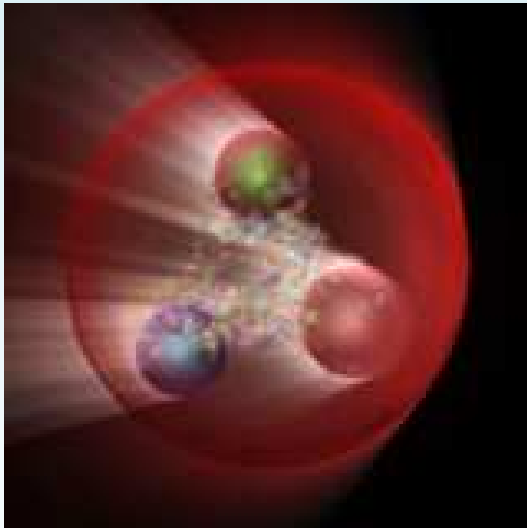
Interação (**nuclear forte**) é um **resquício** da força entre **quarks**, os **componentes** do próton

# Estado Ligado Bizarro

Note que até **estado ligado nuclear** tem energia de ligação: massa vs. energia (**aspectos relativísticos**), e é fenomenal!!



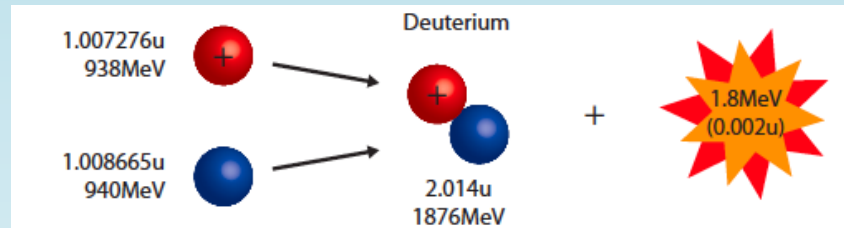
Interação (**nuclear forte**) é um **resquício** da força entre **quarks**, os **componentes** do próton



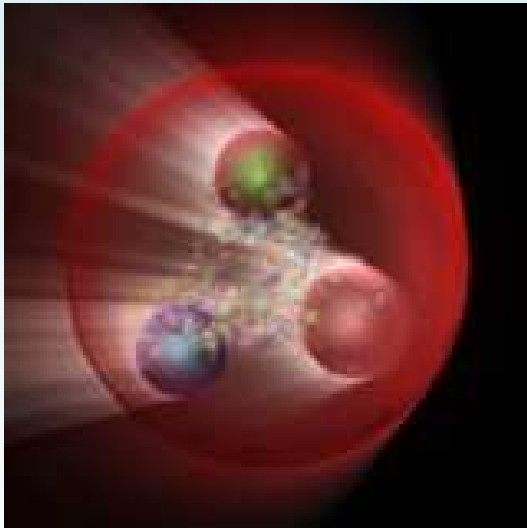
**PORÉM** massa dos **3 quarks** que o formam é menos de **2%** da massa do próton  
Como fica a energia de ligação?

# Estado Ligado Bizarro

Note que até **estado ligado nuclear** tem energia de ligação: massa vs. energia (**aspectos relativísticos**), e é fenomenal!!



Interação (**nuclear forte**) é um **resquício** da força entre **quarks**, os **componentes** do próton



**PORÉM** massa dos **3 quarks** que o formam é menos de **2%** da massa do próton  
Como fica a energia de ligação?  
Qual o problema do próton!?

**Próton, seu louco!**

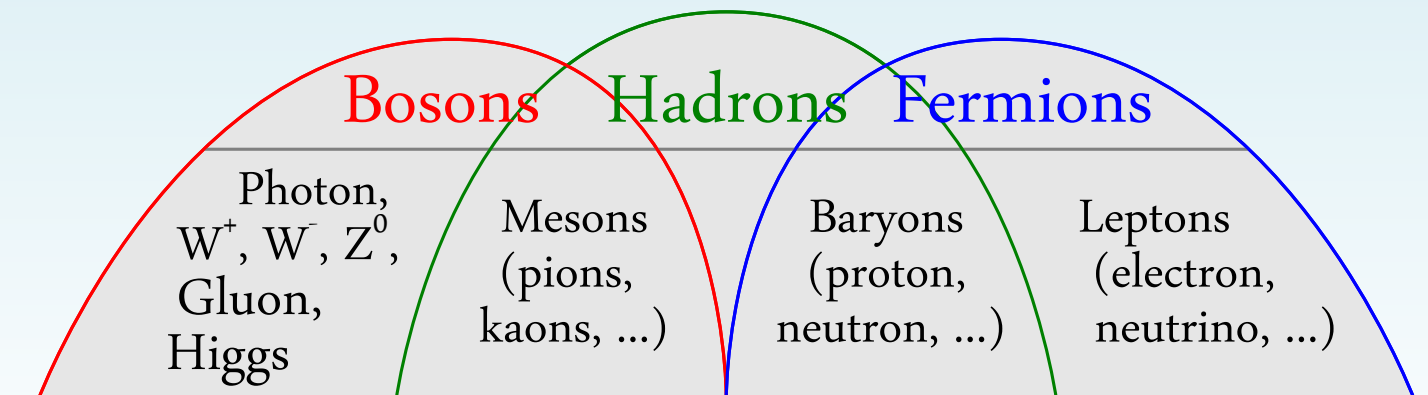


# Hádrons

---

Próton pertence ao conjunto de partículas chamadas **hádrons** (termo é de **1962**), que não são elementares, mas sim **estados ligados** de quarks, que interagem pela **força forte**; propriedades dos quarks e dessa interação devem explicar características peculiares do próton, etc.

*Encyclopaedia Britannica: Hadron, any member of a class of subatomic particles that are **built from quarks** and thus react through the agency of the **strong force**.*



---

# Breve História dos Hádrons

Link: [http://ifsc.usp.br/~lattice/simetria\\_quarks.pdf](http://ifsc.usp.br/~lattice/simetria_quarks.pdf)

## Yuval Ne’eman e o Grupo de Simetria dos Quarks (Yuval Ne’eman and the Symmetry Group of Quarks)

Tereza Mendes, Attilio Cucchieri, Tiago B. Moraes

*Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo,  
Caixa Postal 369, 13560-970, São Carlos, SP, Brasil*

7 de outubro de 2021

### Resumo

Neste artigo apresentamos um ensaio sobre a vida e a obra de um dos físicos mais surpreendentes do nosso tempo. Yuval Ne’eman, além de ter sido um dos precursores da teoria dos quarks, foi também político e militar, inspirando o personagem que leva o seu nome no romance de espionagem “O dossiê Odessa”, de Frederick Forsyth. O esquema descoberto por ele para classificação dos hádrons, que completa 60 anos em 2021, revelou a importância da teoria de grupos para a física de partículas e foi essencial para a elaboração do modelo de quarks. Nosso texto pretende ilustrar a fascinante história da Física de Partículas a partir da segunda metade do século XX, além de fornecer subsídios para estudantes que queiram iniciar ou aprofundar seus conhecimentos no assunto.

**Palavras-chave:** partículas elementares, hádrons, interação forte, grupo de simetria, quarks

# Entendimento Inicial

---

Força forte entre núcleons proposta por Yukawa (1935) como potencial **blindado**; alcance ( $\sim 10^{-15}$  m) define **massa** para partícula **mediadora** da interação:  $m \sim 100$  MeV (méson)

$$V(\mathbf{r}) = -g^2 \frac{e^{-m r}}{r} = \frac{-g^2}{(2\pi)^3} \int e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \frac{4\pi}{k^2 + m^2} d^3k$$



# Entendimento Inicial

---

Força forte entre núcleons proposta por Yukawa (1935) como potencial **blindado**; alcance ( $\sim 10^{-15}$  m) define **massa** para partícula **mediadora** da interação:  $m \sim 100$  MeV (méson)

$$V(\mathbf{r}) = -g^2 \frac{e^{-m r}}{r} = \frac{-g^2}{(2\pi)^3} \int e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \frac{4\pi}{k^2 + m^2} d^3k$$



Em **1932** eram conhecidas 4 partículas elementares:  $p$ ,  $n$ ,  $e$ ,  $\gamma$

# Entendimento Inicial

Força forte entre núcleons proposta por Yukawa (1935) como potencial **blindado**; alcance ( $\sim 10^{-15}$  m) define **massa** para partícula **mediadora** da interação:  $m \sim 100$  MeV (méson)

$$V(\mathbf{r}) = -g^2 \frac{e^{-m r}}{r} = \frac{-g^2}{(2\pi)^3} \int e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \frac{4\pi}{k^2 + m^2} d^3k$$



Em **1932** eram conhecidas 4 partículas elementares:  $p$ ,  $n$ ,  $e$ ,  $\gamma$

Até **1947**: proposta do neutrino  $\nu$ , descoberta do pósitron  $e^+$ , proposta e descoberta do **méson**  $\pi$  (e antes: descoberta do múon  $\mu$ )

# Entendimento Inicial

Força forte entre núcleons proposta por Yukawa (1935) como potencial **blindado**; alcance ( $\sim 10^{-15}$  m) define **massa** para partícula **mediadora** da interação:  $m \sim 100$  MeV (méson)

$$V(\mathbf{r}) = -g^2 \frac{e^{-m r}}{r} = \frac{-g^2}{(2\pi)^3} \int e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \frac{4\pi}{k^2 + m^2} d^3 k$$



Em **1932** eram conhecidas 4 partículas elementares:  $p$ ,  $n$ ,  $e$ ,  $\gamma$

Até **1947**: proposta do neutrino  $\nu$ , descoberta do pósitron  $e^+$ , proposta e descoberta do **méson**  $\pi$  (e antes: descoberta do múon  $\mu$ )

Parecia tudo ok. Até que chegou o **káon** (dezembro de 1947) e logo depois a partícula  $\Lambda$ , etc. **Estranhas**, pois demoravam muito a decair

# De Caçadores a Fazendeiros

---

A partir dos anos 1950: **aceleradores de partículas**, descobertos muitos novos hádrons, e.g. ressonâncias  $\Delta^{++}$ ,  $\Delta^+$ ,  $\Delta^0$ ,  $\Delta^-$

Novos números quânticos: **estranheza**  $S$ , hipercarga  $Y$ , isospin  $I$ , além da **carga elétrica**  $Q$  e número bariônico  $B$



# De Caçadores a Fazendeiros

---

A partir dos anos 1950: **aceleradores de partículas**, descobertos muitos novos hádrons, e.g. ressonâncias  $\Delta^{++}$ ,  $\Delta^+$ ,  $\Delta^0$ ,  $\Delta^-$

Novos números quânticos: **estranheza**  $S$ , hipercarga  $Y$ , isospin  $I$ , além da **carga elétrica**  $Q$  e número bariônico  $B$

~ 1960: propostas para classificação dos hádrons, **Modelo de Sakata** (“sakatons” =  $p$ ,  $n$ ,  $\Lambda$ ), **Bootstrap** (“democracia nuclear”)

# De Caçadores a Fazendeiros

---

A partir dos anos 1950: **aceleradores de partículas**, descobertos muitos novos hádrons, e.g. ressonâncias  $\Delta^{++}$ ,  $\Delta^+$ ,  $\Delta^0$ ,  $\Delta^-$

Novos números quânticos: **estranheza**  $S$ , hipercarga  $Y$ , isospin  $I$ , além da **carga elétrica**  $Q$  e número bariônico  $B$

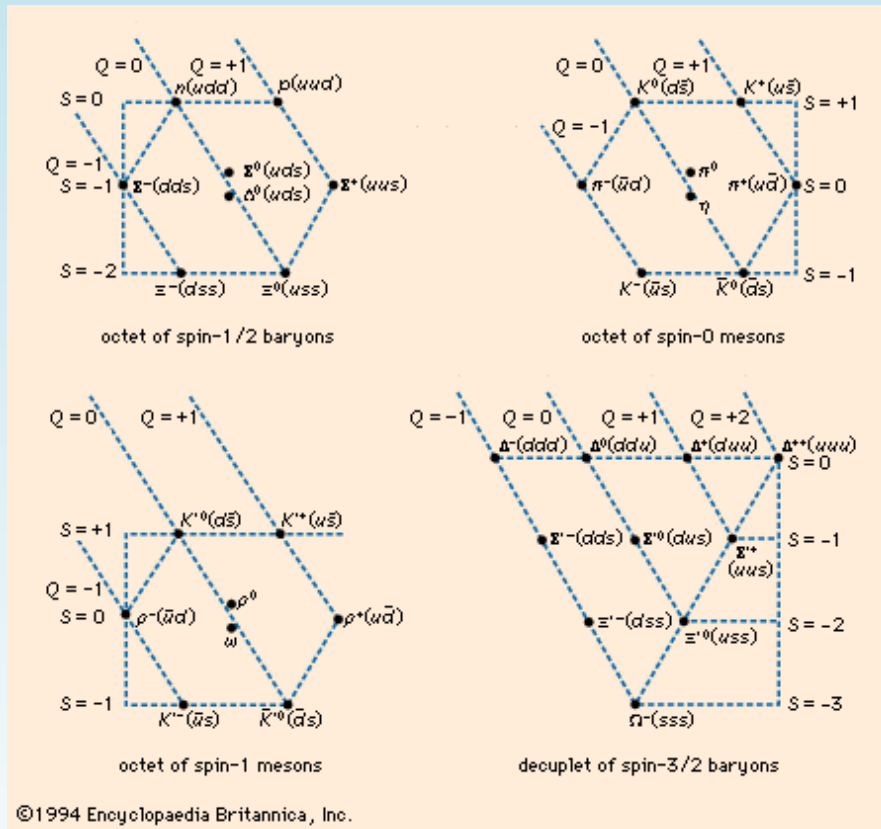
~ 1960: propostas para classificação dos hádrons, **Modelo de Sakata** (“sakatons” =  $p$ ,  $n$ ,  $\Lambda$ ), **Bootstrap** (“democracia nuclear”)

*This was a **fantastically exciting** time. It was impossible to finish even the simplest calculation without **jumping up**, **pacing back and forth** for a few minutes, and **rushing back** to see if things were working after all.*

George Zweig (Origins of the Quark Model, Baryon 1980 Conference)

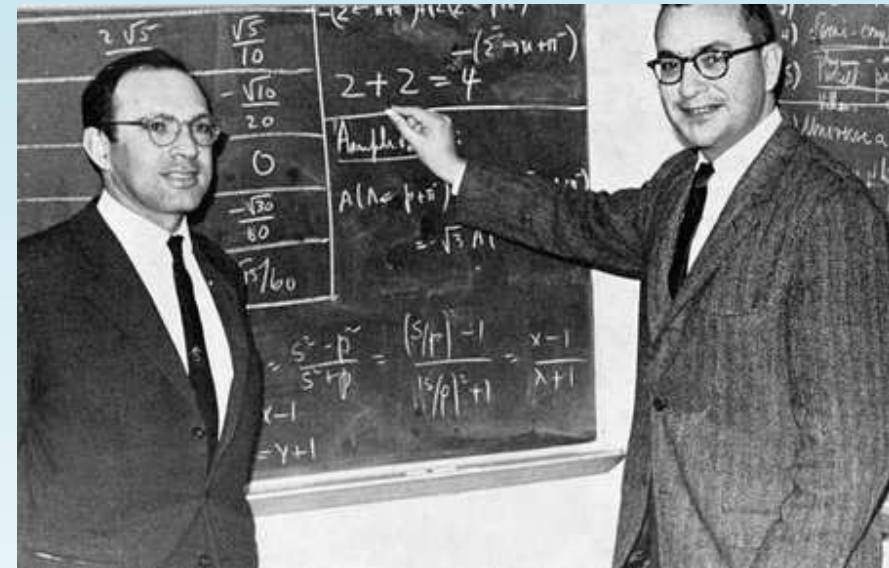
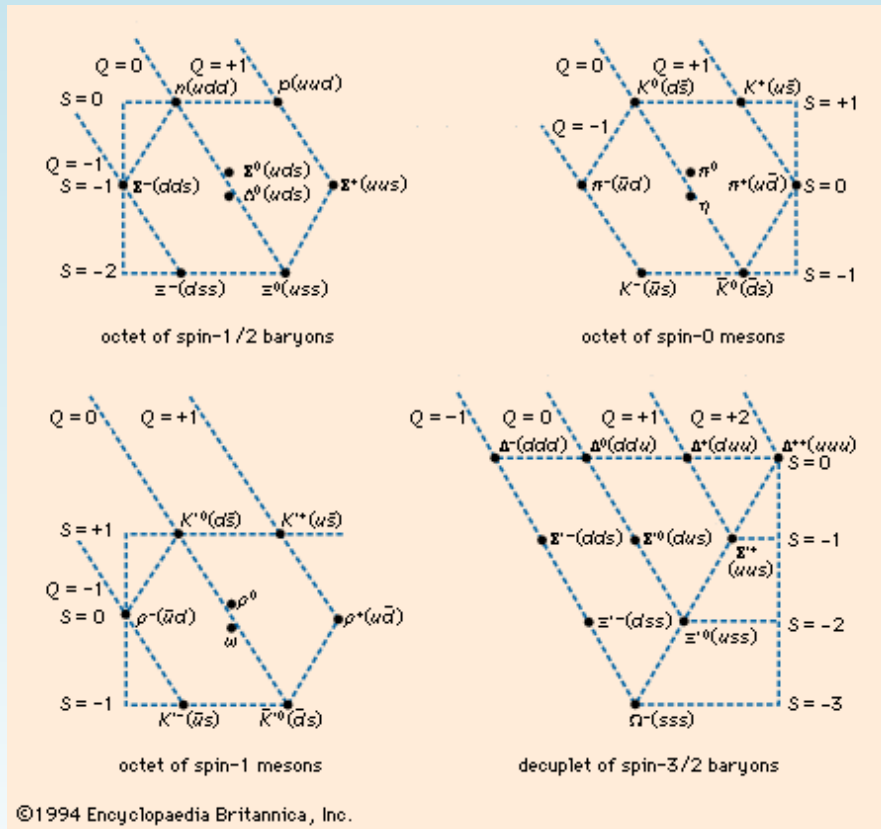
# 1961: Eightfold Way (Caminho Óctuplo)

Classificação dos hádrons descrita por simetria baseada na conservação simultânea de  $S$  e  $Q$ . Padrões correspondiam a representações, e.g. grupos de oito objetos (octetos), do grupo  $SU(3)$



# 1961: Eightfold Way (Caminho Óctuplo)

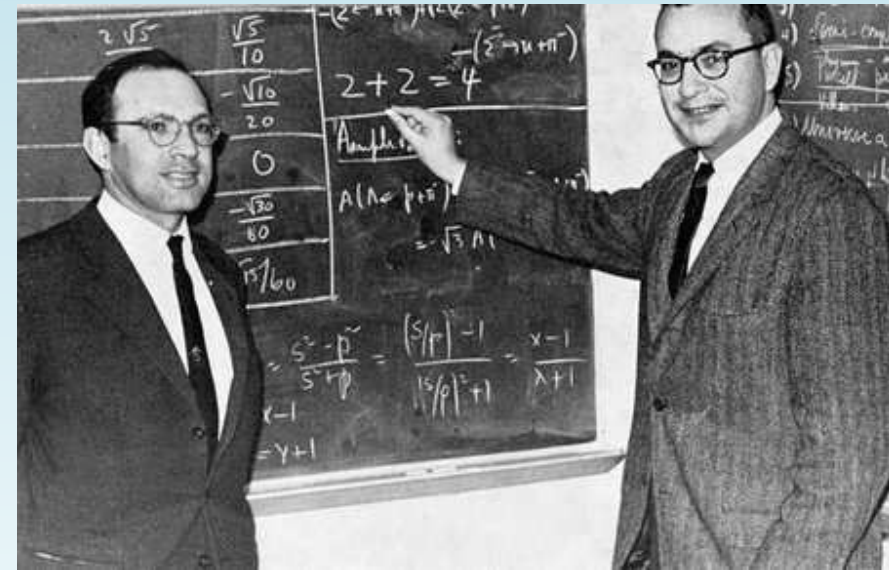
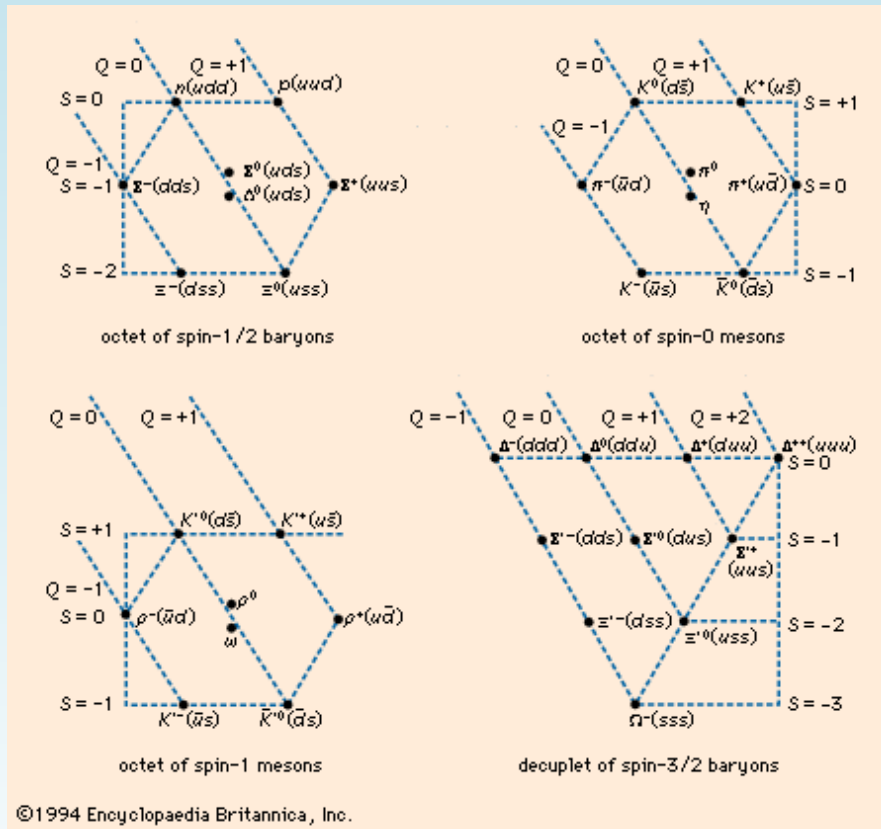
Classificação dos hádrons descrita por simetria baseada na conservação simultânea de  $S$  e  $Q$ . Padrões correspondiam a representações, e.g. grupos de oito objetos (octetos), do grupo  $SU(3)$



Yuval Ne'eman & Murray Gell-Mann

# 1961: Eightfold Way (Caminho Óctuplo)

Classificação dos hádrons descrita por simetria baseada na conservação simultânea de  $S$  e  $Q$ . Padrões correspondiam a representações, e.g. grupos de oito objetos (octetos), do grupo  $SU(3)$



Yuval Ne'eman & Murray Gell-Mann

Aceitação em 1964, com descoberta da partícula  $\Omega^{-}$

# O Modelo de Quarks (Gell-Mann e Zweig, 1964)

---

Hádrons (mésons e bárions) **compostos** por 3 quarks (e antiquarks):  
up ( $u$ ), down ( $d$ ) e strange ( $s$ ); têm spin  $1/2$  e **carga fracionária**

# O Modelo de Quarks (Gell-Mann e Zweig, 1964)

---

**Hádrons** (mésons e bárions) **compostos** por 3 quarks (e antiquarks):  
up ( $u$ ), down ( $d$ ) e strange ( $s$ ); têm spin  $1/2$  e **carga fracionária**

**méson** = quark + anti-quark

**bárion** = três quarks

Quark	Carga relativa	$B$	$I$	$S$
$u$	$2/3$	$1/3$	$1/2$	$0$
$d$	$-1/3$	$1/3$	$1/2$	$0$
$s$	$-1/3$	$1/3$	$0$	$-1$

# O Modelo de Quarks (Gell-Mann e Zweig, 1964)

Hádrons (mésons e bárions) **compostos** por 3 quarks (e antiquarks):  
up ( $u$ ), down ( $d$ ) e strange ( $s$ ); têm spin  $1/2$  e **carga fracionária**

méson = quark + anti-quark

bárion = três quarks

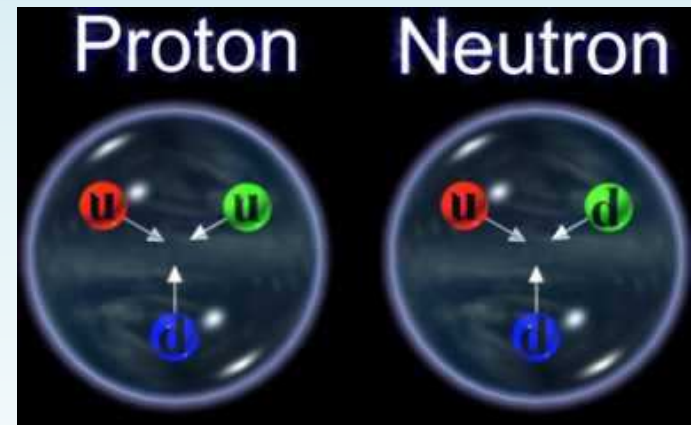
Quark	Carga relativa	$B$	$I$	$S$
$u$	$2/3$	$1/3$	$1/2$	$0$
$d$	$-1/3$	$1/3$	$1/2$	$0$
$s$	$-1/3$	$1/3$	$0$	$-1$

⇒ próton =  $2u + 1d$

$$Q = 2 \times 2/3 + 1 \times (-1/3) = +1$$

⇒ nêutron =  $2d + 1u$

$$Q = 2 \times (-1/3) + 1 \times 2/3 = 0$$





# O Modelo de Quarks (Gell-Mann e Zweig, 1964)

Hádrons (mésons e bárions) **compostos** por 3 quarks (e antiquarks):  
up ( $u$ ), down ( $d$ ) e strange ( $s$ ); têm spin  $1/2$  e **carga fracionária**

méson = quark + anti-quark

bárion = três quarks

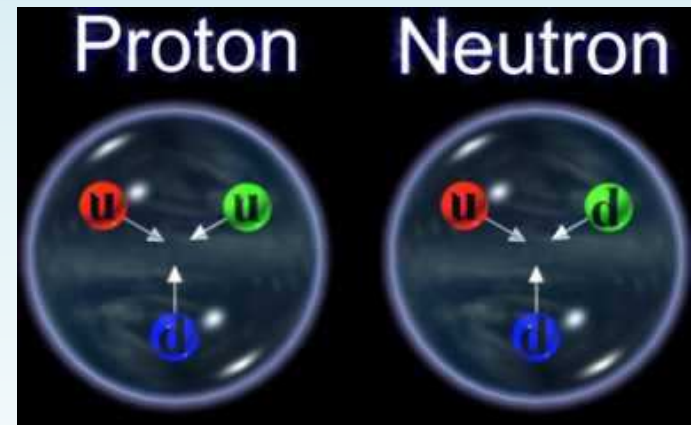
Quark	Carga relativa	$B$	$I$	$S$
$u$	$2/3$	$1/3$	$1/2$	$0$
$d$	$-1/3$	$1/3$	$1/2$	$0$
$s$	$-1/3$	$1/3$	$0$	$-1$

⇒ próton =  $2u + 1d$

$$Q = 2 \times 2/3 + 1 \times (-1/3) = +1$$

⇒ nêutron =  $2d + 1u$

$$Q = 2 \times (-1/3) + 1 \times 2/3 = 0$$



Explica **momento magnético do nêutron** e **simetria  $SU(3)$**  (de **sabor**)

# Carga de COR (Greenberg, 1964)

---

**Problema:** partícula  $\Delta^{++}$  formada por 3 quarks  $u$  e tem spin  $3/2$

Configuração  $u \uparrow u \uparrow u \uparrow$  viola (muito!) Princípio de Pauli

# Carga de **COR** (Greenberg, 1964)

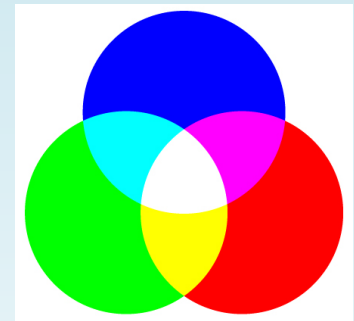
---

**Problema:** partícula  $\Delta^{++}$  formada por 3 quarks  $u$  e tem spin  $3/2$

Configuração  $u \uparrow u \uparrow u \uparrow$  viola (**muito!**) **Princípio de Pauli**

**Solução:** quark tem novo número quântico, a **carga de cor**; há 3 cores (vermelho, verde, azul) e 3 anticores (ciano, magenta, amarelo)

Bárions (3 quarks, um de cada cor) e mésons (quark e antiquark com cor e anticor) são combinações **neutras** (cor branca)



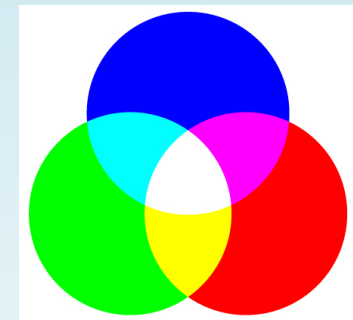
# Carga de COR (Greenberg, 1964)

**Problema:** partícula  $\Delta^{++}$  formada por 3 quarks  $u$  e tem spin  $3/2$

Configuração  $u \uparrow u \uparrow u \uparrow$  viola (**muito!**) **Princípio de Pauli**

**Solução:** quark tem novo número quântico, a **carga de cor**; há 3 cores (vermelho, verde, azul) e 3 anticolors (ciano, magenta, amarelo)

Bárions (3 quarks, um de cada cor) e mésons (quark e antiquark com cor e anticor) são combinações **neutras** (cor branca)



**Evidência experimental**

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{hádrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

é proporcional a  $N_{\text{cores}} \sum_f q_f^2$

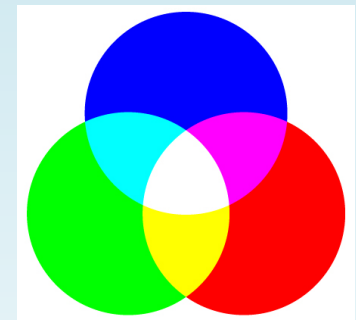
# Carga de COR (Greenberg, 1964)

**Problema:** partícula  $\Delta^{++}$  formada por 3 quarks  $u$  e tem spin  $3/2$

Configuração  $u \uparrow u \uparrow u \uparrow$  viola (**muito!**) **Princípio de Pauli**

**Solução:** quark tem novo número quântico, a **carga de cor**; há 3 cores (vermelho, verde, azul) e 3 anticolors (ciano, magenta, amarelo)

Bárions (3 quarks, um de cada cor) e mésons (quark e antiquark com cor e anticor) são combinações **neutras** (cor branca)



**Evidência experimental**

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{hádrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \quad \text{é proporcional a } N_{\text{cores}} \sum_f q_f^2$$

Explica **simetria SU(3) EXATA** de cor!!

# Quarks: Ironias

---

Gell-Mann retirou o termo quark de um poema:

*Three quarks for Muster Mark!*

*Sure he hasn't got much of a bark*

*And sure any he has it's all beside the mark.*

James Joyce (*Finnegan's Wake*, Livro 2, Episódio 4, Pág. 383)

# Quarks: Ironias

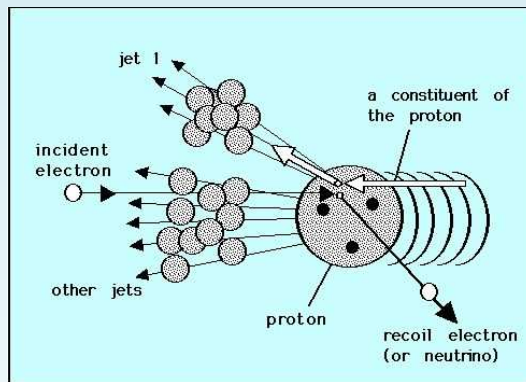
---

Gell-Mann retirou o termo quark de um poema:

*Three quarks for Muster Mark!  
Sure he hasn't got much of a bark  
And sure any he has it's all beside the mark.*

James Joyce (*Finnegan's Wake*, Livro 2, Episódio 4, Pág. 383)

Ganhou o Prêmio Nobel pelo Eightfold Way em 1969, ano seguinte à observação experimental de subestrutura no próton (SLAC, 1968)



Espalhamento inelástico profundo

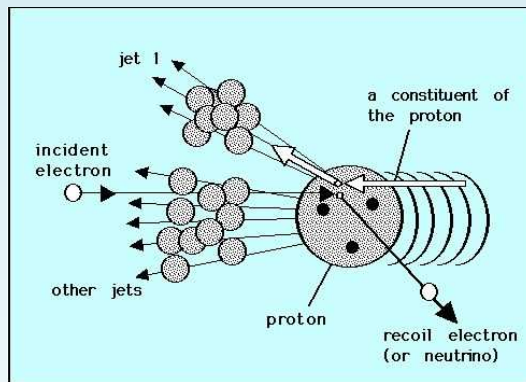
# Quarks: Ironias

Gell-Mann retirou o termo quark de um poema:

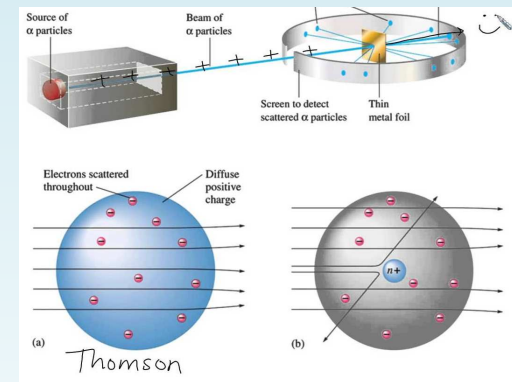
*Three quarks for Muster Mark!  
Sure he hasn't got much of a bark  
And sure any he has it's all beside the mark.*

James Joyce (*Finnegan's Wake*, Livro 2, Episódio 4, Pág. 383)

Ganhou o Prêmio Nobel pelo Eightfold Way em 1969, ano seguinte à observação experimental de subestrutura no próton (SLAC, 1968)



Espalhamento inelástico profundo



Experimento de Rutherford



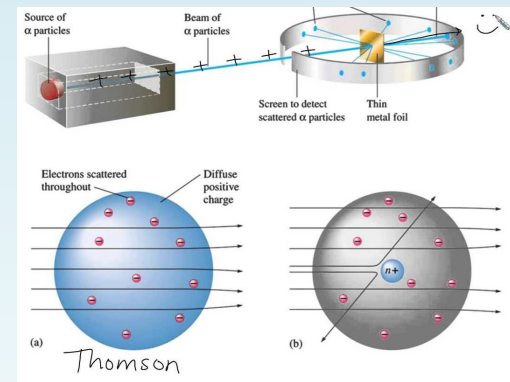
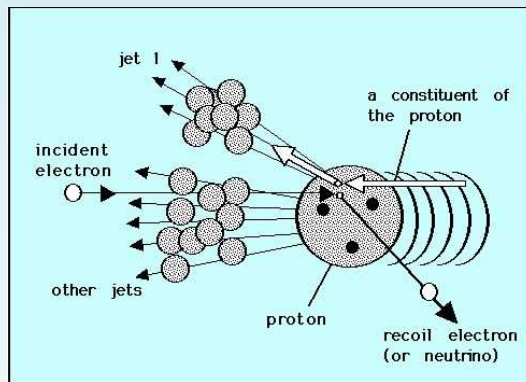
# Quarks: Ironias

Gell-Mann retirou o termo quark de um poema:

*Three quarks for Muster Mark!  
Sure he hasn't got much of a bark  
And sure any he has it's all beside the mark.*

James Joyce (*Finnegan's Wake*, Livro 2, Episódio 4, Pág. 383)

Ganhou o Prêmio Nobel pelo Eightfold Way em 1969, ano seguinte à observação experimental de subestrutura no próton (SLAC, 1968)



Espalhamento inelástico profundo

Experimento de Rutherford

Nomeado "Prof. Robert Andrews Millikan de Física Teórica" em 1967

# Quarks: Aceitação

---

Foi somente em 1974, na chamada **Revolução de Novembro**, que o Modelo de Quarks foi aceito, após descoberta da partícula  $J/\Psi$ , estado ligado do **quark charm  $c$**  e seu antiquark (depois:  $b, t$ )

# Quarks: Aceitação

---

Foi somente em 1974, na chamada **Revolução de Novembro**, que o Modelo de Quarks foi aceito, após descoberta da partícula  $J/\Psi$ , estado ligado do **quark charm  $c$**  e seu antiquark (depois:  $b, t$ )

Por essa época:

1) Proposta a **Cromodinâmica Quântica**, teoria quântica de campos com **simetria de gauge** SU(3) baseada na carga de cor, em que quarks interagem por bósons vetoriais **sem massa**, chamados **glúons** (H. Fritzsch, M. Gell-Mann e H. Leutwyler, 1973)

# Quarks: Aceitação

---

Foi somente em 1974, na chamada **Revolução de Novembro**, que o Modelo de Quarks foi aceito, após descoberta da partícula  $J/\Psi$ , estado ligado do **quark charm  $c$**  e seu antiquark (depois:  $b, t$ )

Por essa época:

- 1) Proposta a **Cromodinâmica Quântica**, teoria quântica de campos com **simetria de gauge** SU(3) baseada na carga de cor, em que quarks interagem por bósons vetoriais **sem massa**, chamados **glúons** (H. Fritzsch, M. Gell-Mann e H. Leutwyler, 1973)
- 2) Descoberta a propriedade de **liberdade assintótica** (interação enfraquece a **altas energias**, ou pequenas distâncias) para a QCD (D. Gross, F. Wilczek e D. Politzer, 1973)

# Quarks: Aceitação

---

Foi somente em 1974, na chamada **Revolução de Novembro**, que o Modelo de Quarks foi aceito, após descoberta da partícula  $J/\Psi$ , estado ligado do **quark charm  $c$**  e seu antiquark (depois:  $b, t$ )

Por essa época:

- 1) Proposta a **Cromodinâmica Quântica**, teoria quântica de campos com **simetria de gauge** SU(3) baseada na carga de cor, em que quarks interagem por bósons vetoriais **sem massa**, chamados **glúons** (H. Fritzsch, M. Gell-Mann e H. Leutwyler, 1973)
- 2) Descoberta a propriedade de **liberdade assintótica** (interação enfraquece a **altas energias**, ou pequenas distâncias) para a QCD (D. Gross, F. Wilczek e D. Politzer, 1973)
- 3) Proposto **método** para estudo do problema do confinamento na QCD (K. Wilson, 1974)

# QCD versus QED

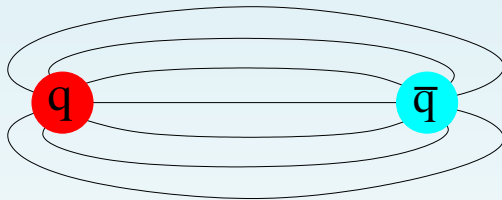
---

QCD (força forte)

quarks, glúons

$SU(3)$  (3 “cores”)

$m_q, \alpha_s(p)$

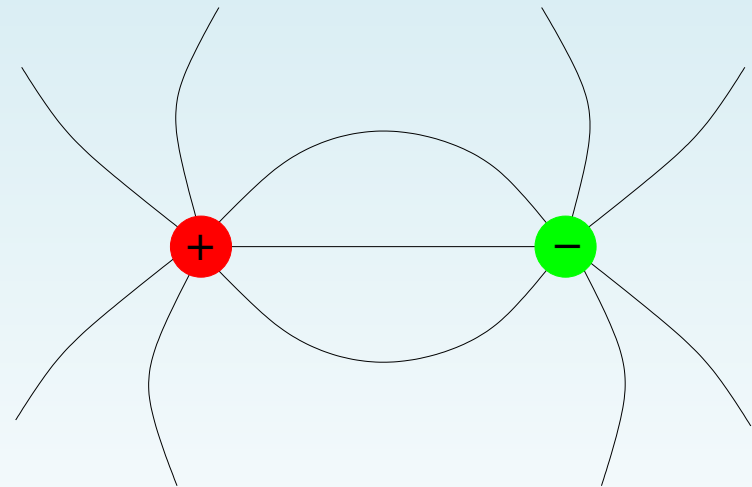


QED (força eletromagnética)

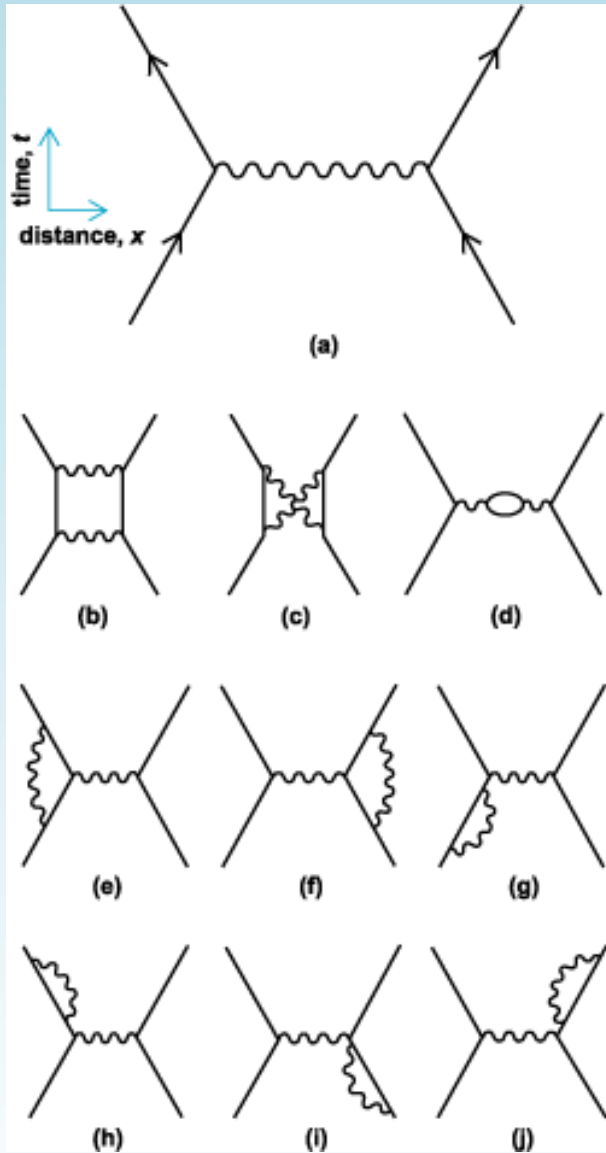
elétrons, fótons

$U(1)$

$m_e, \alpha \approx 1/137$



# Teoria Quântica de Campos Usual



Lagrangiana da QED

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i \gamma^\mu D_\mu - m) \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

onde

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - i e A_\mu, \quad F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

Cálculo perturbativo (1949): **diagramas de Feynman** para o espalhamento de elétrons; é possível **inferir** qual deve ser a **redefinição** de  $m$  e  $e$  para obter **respostas finitas**

# Lagrangiana da QCD

---

A QCD é descrita pela **Lagrangiana**

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} + \sum_{f=1}^6 \bar{\psi}_f (i \gamma^\mu D_\mu - m_f) \psi_f$$

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_0 f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - i g_0 A_\mu^a T_a$$

que é **invariante** por **transformações locais** de **gauge**

$$A_\mu^\Omega(x) = \Omega(x) A_\mu(x) \Omega^{-1}(x) - \frac{i}{g_0} [\partial_\mu \Omega(x)] \Omega^{-1}(x)$$

$$\psi_f^\Omega(x) = \Omega(x) \psi_f(x)$$

onde  $\Omega(x) = \exp[-i g_0 \Lambda^a(x) T_a] \in SU(3)$



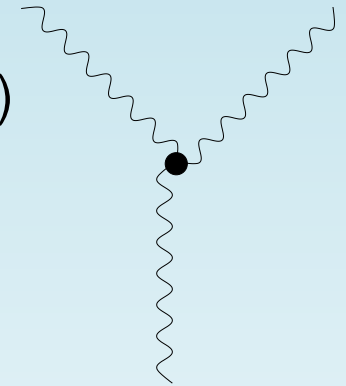
# O Problema da QCD

---

A Lagrangiana da QCD é semelhante à da QED mas além de termos **quadráticos** nos campos de glúon e de quarks (propagadores) aparecem termos com **três e quatro campos de gauge**

$$\mathcal{L}_{\bar{\psi}\psi A} = g_0 \bar{\psi} \gamma^\mu A_\mu \psi \quad (\text{vértice de quark-quark-glúon})$$

$$\mathcal{L}_{AAA} = g_0 f_{abc} A_a^\mu A_b^\nu \partial_\mu A_\nu^c \quad (\text{vértice de três glúons})$$



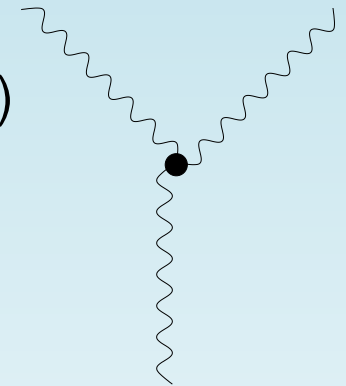
**Vértices** com 3 e 4 partículas mediadoras (glúons) estão presentes somente nas teorias de gauge **não-abelianas**

# O Problema da QCD

A Lagrangiana da QCD é semelhante à da QED mas além de termos **quadráticos** nos campos de glúon e de quarks (propagadores) aparecem termos com **três e quatro campos de gauge**

$$\mathcal{L}_{\bar{\psi}\psi A} = g_0 \bar{\psi} \gamma^\mu A_\mu \psi \quad (\text{vértice de quark-quark-glúon})$$

$$\mathcal{L}_{AAA} = g_0 f_{abc} A_a^\mu A_b^\nu \partial_\mu A_\nu^c \quad (\text{vértice de três glúons})$$



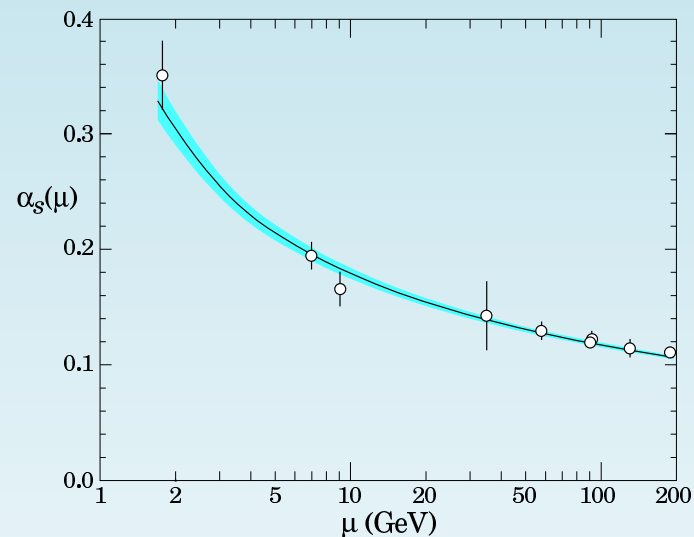
**Vértices** com 3 e 4 partículas mediadoras (glúons) estão presentes somente nas teorias de gauge **não-abelianas**

**Glúons** também têm carga de cor e **interagem entre si!**

Efeitos não-lineares!  $\Rightarrow$  acoplamento “corrediço”  $\alpha_s(p)$

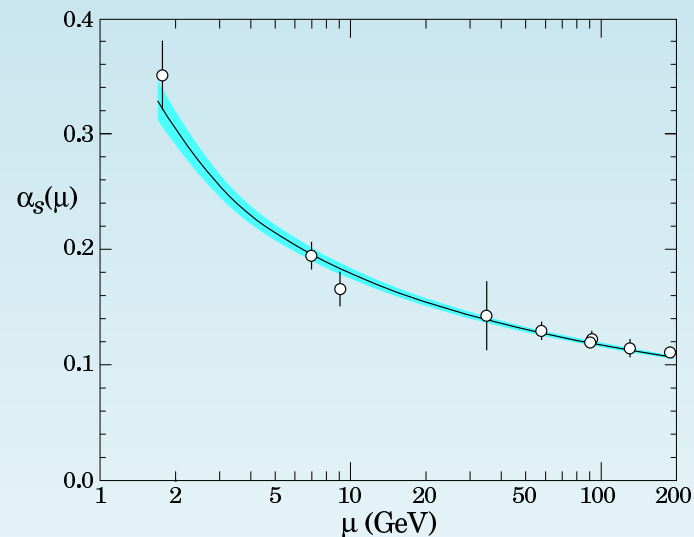
# Como Fazer Cálculos em QCD?

Intensidade da interação  $\alpha_s$  aumenta para  $r$  grande ( $p$  pequeno) e vice-versa (**liberdade assintótica**)  $\Rightarrow$  teoria de perturbação apresenta problemas no limite de baixas energias



# Como Fazer Cálculos em QCD?

Intensidade da interação  $\alpha_s$  aumenta para  $r$  grande ( $p$  pequeno) e vice-versa (**liberdade assintótica**)  $\Rightarrow$  **teoria de perturbação** apresenta problemas no limite de baixas energias



**Método de primeiros princípios** baseado na formulação introduzida por Wilson em 1974, mas seriam ainda necessárias várias décadas para que se tornasse **viável** (=preciso)

---

**QCD, Estados Ligados**

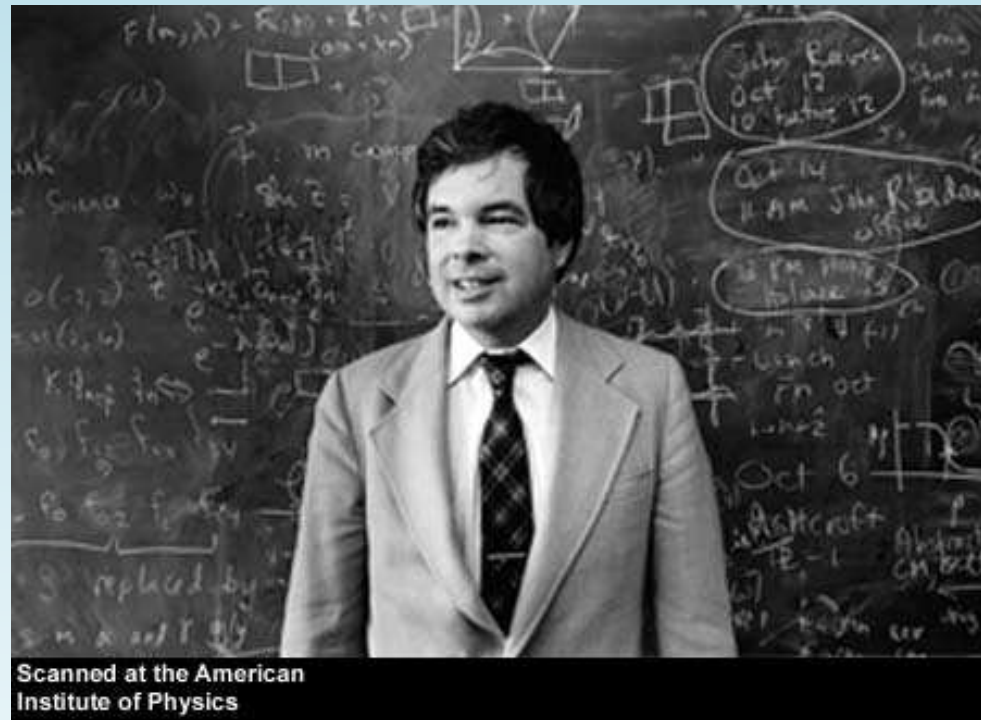
**( = Hádrons )**

**e Confinamento**

# QCD na Rede

---

Kenneth Geddes Wilson (8 de Junho, 1936 – 15 de Junho, 2013)



**Rede** foi usada por Wilson em 1974 como **truque** para provar o **confinamento** para a QCD no **limite de acoplamento forte**

[*Confinement of quarks*, Phys. Rev. D 10, 2445 (1974)]

# Contexto

---

Como lembrou Wilson

*[...] Unfortunately, I found myself **lacking the detailed knowledge and skills** required to conduct research using renormalized non-Abelian gauge theories. **What was I to do**, especially as I was eager to jump into this research with as little delay as possible? [...] from my previous work in statistical mechanics I knew a lot about working with **lattice theories**...*

*[...] I decided I might find it easier to work with a **lattice version of QCD**...*

*The Origins of Lattice Gauge Theory*, hep-lat/0412043 (Lattice 2004)

# QCD na Rede Computacional (I)

---

Essa formulação tinha um **maravilhoso efeito colateral**, como dito por **Michael Creutz**

*By **discreetly** making the system **discrete**, it becomes sufficiently **well defined to be placed on a computer**. This was fairly straightforward, and came at the same time that computers were growing rapidly in power. Indeed, **numerical simulations and computer capabilities have continued to grow together**, making these efforts the mainstay of lattice gauge theory.*

*The Early days of lattice gauge theory,  
AIP Conf. Proc. 690, 52 (2003)*



# QCD na Rede Computacional (II)

---

Computadores paralelos APE desenvolvidos pelo grupo de **Giorgio Parisi** em Roma, Itália



# Lattice QCD (ENFPC 2021)

---

Lattice gauge theories provide a **nonperturbative** way to investigate **non-Abelian** gauge theories, such as QCD

# Lattice QCD (ENFPC 2021)

---

Lattice gauge theories provide a **nonperturbative** way to investigate **non-Abelian** gauge theories, such as QCD



Lattice formulation considers a discretized version of the theory; physical quantities are obtained in the **limit** of zero lattice spacing

# Lattice QCD (ENFPC 2021)

---

Lattice gauge theories provide a **nonperturbative** way to investigate **non-Abelian** gauge theories, such as QCD



Lattice formulation considers a discretized version of the theory; physical quantities are obtained in the **limit** of zero lattice spacing

**Statistical mechanics** tools, such as **numerical** (Monte Carlo) simulation  $\Rightarrow$  New approach to QFT, **direct access** to (representative) gauge-field configurations



# Lattice QCD (ENFPC 2021)

---

Lattice gauge theories provide a **nonperturbative** way to investigate **non-Abelian** gauge theories, such as QCD



Lattice formulation considers a discretized version of the theory; physical quantities are obtained in the **limit** of zero lattice spacing

**Statistical mechanics** tools, such as **numerical (Monte Carlo) simulation**  $\Rightarrow$  New approach to QFT, **direct access** to (representative) gauge-field configurations



First principles study of low-energy QCD properties (**confinement**, chiral-symmetry breaking, dynamical mass generation)

# Lattice QCD (ENFPC 2021)

---

Lattice gauge theories provide a **nonperturbative** way to investigate **non-Abelian** gauge theories, such as QCD



Lattice formulation considers a discretized version of the theory; physical quantities are obtained in the **limit** of zero lattice spacing

**Statistical mechanics** tools, such as **numerical** (Monte Carlo) **simulation**  $\Rightarrow$  New approach to QFT, **direct access** to (representative) gauge-field configurations



First principles study of low-energy QCD properties (**confinement**, chiral-symmetry breaking, dynamical mass generation)

Importance for high-energy physics: Instrumental in precision tests of (strong-sector of) SM, in the search for **new physics**

# Lattice QCD (ENFPC 2021)

---

Lattice gauge theories provide a **nonperturbative** way to investigate **non-Abelian** gauge theories, such as QCD



Lattice formulation considers a discretized version of the theory; physical quantities are obtained in the **limit** of zero lattice spacing

**Statistical mechanics** tools, such as **numerical** (Monte Carlo) **simulation**  $\Rightarrow$  New approach to QFT, **direct access** to (representative) gauge-field configurations



First principles study of low-energy QCD properties (**confinement**, chiral-symmetry breaking, dynamical mass generation)

Importance for high-energy physics: Instrumental in precision tests of (strong-sector of) SM, in the search for **new physics**

One of the challenges: Infrared limit requires **large lattice volumes**

# Thoughts

---

Lattice QCD = **tool**, providing (nowadays) **precise predictions** from the QCD sector, allowing more stringent tests of the Standard Model (e.g. muon  $g - 2$  anomaly)



# Thoughts

---

Lattice QCD = **tool**, providing (nowadays) **precise predictions** from the QCD sector, allowing more stringent tests of the Standard Model (e.g. muon  $g - 2$  anomaly)

It is a **theory** tool (don't be fooled by the **error bars**!)

# Thoughts

---

Lattice QCD = **tool**, providing (nowadays) **precise predictions** from the QCD sector, allowing more stringent tests of the Standard Model (e.g. muon  $g - 2$  anomaly)

It is a **theory** tool (don't be fooled by the **error bars**!)

It is in fact a **new way to study QFT**, complementary to the perturbative approach, in a sense by **summing (=sampling) the path integral differently!!**

# Thoughts

---

Lattice QCD = **tool**, providing (nowadays) **precise predictions** from the QCD sector, allowing more stringent tests of the Standard Model (e.g. muon  $g - 2$  anomaly)

It is a **theory** tool (don't be fooled by the **error bars**!)

It is in fact a **new way to study QFT**, complementary to the perturbative approach, in a sense by **summing (=sampling) the path integral differently!!**

Instead of adding the contributions to a given process in order of importance, as in PT, the lattice “sum” is a **statistical average** over **representative configurations** of the fields

# Thoughts

---

Lattice QCD = **tool**, providing (nowadays) **precise predictions** from the QCD sector, allowing more stringent tests of the Standard Model (e.g. muon  $g - 2$  anomaly)

It is a **theory** tool (don't be fooled by the **error bars**!)

It is in fact a **new way to study QFT**, complementary to the perturbative approach, in a sense by **summing (=sampling) the path integral differently!!**

Instead of adding the contributions to a given process in order of importance, as in PT, the lattice “sum” is a **statistical average** over **representative configurations** of the fields

By now LQCD is **mature enough** to deliver on its promises,

# Thoughts

---

Lattice QCD = **tool**, providing (nowadays) **precise predictions** from the QCD sector, allowing more stringent tests of the Standard Model (e.g. muon  $g - 2$  anomaly)

It is a **theory** tool (don't be fooled by the **error bars**!)

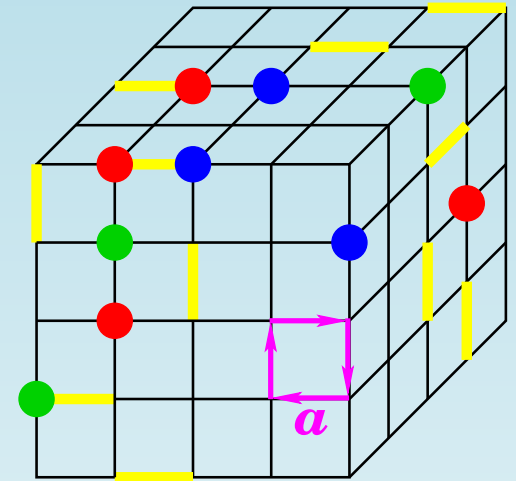
It is in fact a **new way to study QFT**, complementary to the perturbative approach, in a sense by **summing (=sampling) the path integral differently!!**

Instead of adding the contributions to a given process in order of importance, as in PT, the lattice “sum” is a **statistical average** over **representative configurations** of the fields

By now LQCD is **mature enough** to deliver on its promises, but it will benefit from **new ideas** as much as from big machines!

# QCD na rede: Ingredientes

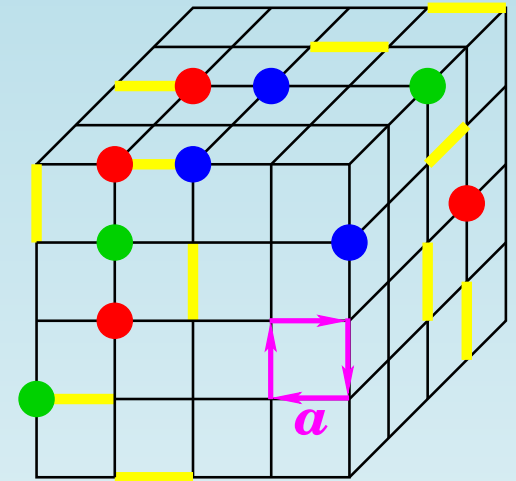
1. Quantização por **integrais de trajetória**  
⇒ soma sobre configurações, peso  $e^{iS/\hbar}$
2. **Formulação Euclidiana** (continuação analítica para tempo imaginário) ⇒ peso  $e^{-S/\hbar}$
3. **Rede** (espaço-tempo discreto) equivale a corte **ultravioleta**, i.e. a **grandes** momentos  $1/a$   
⇒ regularização da teoria



Rede **finita** ⇒ corte **infravermelho**, a momento  $1/L$

# QCD na rede: Ingredientes

1. Quantização por **integrais de trajetória**  
 $\Rightarrow$  soma sobre configurações, peso  $e^{iS/\hbar}$
2. **Formulação Euclidiana** (continuação analítica para tempo imaginário)  $\Rightarrow$  peso  $e^{-S/\hbar}$
3. **Rede** (espaço-tempo discreto) equivale a corte **ultravioleta**, i.e. a **grandes** momentos  $1/a$   
 $\Rightarrow$  regularização da teoria

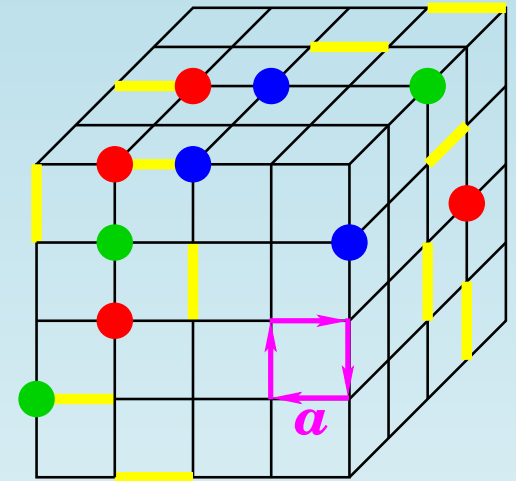


Rede **finita**  $\Rightarrow$  corte **infravermelho**, a momento  $1/L$

**Ação de Wilson** é **invariante de gauge**, escrita para os **elos** de gauge  $U_{x,\mu} \equiv e^{ig_0 a A_\mu^b(x) T_b}$ , reduz-se à ação usual para  $a \rightarrow 0$

# QCD na rede: Ingredientes

1. Quantização por **integrais de trajetória**  
 $\Rightarrow$  soma sobre configurações, peso  $e^{iS/\hbar}$
2. **Formulação Euclidiana** (continuação analítica para tempo imaginário)  $\Rightarrow$  peso  $e^{-S/\hbar}$
3. **Rede** (espaço-tempo discreto) equivale a corte **ultravioleta**, i.e. a **grandes** momentos  $1/a$   
 $\Rightarrow$  regularização da teoria



Rede **finita**  $\Rightarrow$  corte **infravermelho**, a momento  $1/L$

**Ação de Wilson** é **invariante de gauge**, escrita para os **elos** de gauge  $U_{x,\mu} \equiv e^{ig_0 a A_\mu^b(x) T_b}$ , reduz-se à ação usual para  $a \rightarrow 0$

“**Modelo**” de Mecânica Estatística clássica, pode ser estudado por técnicas comuns da área



# Confinamento e Lei de área

---

Considerando a ação de Wilson

$$S = -\frac{\beta}{3} \sum_{\square} \text{ReTr} U_{\square}, \quad U_{x,\mu} \equiv e^{ig_0 a A_{\mu}^b(x) T_b}, \quad \beta = 6/g_0^2$$

para  $\beta$  pequeno (i.e. **acoplamento forte**) podemos fazer expansão análoga à **expansão de altas temperaturas** em mecânica estatística. Para o percurso retangular de elos de lados  $R$  e  $T$  (**loop de Wilson**), que pode ser relacionado ao **potencial interquarks para um par quark-antiquark estático**, a contribuição principal ao valor esperado é dada pela **lei de área**

$$\langle W(R, T) \rangle = e^{-V(R)T} \sim \beta^{RT}$$

Temos portanto  $V(R) \sim \sigma R$ , demonstrando **confinamento** no limite de acoplamento forte ( $\beta$  pequeno)!

# Confinamento e Lei de área

---

Considerando a ação de Wilson

$$S = -\frac{\beta}{3} \sum_{\square} \text{ReTr} U_{\square}, \quad U_{x,\mu} \equiv e^{ig_0 a A_{\mu}^b(x) T_b}, \quad \beta = 6/g_0^2$$

para  $\beta$  pequeno (i.e. **acoplamento forte**) podemos fazer expansão análoga à **expansão de altas temperaturas** em mecânica estatística. Para o percurso retangular de elos de lados  $R$  e  $T$  (**loop de Wilson**), que pode ser relacionado ao **potencial interquarks para um par quark-antiquark estático**, a contribuição principal ao valor esperado é dada pela **lei de área**

$$\langle W(R, T) \rangle = e^{-V(R)T} \sim \beta^{RT}$$

Temos portanto  $V(R) \sim \sigma R$ , demonstrando **confinamento** no limite de acoplamento forte ( $\beta$  pequeno)!

**Problema:** o limite físico é a  $\beta$  **grande**...

# “Modelando” a QCD

---

Modelo de Mecânica Estatística (clássica) com a **função de partição**

$$Z = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} e^{-\int d^4x \bar{\psi}(x) K \psi(x)} = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \det K(U)$$

# “Modelando” a QCD

---

Modelo de Mecânica Estatística (clássica) com a **função de partição**

$$Z = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} e^{-\int d^4x \bar{\psi}(x) K \psi(x)} = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \det K(U)$$

Queremos calcular **valores esperados**

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \int \mathcal{D}U \mathcal{O}(U) P(U)$$

com o peso

$$P(U) = \frac{e^{-S_g(U)} \det K(U)}{Z}$$

⇒ análogo a médias termodinâmicas em Mecânica Estatística

# “Modelando” a QCD

---

Modelo de Mecânica Estatística (clássica) com a **função de partição**

$$Z = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} e^{-\int d^4x \bar{\psi}(x) K \psi(x)} = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \det K(U)$$

Queremos calcular **valores esperados**

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \int \mathcal{D}U \mathcal{O}(U) P(U)$$

com o peso

$$P(U) = \frac{e^{-S_g(U)} \det K(U)}{Z}$$

⇒ análogo a médias termodinâmicas em Mecânica Estatística

**Integral complicada, em espaço com muitas dimensões!**

# “Modelando” a QCD

---

Modelo de Mecânica Estatística (clássica) com a **função de partição**

$$Z = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} e^{-\int d^4x \bar{\psi}(x) K \psi(x)} = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \det K(U)$$

Queremos calcular **valores esperados**

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \int \mathcal{D}U \mathcal{O}(U) P(U)$$

com o peso

$$P(U) = \frac{e^{-S_g(U)} \det K(U)}{Z}$$

⇒ análogo a médias termodinâmicas em Mecânica Estatística

**Integral complicada, em espaço com muitas dimensões!**

Podemos realizar **simulações numéricas** de Monte Carlo (como em Mecânica Estatística)

# Note: Limite do Contínuo = Ponto Crítico

---

Simulações serão pesadas, pois  $\xi \rightarrow \infty$  no ponto crítico!

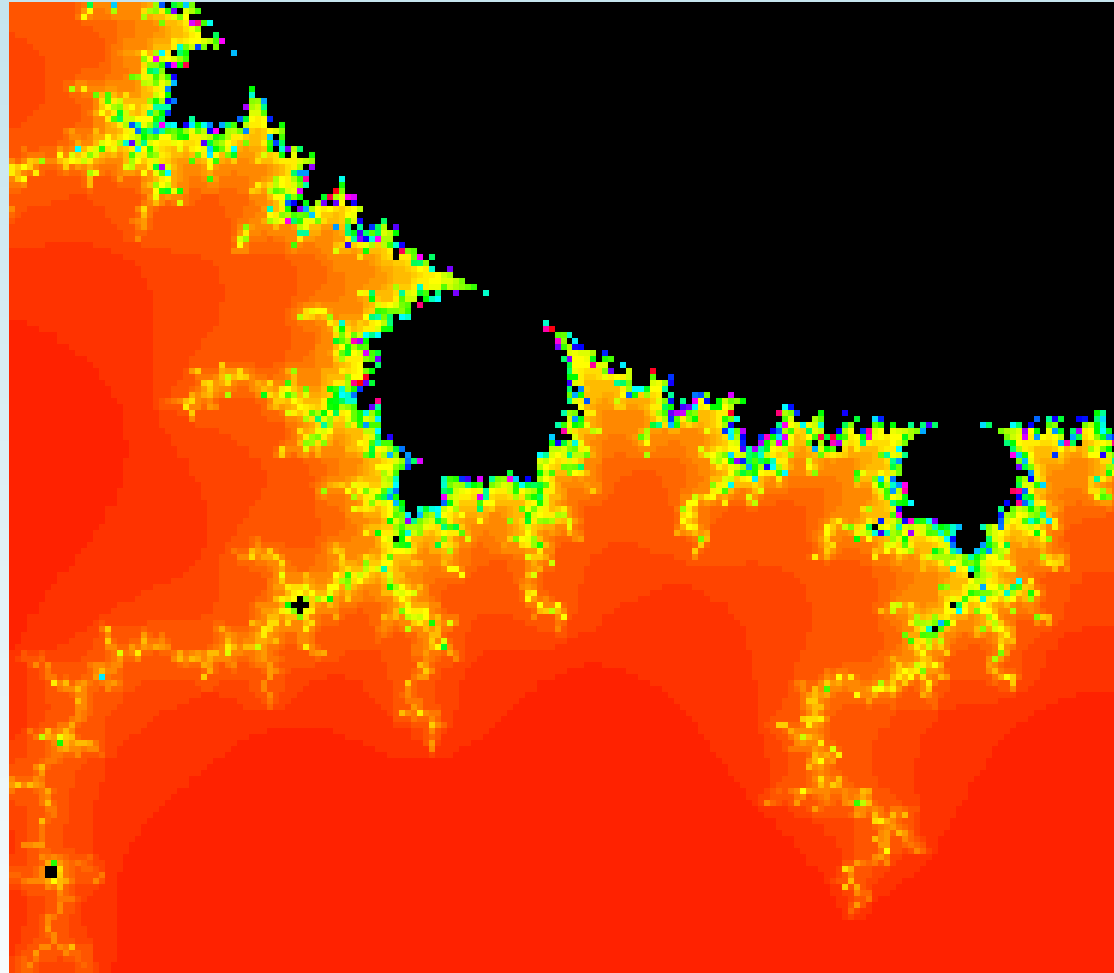
Por outro lado, há **invariância de escala**, **universalidade**, ...

# Note: Limite do Contínuo = Ponto Crítico

---

Simulações serão pesadas, pois  $\xi \rightarrow \infty$  no ponto crítico!

Por outro lado, há **invariância de escala**, **universalidade**, ...





# QCD como Sistema de Moléculas

---

O procedimento acima transforma uma **teoria quântica de campos** em um **modelo de mecânica estatística**, que pode ser estudado por **simulação numérica** com métodos de Monte Carlo

# QCD como Sistema de Moléculas

---

O procedimento acima transforma uma **teoria quântica de campos** em um **modelo de mecânica estatística**, que pode ser estudado por **simulação numérica** com métodos de Monte Carlo

Simulação Computacional  $\Rightarrow$  Experimento Virtual (Teórico!)  
para "acompanhar" a **evolução temporal** de um sistema realizando **medidas**, analisando **dados**

# QCD como Sistema de Moléculas

---

O procedimento acima transforma uma **teoria quântica de campos** em um **modelo de mecânica estatística**, que pode ser estudado por **simulação numérica** com métodos de Monte Carlo

Simulação Computacional  $\Rightarrow$  Experimento Virtual (Teórico!)  
para "acompanhar" a **evolução temporal** de um sistema realizando **medidas**, analisando **dados**

Importante em **pesquisa aplicada**, **modelagem** de sistemas, etc.

# QCD como Sistema de Moléculas

---

O procedimento acima transforma uma **teoria quântica de campos** em um **modelo de mecânica estatística**, que pode ser estudado por **simulação numérica** com métodos de Monte Carlo

Simulação Computacional  $\Rightarrow$  Experimento Virtual (Teórico!) para "acompanhar" a **evolução temporal** de um sistema realizando **medidas**, analisando **dados**

Importante em **pesquisa aplicada**, **modelagem** de sistemas, etc.

No caso da QCD na rede a evolução corresponde a uma **dinâmica fictícia** introduzida como **truque** para amostragem estatística dos campos da teoria, pelo método de Monte Carlo.

# QCD como Sistema de Moléculas

---

O procedimento acima transforma uma **teoria quântica de campos** em um **modelo de mecânica estatística**, que pode ser estudado por **simulação numérica** com métodos de Monte Carlo

Simulação Computacional  $\Rightarrow$  Experimento Virtual (Teórico!) para "acompanhar" a **evolução temporal** de um sistema realizando **medidas**, analisando **dados**

Importante em **pesquisa aplicada**, **modelagem** de sistemas, etc.

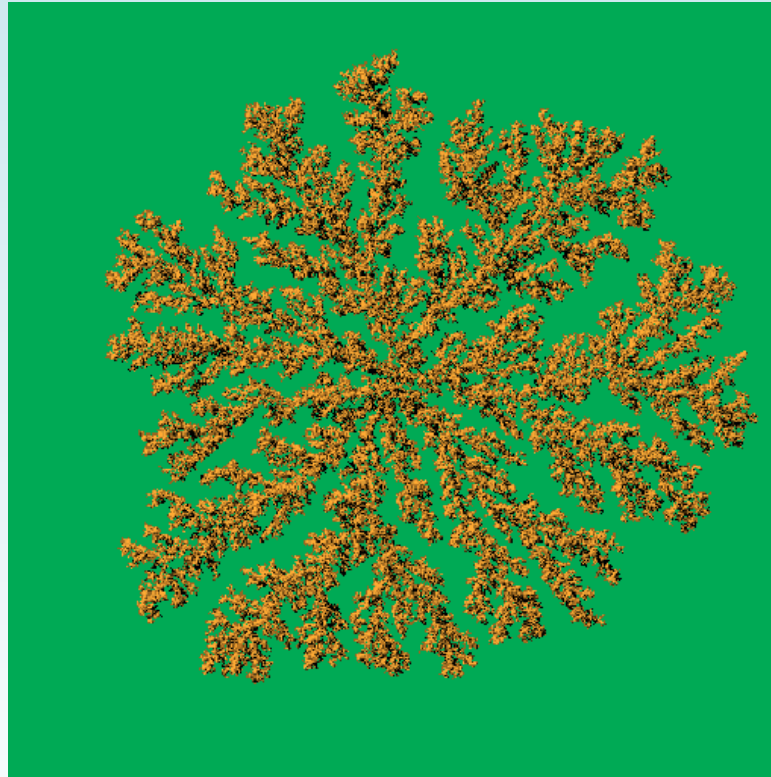
No caso da QCD na rede a evolução corresponde a uma **dinâmica fictícia** introduzida como **truque** para amostragem estatística dos campos da teoria, pelo método de Monte Carlo.

Mas o **processo** é **essencialmente o mesmo!**

# Autômato Celular

---

**Células** assumem valores finitos a cada instante de tempo.  
Regras **locais** de transição  $\Rightarrow$  comportamento **emergente**,  
solução numérica de equações diferenciais, geração de padrões  
visuais interessantes, e.g. **agregação limitada por difusão**



# Método de Monte Carlo

---

Sistemas estocásticos são simulados no computador usando um **gerador de números aleatórios**



⇒ tratamento teórico, com aspectos experimentais:

- dados, erros
- “medidas” no tempo



# O Problema da Mecânica Estatística

---

**Mecânica Estatística:** probabilidade de uma configuração  $S$  para um sistema em equilíbrio à temperatura  $T$  é dada (no ensemble canônico) em termos de sua hamiltoniana  $\mathcal{H}(S)$  pela distribuição de Boltzmann

$$P(S) = \frac{e^{-\beta\mathcal{H}(S)}}{Z}; \quad Z = \int dS e^{-\beta\mathcal{H}(S)}; \quad \beta = 1/KT$$

Média termodinâmica do observável  $A$  dada por

$$\langle A \rangle = \int dS A(S) P(S)$$

e.g. energia:  $E = \langle \mathcal{H}(S) \rangle$

Integral (multi-dimensional) muito complicada!



# Estimativa

---

Tipicamente, em mecânica estatística o **número de dimensões** (i.e. número de **graus de liberdade**) é  $d \sim 10^3$  (e.g. modelo de Ising em 3d com 10 pontos por direção)

⇒ tempo para somar  $2^{1000}$  termos em computador de 1 Tflops:

# Estimativa

---

Tipicamente, em mecânica estatística o número de dimensões (i.e. número de graus de liberdade) é  $d \sim 10^3$  (e.g. modelo de Ising em 3d com 10 pontos por direção)

⇒ tempo para somar  $2^{1000}$  termos em computador de 1 Tflops:

$$t = 10^{288} s = 10^{270} \times \text{idade do universo}$$

# Estimativa

---

Tipicamente, em mecânica estatística o número de dimensões (i.e. número de graus de liberdade) é  $d \sim 10^3$  (e.g. modelo de Ising em 3d com 10 pontos por direção)

⇒ tempo para somar  $2^{1000}$  termos em computador de 1 Tflops:

$$t = 10^{288} s = 10^{270} \times \text{idade do universo}$$

⇒ Monte Carlo não é a melhor escolha,  
é a única escolha!

# Amostragem da Distribuição de Boltzmann

---

Para uma **distribuição conjunta** de muitos graus de liberdade como a distribuição de Boltzmann não há esperança de amostragem direta!

# Amostragem da Distribuição de Boltzmann

---

Para uma **distribuição conjunta** de muitos graus de liberdade como a distribuição de Boltzmann não há esperança de amostragem direta!

**Solução:** Monte Carlo **dinâmico**. **Inventamos** uma **evolução temporal** de modo que as configurações geradas sejam distribuídas de acordo com  $P(S)$  Isto pode ser feito para uma **dinâmica markoviana** escolhida de forma conveniente

# Amostragem da Distribuição de Boltzmann

---

Para uma **distribuição conjunta** de muitos graus de liberdade como a distribuição de Boltzmann não há esperança de amostragem direta!

**Solução:** Monte Carlo **dinâmico**. **Inventamos** uma **evolução temporal** de modo que as configurações geradas sejam distribuídas de acordo com  $P(S)$  Isto pode ser feito para uma **dinâmica markoviana** escolhida de forma conveniente

Por exemplo: método de **Metropolis**. Proponho  $S \rightarrow S'$

$$P(S) = \frac{e^{-\beta E(S)}}{Z} \Rightarrow \frac{P(S)}{P(S')} = e^{-\beta \Delta E}; \quad \Delta E \equiv E(S) - E(S')$$

$\Rightarrow$  aceito se  $\Delta E \leq 0$ ; se não, aceito com probabilidade  $e^{-\beta \Delta E}$

# Monte Carlo Dinâmico - RESUMO

---

Integral becomes sum of random variables

$$\int f(x) d\mu, \quad d\mu = \frac{e^{-\beta\mathcal{H}(x)}}{Z} dx \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i)$$

where  $x_i$  have statistical distribution  $\mu$

- **Static** Monte Carlo: independent sampling (error  $\sim 1/\sqrt{N}$ )
- **Dynamic** Monte Carlo: Simulation of a Markov chain with **equilibrium distribution**  $\mu$  (error  $\sim \sqrt{\tau/N}$ ). Autocorrelation time  $\tau$  related to **critical slowing-down**. **Note:** similar to **experimental methods**, **but** temporal dynamics was artificially introduced

**Errors:** either consider only effectively independent samples (via temporal correlation analysis) and error is given by standard deviation, **jack-knife**, **bootstrap** or consider all samples and error is estimated taking correlations into account: **binning** method, self-consistent windowing method

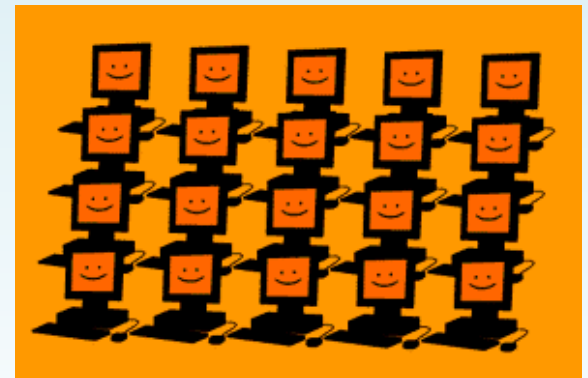
# Simulações de QCD na rede

---

- Consideremos uma partícula de massa  $m = m_{rede}/a$ .
- No limite do contínuo ( $a \rightarrow 0$ )  $\implies m_{rede} \rightarrow 0$ .
- No mesmo limite o comprimento de correlação  $\xi_{rede} = 1/m_{rede} \rightarrow \infty$ .
- O limite do contínuo corresponde ao ponto crítico da teoria de rede.

## Métodos de Monte Carlo:

simulações sem quarks (quenched QCD) e com quarks (full QCD  $\sim$  100 vezes mais pesadas)  $\implies$  super-computadores.





# Espectro de Hádrons via QCD na Rede

**Receita** para simulações de rede:

1) Evolua campos de glúons (**variáveis de elos**) na **dinâmica de Monte Carlo** associada à função de partição

$$Z = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} e^{-\int d^4x \bar{\psi}(x) K \psi(x)} = \int \mathcal{D}U e^{-S_g} \det K(U)$$

(a **aproximação quenched** corresponde a  $\det K = 1$ )

2) Obtenha propagadores de quarks de  $\langle \psi \bar{\psi} \rangle = \langle K^{-1} \rangle$

3) Use os campos de quarks para construir correladores (euclidianos) para o estado ligado  $C(t) = \langle O(t) O(0) \rangle$ , onde  $O(t) = \bar{\psi} \Gamma \psi$  e  $\Gamma$  é a matriz de Dirac apropriada (e.g.  $\Gamma = \gamma_5$  para mésons pseudoscalares)

4) Extraia massas, etc. de  $C(t) \rightarrow \sum_n |\langle 0|O|n \rangle|^2 e^{-E_n t}$

$\Rightarrow$  para  $t$  grande  $m_{\text{eff}}(t) = \log[C(t)/C(t+1)]$  atinge um plateau

5) Traduza resultados em unidades físicas:  $m = m_{\text{latt}}/a$ , tome  $a \rightarrow 0$

# QCD na Rede Hoje

---

Determinação precisa da massa dos núcleons prova que **interação** entre quarks gera (quase toda a) **massa do universo visível!**

# QCD na Rede Hoje

---

Determinação precisa da massa dos núcleons prova que **interação** entre quarks gera (quase toda a) **massa do universo visível!**

Cálculos atingiram **grande precisão** para determinação do espectro dos hádrons leves, incluindo **diferença de massa entre nêutron e próton**: S. Borsanyi et al., Science 347, 1452 (2015)

# QCD na Rede Hoje

---

Determinação precisa da massa dos núcleons prova que **interação** entre quarks gera (quase toda a) **massa do universo visível!**

Cálculos atingiram **grande precisão** para determinação do espectro dos hádrons leves, incluindo **diferença de massa entre nêutron e próton**: S. Borsanyi et al., Science 347, 1452 (2015)

Grande parte do esforço na área é em **espectroscopia** de hádrons, sendo ainda proibitivos os cálculos para sistemas com quarks pesados (especialmente B-physics), essenciais para determinação dos limites do Modelo Padrão

# QCD na Rede Hoje

---

Determinação precisa da massa dos núcleons prova que **interação** entre quarks gera (quase toda a) **massa do universo visível!**

Cálculos atingiram **grande precisão** para determinação do espectro dos hádrons leves, incluindo **diferença de massa entre nêutron e próton**: S. Borsanyi et al., Science 347, 1452 (2015)

Grande parte do esforço na área é em **espectroscopia** de hádrons, sendo ainda proibitivos os cálculos para sistemas com quarks pesados (especialmente B-physics), essenciais para determinação dos limites do Modelo Padrão

Estudo detalhado dos estados ligados (espectroscopia) é **desafio técnico e conceitual**, e representa **confirmação da QCD** como teoria da interação forte  $\Rightarrow$  primeiro passo para compreensão de questões fundamentais da QCD

# Espectroscopia e Música...

---

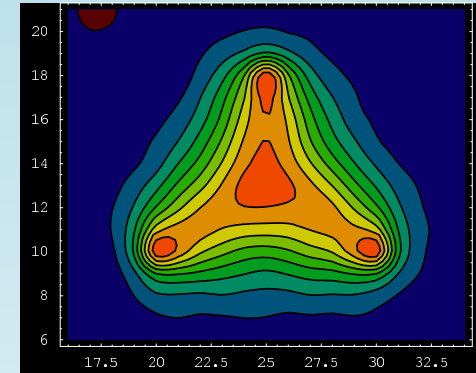
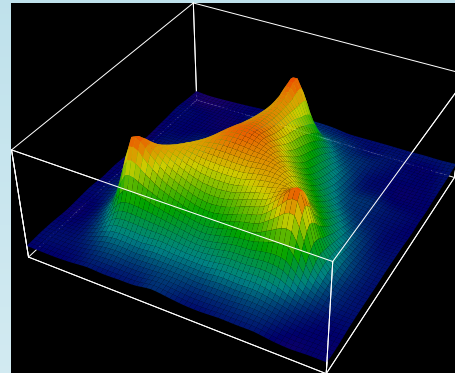
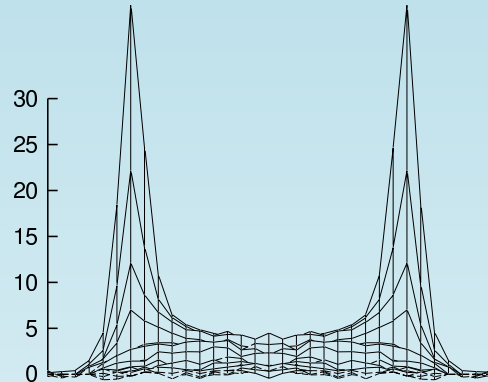
Pythagoreanism, as derived from the physics of **music, an artificially quantized system**, involved simple ratios between integers and was conjectured by the Pythagoreans to extend to the whole of physics (the **Music of the Spheres**). It hit the jackpot in 1895 with Balmer's formula and has dominated XXth century physics, with its quantum foundations.

...In a certain context, my contributions in the hadron domain can be considered as having **added further parts to that same symphony for which Balmer wrote the Overture**.

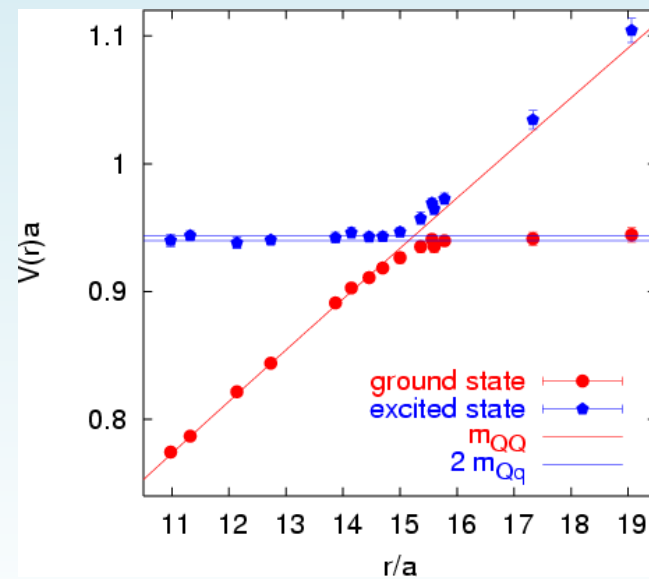
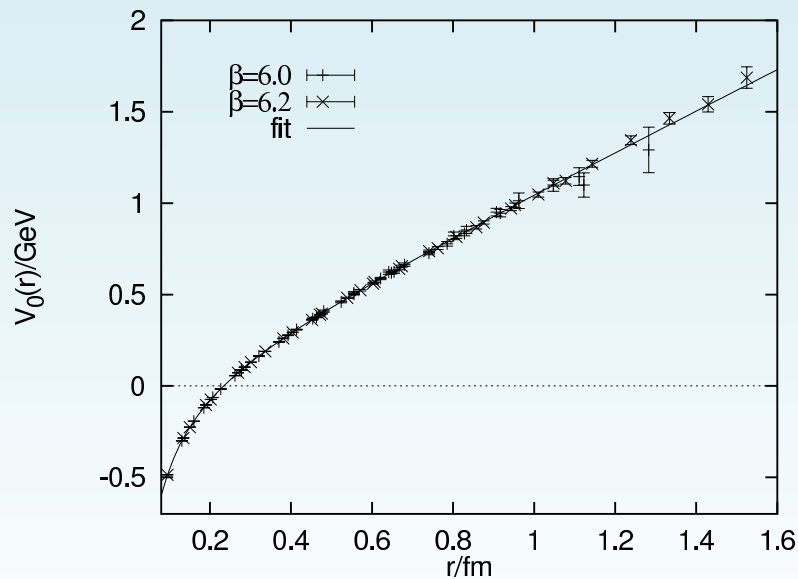
*Hadronic Octaves, Symphony in Treble Clef,*  
em **Hadron Spectroscopy: Ninth International Conference (2002)**  
**Yuval Ne'eman**, co-descobridor da simetria de sabor  $SU(3)$ ,  
que levou à **classificação Eightfold Way** dos hádrons

# QCD na Rede e Confinamento

May observe formation of flux tubes



**Linear Growth** of potential between quarks, **string breaking**



# Confinamento: o Elefante na Sala

---



Entendemos o confinamento?

⇒ we know what it **looks like**,  
but do we know what it **is**?



# Confinamento: o Elefante na Sala

---



Entendemos o confinamento?

⇒ we know what it looks like,  
but do we know what it is?

Millenium Prize Problems (Clay Mathematics Institute, USA/UK)

Yang-Mills and Mass Gap: Experiment and computer simulations suggest the existence of a mass gap in the solution to the quantum versions of the Yang-Mills equations. But no proof of this property is known.

# Caminhos para o Confinamento

---

- O que origina o potencial linear (visto em QCD na rede)?

# Caminhos para o Confinamento

---

- O que origina o **potencial linear** (visto em **QCD na rede**)?
- Modelos para o confinamento: supercondutividade dual (tubo de fluxo elétrico ligando monopolos magnéticos), **condensação de vórtices de centro**, mérons, cálorons

# Caminhos para o Confinamento

---

- O que origina o **potencial linear** (visto em **QCD na rede**)?
- Modelos para o confinamento: supercondutividade dual (tubo de fluxo elétrico ligando monopolos magnéticos), **condensação de vórtices de centro**, mérons, cálorons
- Proposta de Mandelstam (1979) ligando potencial linear ao **comportamento infravermelho do propagador de glúons** como  $1/p^4$

$$V(r) \sim \int \frac{d^3p}{p^4} e^{ip \cdot r} \sim r$$

# Caminhos para o Confinamento

---

- O que origina o **potencial linear** (visto em **QCD na rede**)?
- Modelos para o confinamento: supercondutividade dual (tubo de fluxo elétrico ligando monopolos magnéticos), **condensação de vórtices de centro**, mérons, cálorons
- Proposta de Mandelstam (1979) ligando potencial linear ao **comportamento infravermelho do propagador de glúons** como  $1/p^4$

$$V(r) \sim \int \frac{d^3p}{p^4} e^{ip \cdot r} \sim r$$

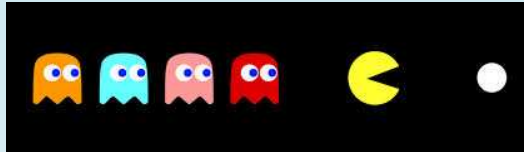
- Cenário de confinamento de **Gribov-Zwanziger** baseado na supressão do propagador de glúons e **fortalecimento do propagador de ghosts** no limite infravermelho

# Cenário de GZ: Confinamento por Ghosts

Formulado no gauge de Landau gauge, prevê propagador de glúons

$$D_{\mu\nu}^{ab}(p) = \sum_x e^{-2i\pi k \cdot x} \langle A_\mu^a(x) A_\nu^b(0) \rangle = \delta^{ab} \left( g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) D(p^2)$$

suprimido no limite IV  $\Rightarrow$  confinamento de glúons

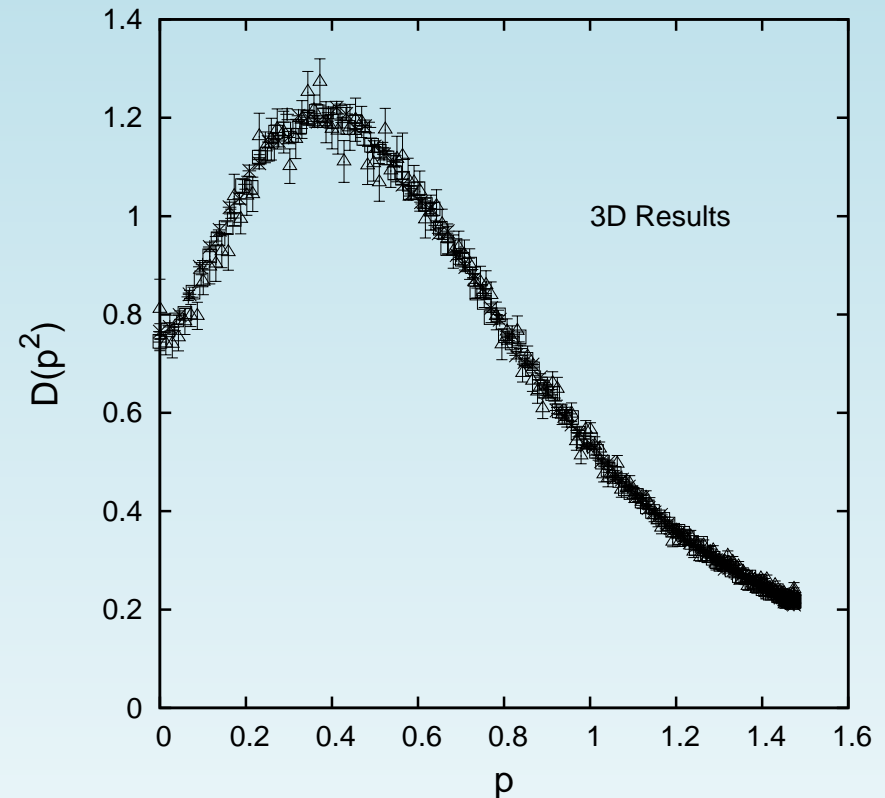
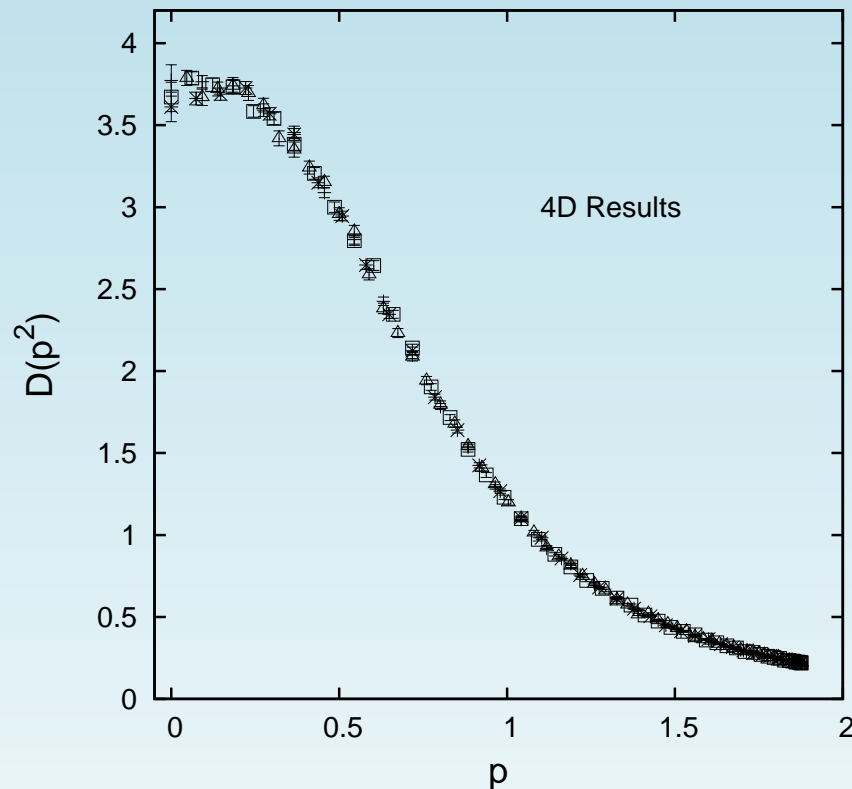


Efeitos de longo alcance aparecem no propagador de ghosts  $G(p)$ :

- Volume infinito favorece configurações no primeiro horizonte de Gribov  $\partial\Omega$ , onde menor autovalor não-nulo  $\lambda_{min}$  do operador de Faddeev-Popov  $\mathcal{M}$  vai a zero
- Em compensação,  $G(p)$  deveria ser fortalecido no IV, induzindo efeitos de longo alcance, relacionados ao mecanismo de confinamento de cor

# Propagador do Glúon a Volume ‘Infinito’

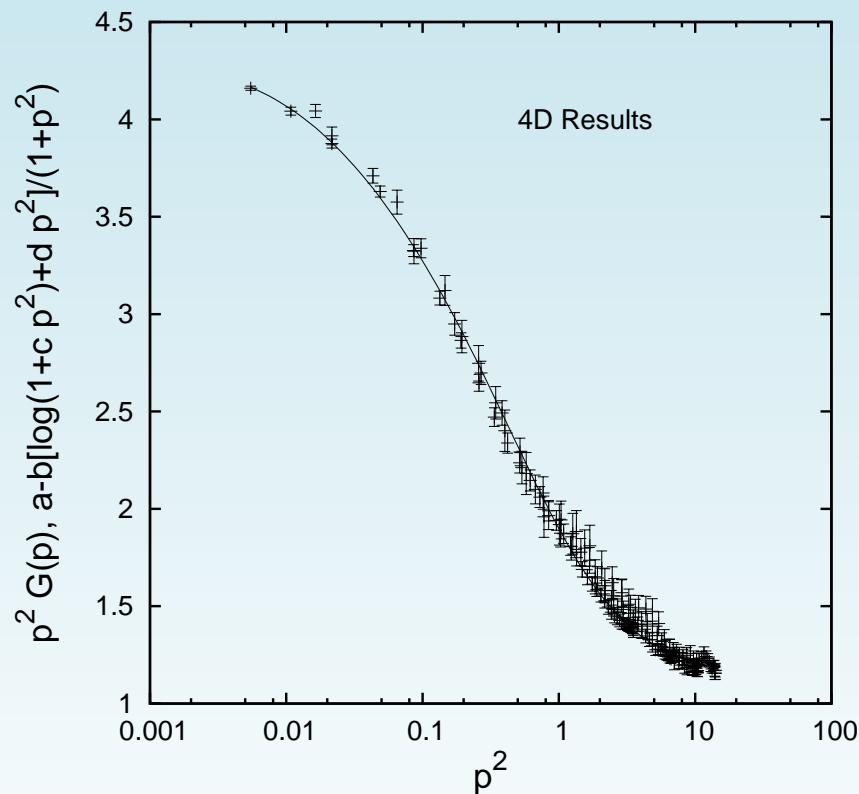
A. Cucchieri & T. Mendes (PRL, 2008)



**Propagador de glúons  $D(p)$**  versus momento de rede  $p$  (ambos em unidades físicas) para o caso  $SU(2)$  puro em  $d = 4$  (esquerda), considerando volumes até  $128^4$  (lado de rede  $\sim 27$  fm) e  $d = 3$  (direita), considerando volumes até  $320^3$  (lado de rede  $\sim 85$  fm)

# Resultados para o Propagador de Ghosts

Ajuste da função de dressing do ghost  $p^2 G(p^2)$  em função de  $p^2$  (em GeV) para o caso 4d ( $\beta = 2.2$  com volume  $80^4$ ). Vemos que  $p^2 G(p^2)$  é dado por  $p^2 G(p^2) = a - b[\log(1 + cp^2) + dp^2]/(1 + p^2)$ , com



$$a = 4.32(2)$$

$$b = 0.38(1) \text{ GeV}^2$$

$$c = 80(10) \text{ GeV}^{-2}$$

$$d = 8.2(3) \text{ GeV}^{-2}$$

No IV temos  $p^2 G(p^2) \sim a$

A. Cucchieri & T. Mendes (PRD, 2008)



# Issues

---

Simulation on large lattices (IR limit) is **very costly**. How to be more efficient?

# Issues

---

Simulation on large lattices (IR limit) is **very costly**. How to be more efficient?

How to disentangle **approach to Gribov horizon** (as lattice volume increases) and **behavior of  $G(p^2)$**  (or  $\lambda_{\min}$ )?

# Issues

---

Simulation on large lattices (IR limit) is **very costly**. How to be more efficient?

How to disentangle **approach to Gribov horizon** (as lattice volume increases) and **behavior of  $G(p^2)$**  (or  $\lambda_{\min}$ )?

Get **insight** from **features of the lattice simulations themselves**:

# Issues

---

Simulation on large lattices (IR limit) is **very costly**. How to be more efficient?

How to disentangle **approach to Gribov horizon** (as lattice volume increases) and **behavior of  $G(p^2)$**  (or  $\lambda_{\min}$ )?

Get **insight** from **features of the lattice simulations themselves**:

1) **Explore Gribov horizon** by visiting neighboring (**unsampled**) configurations, get info about  $\lambda_{\min}$

# Issues

---

Simulation on large lattices (IR limit) is **very costly**. How to be more efficient?

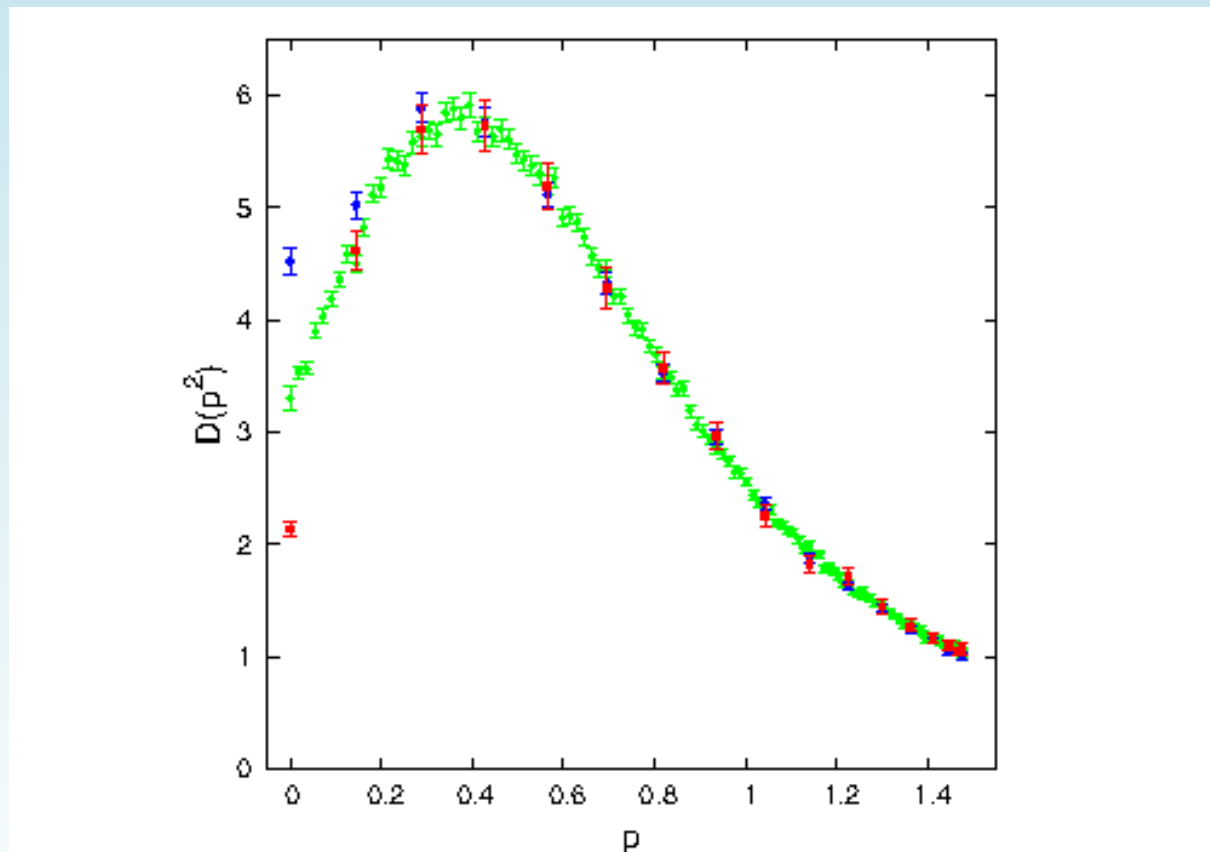
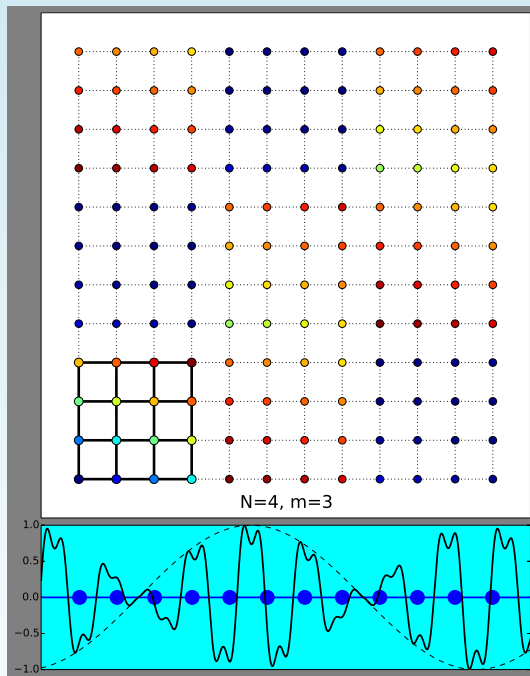
How to disentangle **approach to Gribov horizon** (as lattice volume increases) and **behavior of  $G(p^2)$**  (or  $\lambda_{\min}$ )?

Get **insight** from **features of the lattice simulations themselves**:

- 1) **Explore Gribov horizon** by visiting neighboring (**unsampled**) configurations, get info about  $\lambda_{\min}$
- 2) Simulate **on effectively large** lattices by “faking” periodic crystal and invoking Bloch’s theorem

# Large Lattices via Bloch's Theorem

Perform thermalization step on small lattice, then replicate it and use Bloch's theorem from condensed-matter physics to obtain gauge-fixing step for much larger lattice ([A. Cucchieri, TM, PRL 2017](#))



# Other Gauges?

---

We see that the Landau-gauge case is particularly **problematic**...

There is considerable interest in **Linear Covariant Gauge**, which however posed technical problems due to difficulty in:

- 1) gauge-fixing (see A. Cucchieri, TM, E.M.S. Santos, PRL 2009)
- 2) definition of the ghost propagator. This has been recently addressed in **Faddeev-Popov Matrix in Linear Covariant Gauge: First Results** A. Cucchieri, D. Dudal, TM, O. Oliveira, M. Roelfs, P.J. Silva (PRD 2018)

# Conclusão

---

Hádrons ainda guardam grandes **mistérios!** seja sobre sua própria **existência** (devida ao **confinamento!**) que sobre os detalhes da interação forte, incluindo seus efeitos sobre as outras interações do MP (limites para nova física!)



# Conclusão

---

Hádrons ainda guardam grandes **mistérios!** seja sobre sua própria **existência** (devida ao **confinamento!**) que sobre os detalhes da interação forte, incluindo seus efeitos sobre as outras interações do MP (limites para nova física!)

QCD na rede permite a investigação da teoria a partir de primeiros princípios, acessando diretamente as **configurações (representativas)** dos campos de quarks e de gauge

# Conclusão

---

Hádrons ainda guardam grandes **mistérios!** seja sobre sua própria **existência** (devida ao **confinamento!**) que sobre os detalhes da interação forte, incluindo seus efeitos sobre as outras interações do MP (limites para nova física!)

QCD na rede permite a investigação da teoria a partir de primeiros princípios, acessando diretamente as **configurações (representativas)** dos campos de quarks e de gauge

A área entrou na **era da precisão** ao longo da última década, e **novas ideias** devem ser desenvolvidas

# Conclusão

---

Hádrons ainda guardam grandes **mistérios!** seja sobre sua própria **existência** (devida ao **confinamento!**) que sobre os detalhes da interação forte, incluindo seus efeitos sobre as outras interações do MP (limites para nova física!)

QCD na rede permite a investigação da teoria a partir de primeiros princípios, acessando diretamente as **configurações (representativas)** dos campos de quarks e de gauge

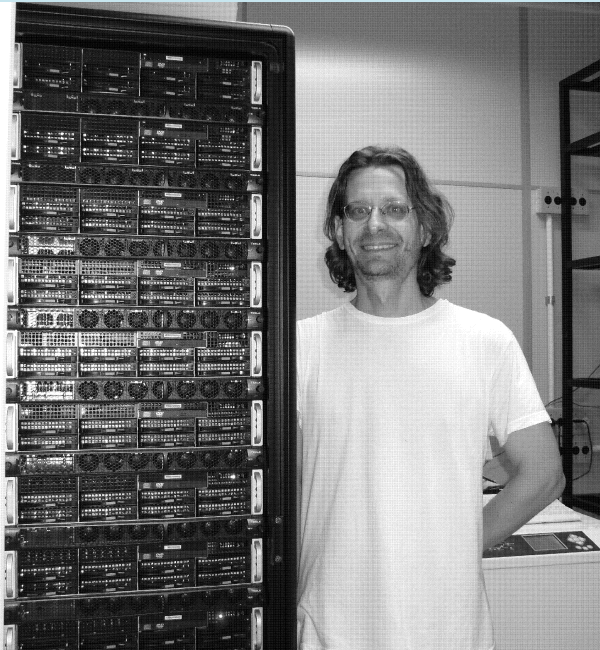
A área entrou na **era da precisão** ao longo da última década, e **novas ideias** devem ser desenvolvidas

Não foi muito fácil, mas conseguimos estabelecer um **grupo de QCD na Rede no Brasil**, com especialidade em cálculos de propagadores infravermelhos, para estudos relacionados ao **mecanismo de confinamento de cor**

# IFSC-USP Lattice Group

---

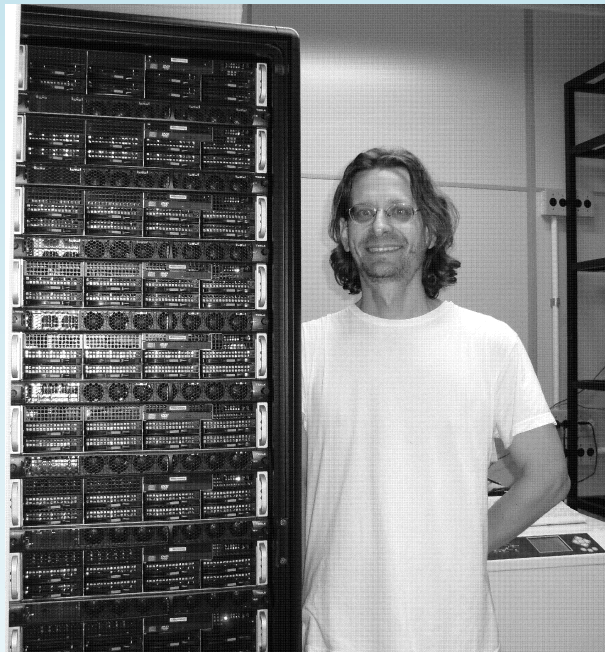
Attilio Cucchieri



# IFSC-USP Lattice Group

---

Attilio Cucchieri





# Vem pra REDE

---





---

É muito bom participar dessa aventura!

