

SAA0187

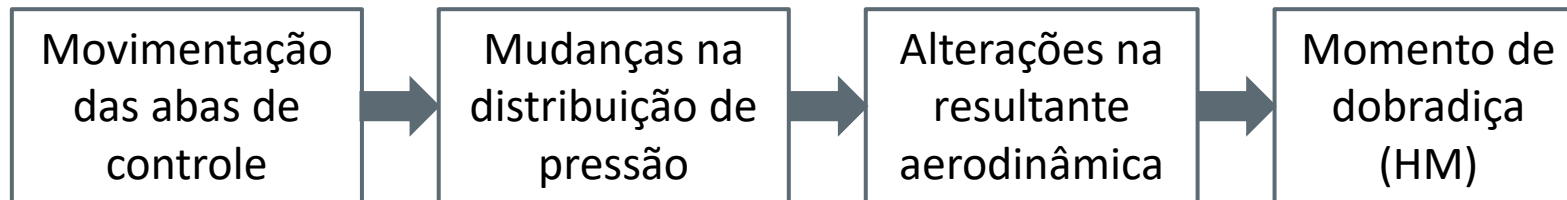
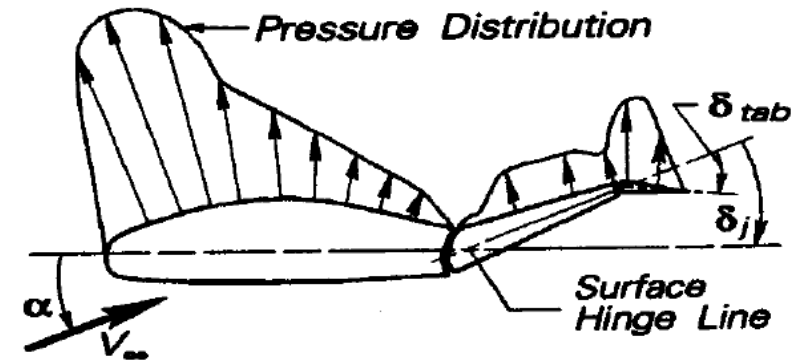
Sistemas Aeronáuticos de Acionamento

Momento de dobradiça

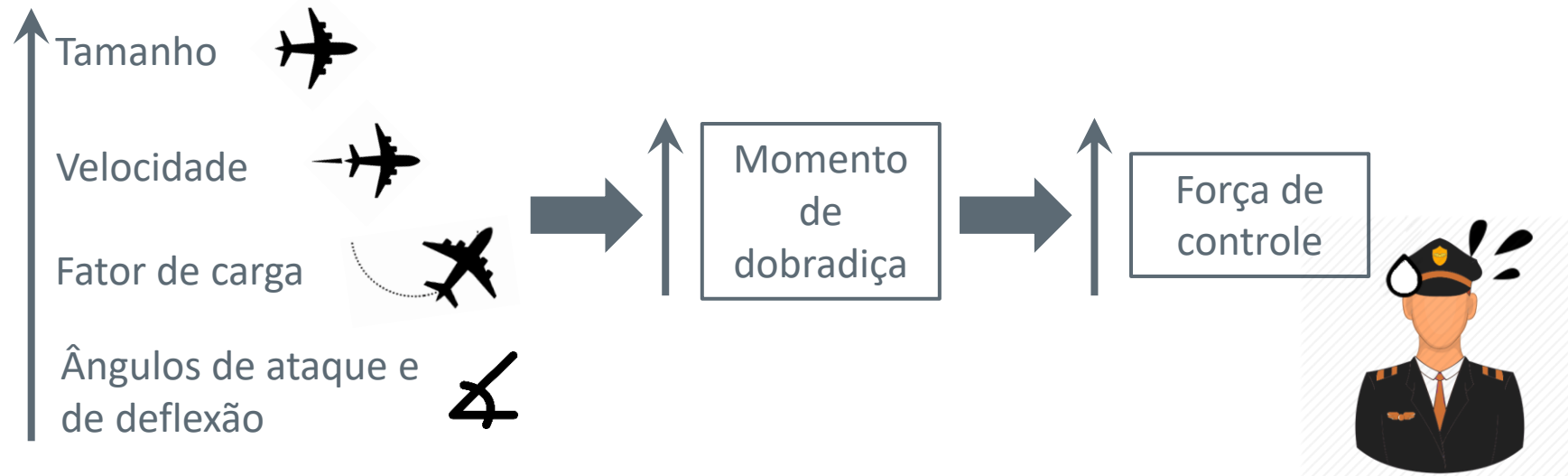
Prof. Dr. Jorge Henrique Bidinotto

jhbidi@sc.usp.br

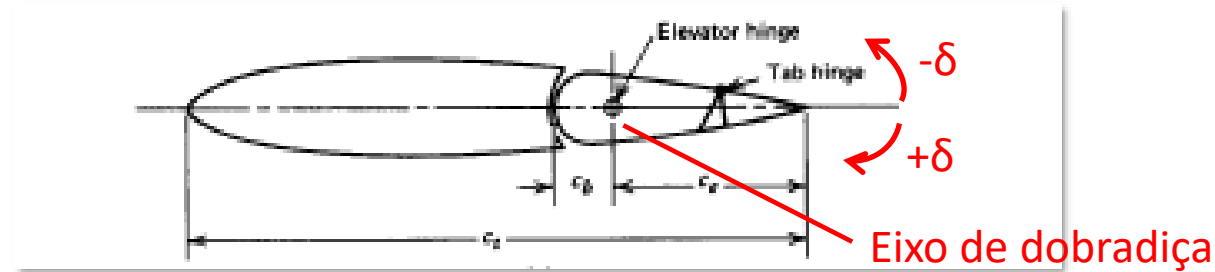
A questão fundamental da movimentação das superfícies reside no conceito de momento de dobradiça, que se relaciona com a distribuição de pressão em torno do aerofólio



A força a ser exercida na coluna de comando para defletir a superfície de controle é diretamente proporcional ao momento de dobradiça

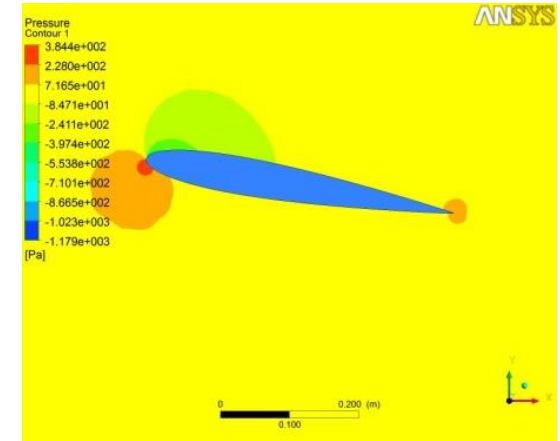
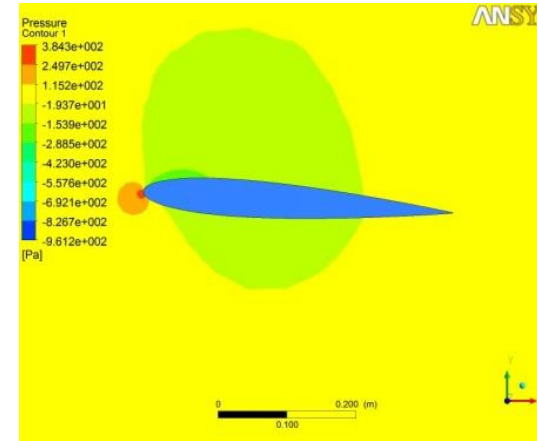
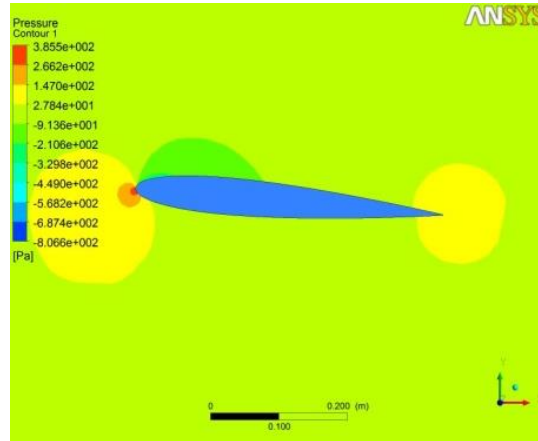
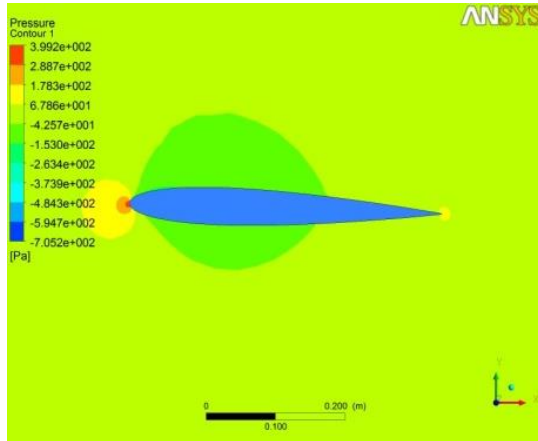


- Aerofólio com superfície de controle (flapped airfoil):



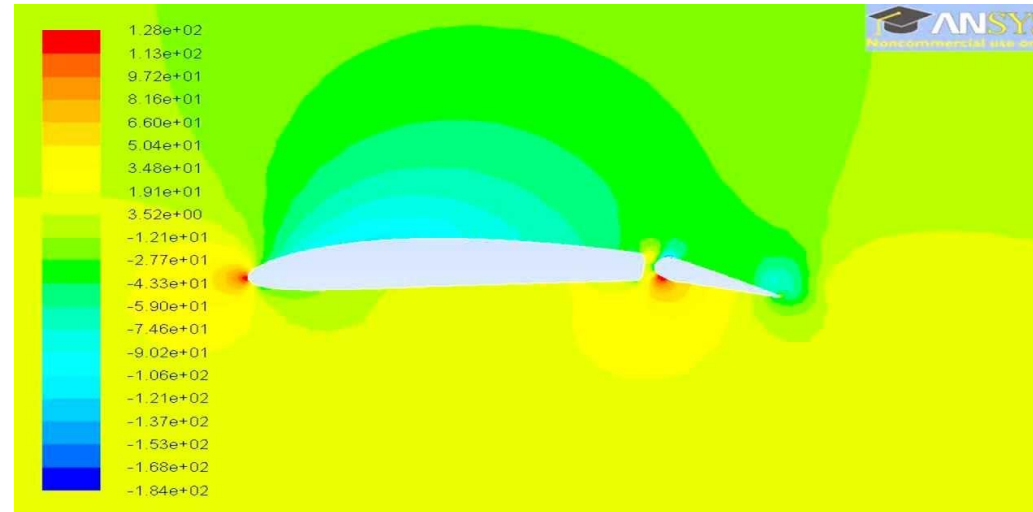
- Havendo uma superfície móvel pivotada por um eixo sujeito a um escoamento, haverá, em algum momento, uma força resultante causada por uma diferença de pressão, que estará afastada do eixo de dobradiça e causará então um momento resultante

- Aerofólio sujeito a um ângulo de ataque



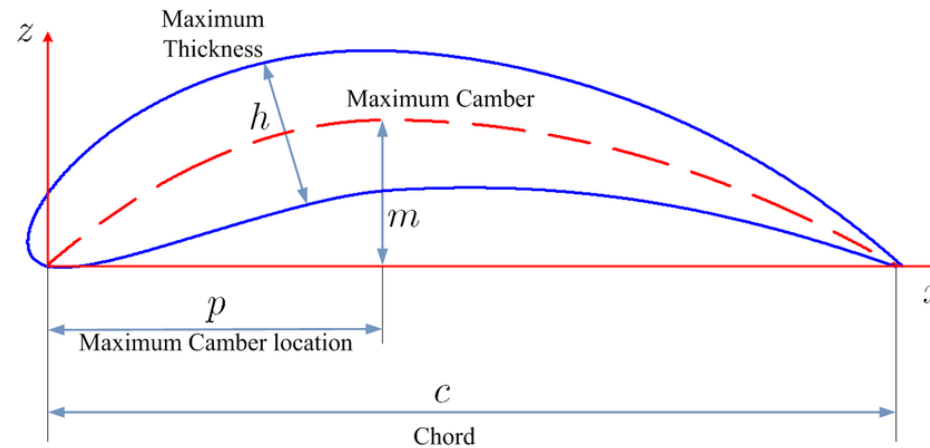
- Considerando isoladamente o profundor, ângulos de ataque elevados nessa superfície levam a aeronave a ter uma tendência de nariz pra baixo

- Voltando ao aerofólio com superfície de controle, a superfície móvel, quando defletida terá o mesmo comportamento de um aerofólio sujeito a um ângulo de ataque α_t

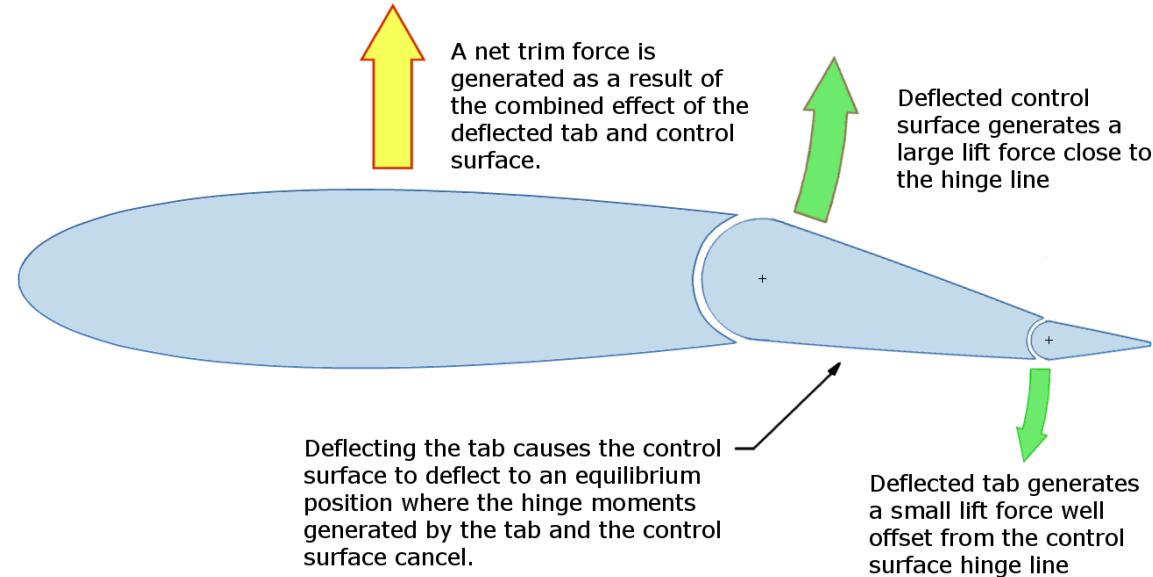


- Neste caso, a deflexão da superfície faz com que ela tenha um AoA de incidência com o escoamento, gerando o gradiente, força resultante e momento de dobradiça de forma análoga ao caso de $\alpha_t \neq 0$

- Aerofólios não-simétricos (camber arqueado) possuem o mesmo comportamento, gerando momento de dobradiça



- Algumas superfícies de controle possuem trim tabs, para compensação da aeronave, e assim como suas superfícies móveis, também são pivotados axialmente por um eixo e os efeitos aerodinâmicos geram momento de



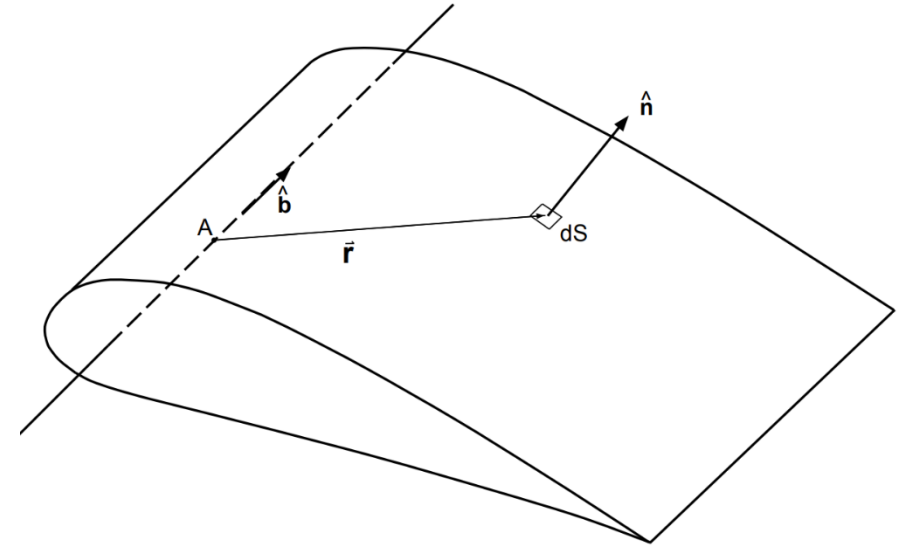
- Quantificação do fenômeno físico
- Supondo uma seção de asa com um elemento de área diferencial na superfície S , que possui vetor unitário normal $\hat{n}$ e está numa posição definida por $\vec{r}$, sendo A um ponto referencial no eixo de dobradiça definido por $\hat{b}$.
- Ignora-se efeitos gravitacionais e integra-se a pressão e as tensões viscosas sob toda superfície, logo:

$$\vec{F} = - \iint_S \rho \hat{n} dS + \iint_S \bar{\bar{\tau}} \cdot \hat{n} dS$$

- Onde

ρ é a densidade do ar

$\bar{\bar{\tau}}$ é o tensor da tensão viscosa



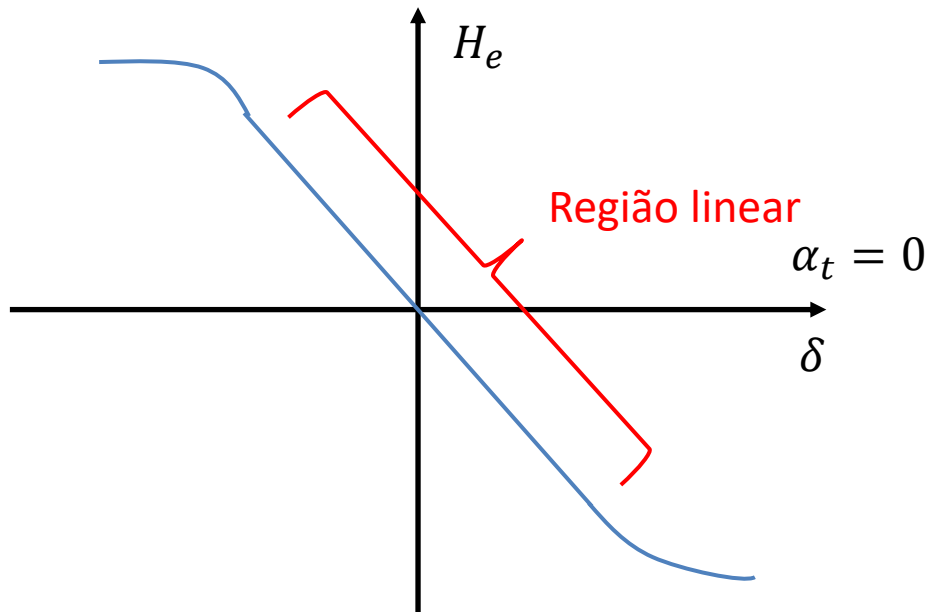
- **Quantificação do fenômeno físico**
- Possuindo a força resultante pela interação com o escoamento, pode-se calcular o momento do corpo ao redor do ponto A:

$$\overrightarrow{M_A} = - \iint_S \vec{r} \times \rho \hat{n} dS + \iint_S \vec{r} \times (\vec{\tau} \cdot \hat{n}) dS$$

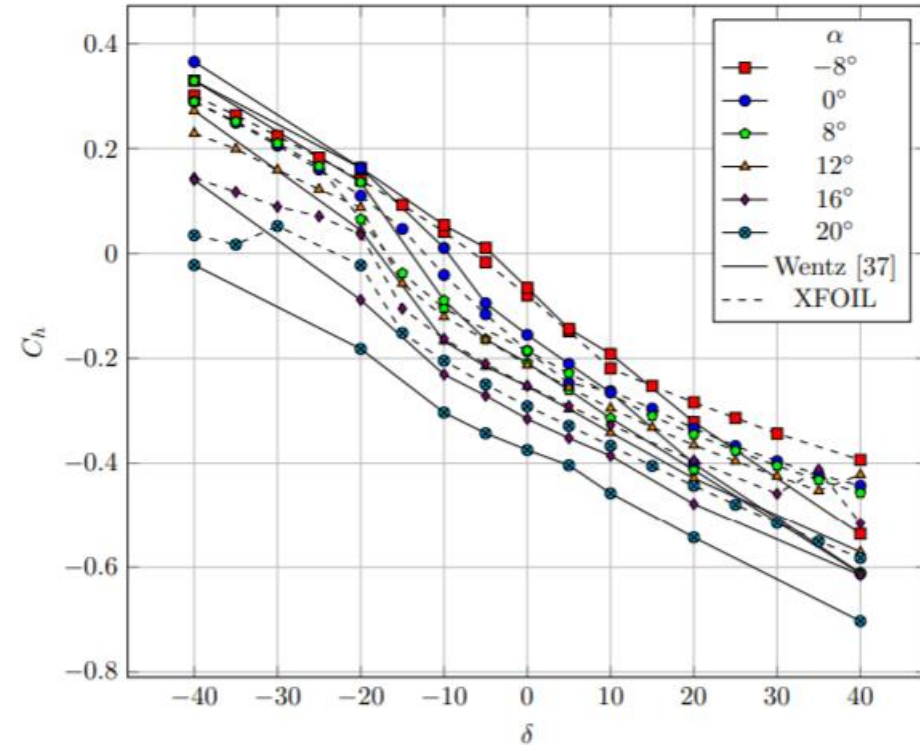
- O resultado desejado é o momento total ao redor do eixo de dobradiça e não apenas sob o ponto A, logo:

$$H_e = \overrightarrow{M_A} \cdot \hat{b}$$

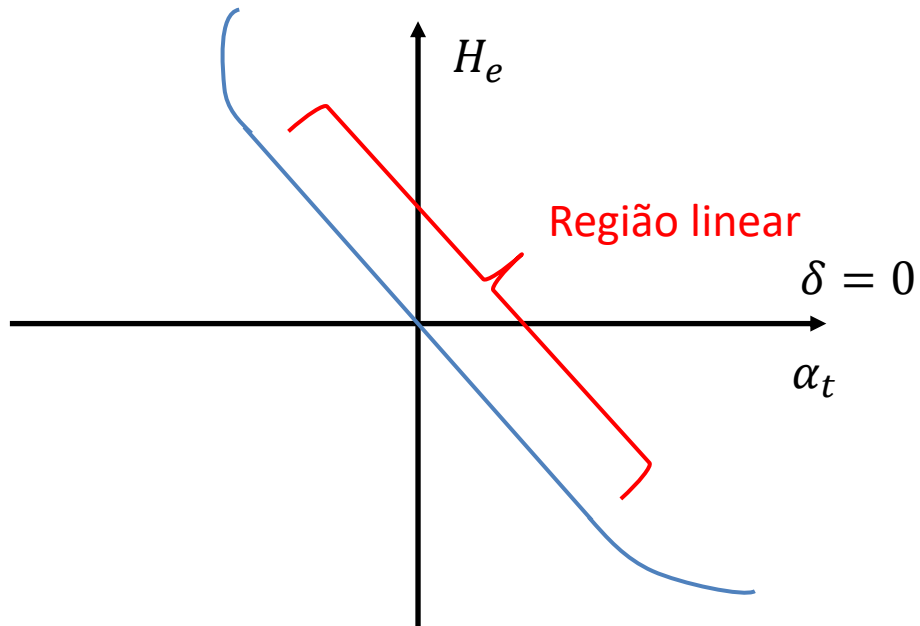
- Variação típica de H_e com $\alpha_t = 0$ e δ_e variando



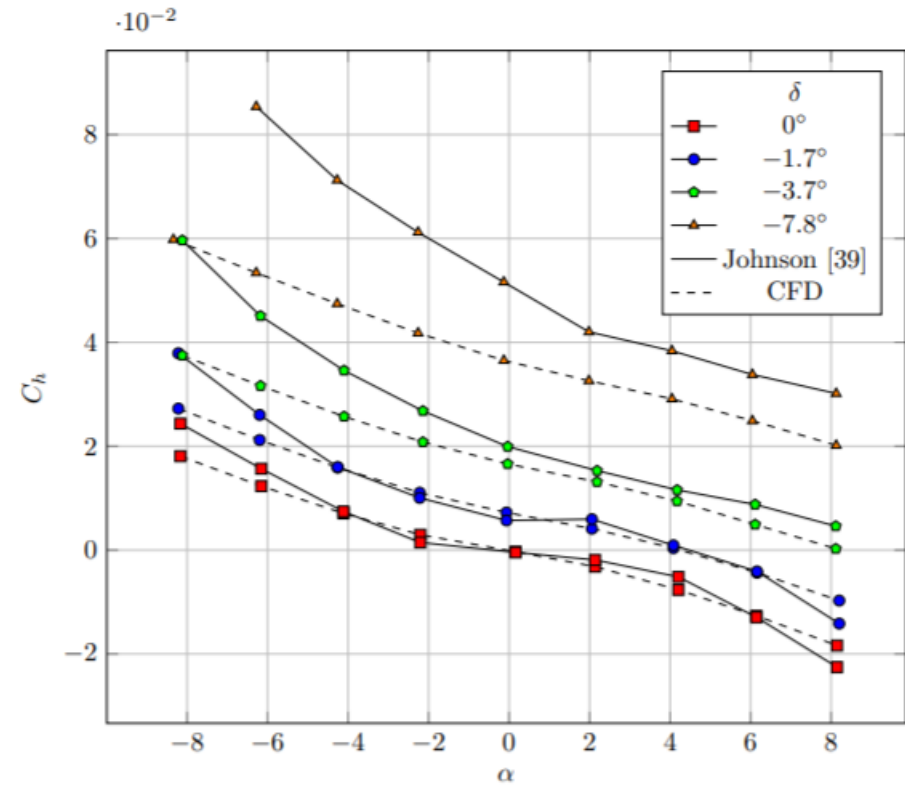
$$\frac{\partial H_e}{\partial \delta_e} < 0$$



- Variação típica de H_e com $\delta_e = 0$ e α_t variando



$$\frac{\partial H_e}{\partial \alpha_t} < 0$$



- Considerando um aerofólio simétrico e sem trim tab, temos:

$$H_e = f(\alpha_t, \delta_e)$$

$$\Delta H_e = \left(\frac{\partial H_e}{\partial \alpha_t} \right) d\alpha_t + \left(\frac{\partial H_e}{\partial \delta_e} \right) d\delta_e$$

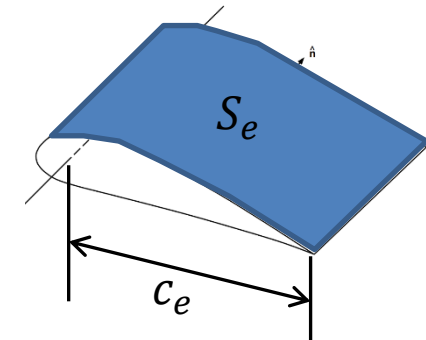
$$H_e = \left(\frac{\partial H_e}{\partial \alpha_t} \right) \alpha_t + \left(\frac{\partial H_e}{\partial \delta_e} \right) \delta_e$$

- Adimensionalização:

$$C_h = \frac{H_e}{q_\infty S_e c_e}$$

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2$$

S_e é a área da superfície
 c_e é a corda da superfície móvel



- Portanto, a equação anterior na forma adimensional:

$$C_{he} = C_{h_{\alpha t}} \alpha_t + C_{h_{\delta e}} \delta_e$$

- Adicionando-se o efeito de um possível câmbor curvado, causando assimetria no aerofólio:

$$C_{he} = C_{he_0} + C_{h_{\alpha t}} \alpha_t + C_{h_{\delta e}} \delta_e$$

- Por fim, adiciona-se o efeito dos trim tabs:

$$C_{he} = C_{he_0} + C_{h_{\alpha t}} \alpha_t + C_{h_{\delta e}} \delta_e + C_{h_{\delta t}} \delta_t$$

- De forma simplificada:

$$C_{he} = b_0 + b_1 \alpha_t + b_2 \delta_e + b_3 \delta_t$$

- O coeficiente de dobradiça pode ser definido como proporcional aos seguintes parâmetros:

- Onde:

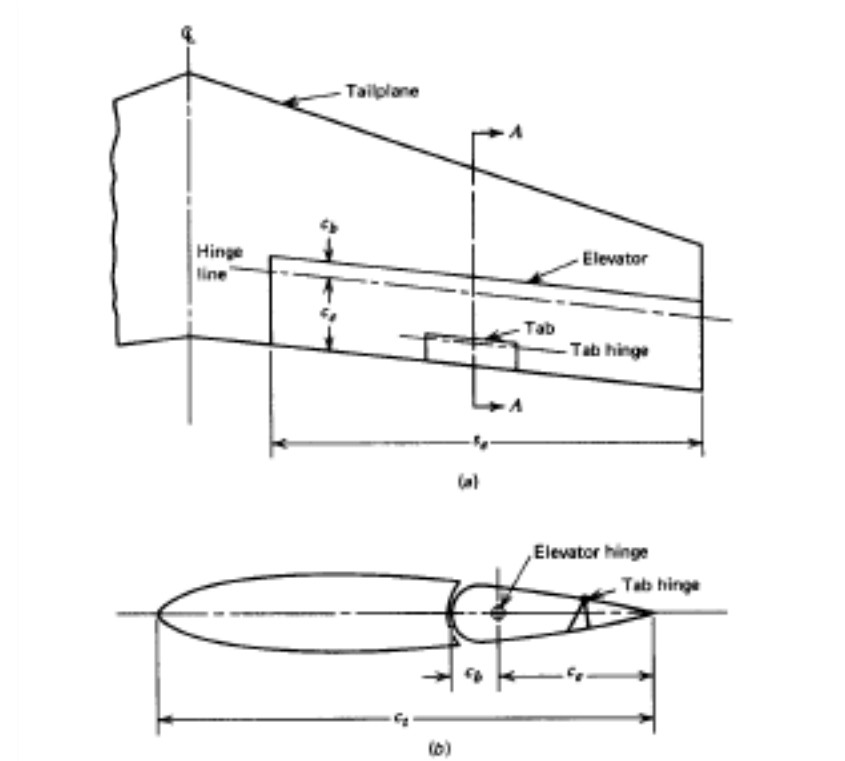
$$C_{he} = b_0 + b_1\alpha_s + b_2\delta_e + b_3\delta_t$$

$$b_0 = C_{he_0}$$

$$b_1 = \frac{\partial C_{he}}{\partial \alpha_s} = C_{he\alpha_s}$$

$$b_2 = \frac{\partial C_{he}}{\partial \delta_e} = C_{he\delta_e}$$

$$b_3 = \frac{\partial C_{he}}{\partial \delta_t} = C_{he\delta_t}$$



- O coeficiente de dobradiça pode ser definido como proporcional aos seguintes parâmetros:

$$C_{he} = b_0 + b_1\alpha_s + b_2\delta_e + b_3\delta_t$$

- Onde:

$$b_0 = C_{he_0}$$

b_0 – coeficiente de momento de articulação causado pelo arqueamento da superfície fixa onde a superfície articulada está instalada;

$$b_1 = \frac{\partial C_{he}}{\partial \alpha_s} = C_{he\alpha_s}$$

b_1 – taxa de variação do coeficiente de momento de articulação com a variação do ângulo de ataque da superfície fixa;

$$b_2 = \frac{\partial C_{he}}{\partial \delta_e} = C_{he\delta_e}$$

b_2 – taxa de variação do coeficiente de momento de articulação com a variação do ângulo da superfície articulada;

$$b_3 = \frac{\partial C_{he}}{\partial \delta_t} = C_{he\delta_t}$$

b_3 – taxa de variação do coeficiente de momento de articulação com a variação do ângulo de compensadores.

- Para o profundor, $\alpha_s = \alpha_t$, portanto é conveniente se escrever tudo em função de α

$$C_{he} = b_0 + b_1\alpha + b_2\delta_e + b_3\delta_t$$

- E a relação entre α e α_t , já conhecida, é:

$$\alpha_t = \alpha \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) - (\varepsilon_0 + i_t) \left[1 - \frac{a_t S_t}{a S} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \right]$$

Onde:

$$a = C_{L\alpha}$$

$$a_t = C_{L\alpha_t}$$

- Sendo assim definidas as equações:

$$C_{he_0} = -b_1(i_t + \varepsilon_0) \left[1 - \frac{a_t S_t}{a S} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \right]$$

$$C_{he_0} = b_1 \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right)$$

- A rigidez em arfagem até aqui estudada considera que os controles estão fixos em uma posição. Entretanto o sistema também deve ser analisado na condição de manche livre, ou seja, a superfície de controle estará livre e encontrará uma posição de equilíbrio. Nessa posição:

$$C_{he} = 0$$

- Esta posição é dada por:

$$\delta_{e_{free}} = \frac{-1}{C_{he\delta_e}} (C_{he_0} + C_{he\alpha}\alpha)$$

- A sustentação e o momento de arfagem em função do profundor livre são definidos como

$$\begin{aligned} C_{L_{free}} &= C_{L\alpha}\alpha + C_{L\delta_e}\delta_{e_{free}} \\ C_{m_{free}} &= C_{m_0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{m\delta_e}\delta_{e_{free}} \end{aligned}$$

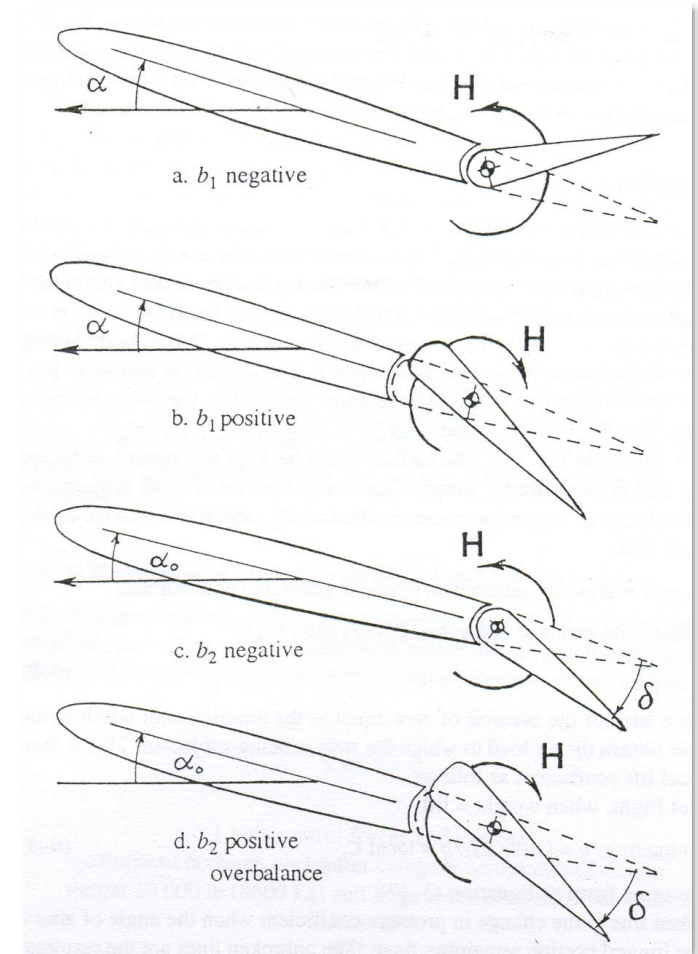
- Utilizando a posição de equilíbrio do profundor livre:

$$C_{L_{free}} = \frac{-C_{L\delta_e}}{C_{he\delta_e}} C_{he0} + \left[C_{L\alpha} - \frac{C_{L\delta_e} C_{he\alpha}}{C_{he\delta_e}} \right] \alpha \quad a' = C'_{L\alpha}$$

$$C_{m_{free}} = C_{m_0} - \frac{C_{m\delta_e}}{C_{he\delta_e}} C_{he0} + \left[C_{m\alpha} - \frac{C_{m\delta_e} C_{he\alpha}}{C_{he\delta_e}} \right] \alpha \quad C'_{m\alpha}$$

$$a' = C'_{L\alpha} = C_{L\alpha} - \frac{C_{L\delta_e} C_{he\alpha}}{C_{he\delta_e}}$$

$$C'_{m\alpha} = C_{m\alpha} - \frac{C_{m\delta_e} C_{he\alpha}}{C_{he\delta_e}}$$

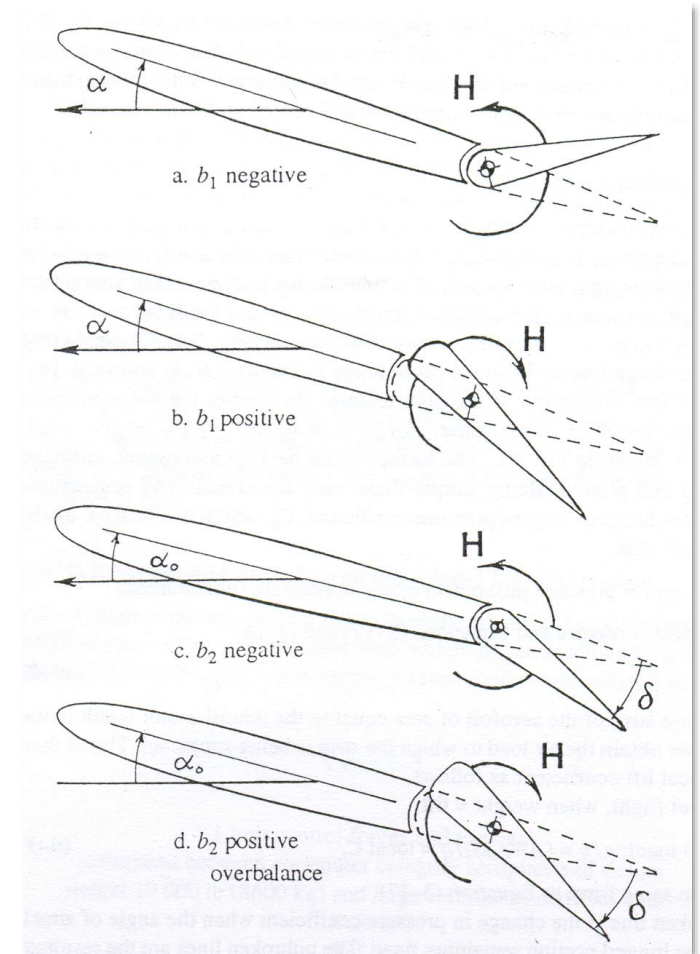


$$C'_{m_\alpha} = \left[C_{m_\alpha} - \frac{C_{m_{\delta_e}} C_{h_{e\alpha}}}{C_{h_{e\delta_e}}} \right] \alpha$$

Diagram illustrating the components of the derivative C'_{m_α} and their signs:

- C_{m_α} is boxed as <0 .
- $C_{m_{\delta_e}}$ is boxed as <0 .
- $C_{h_{e\alpha}}$ is boxed as <0 .
- $C_{h_{e\delta_e}}$ is boxed as <0 .
- The overall term in brackets is boxed as $b_1 < 0$.

Normalmente espera-se redução de estabilidade com os comandos livres



- Assim como foi definido o ponto neutro para comandos fixos, podemos definir para comandos livres

$$C'_{m_\alpha} = C'_{L_\alpha} (h - h_{PN_{free}}) \quad \text{com} \quad a' = C'_{L_\alpha} = C_{L_\alpha} - \frac{C_{L_{\delta_e}} C_{he_\alpha}}{C_{he_{\delta_e}}}$$

$$C'_{m_\alpha} = C_{m_\alpha} - \frac{C_{m_{\delta_e}} C_{he_\alpha}}{C_{he_{\delta_e}}}$$

- De onde podemos definir o ponto neutro com comandos livres

$$h_{PN_{free}} = h_{PN} + \frac{C_{he_\alpha} C_{L_{\delta_e}}}{a' C_{he_{\delta_e}}} (h_{PN} - h) - \frac{a_e C_{he_\alpha}}{a' C_{he_{\delta_e}}} \bar{V}_H$$

- e a estabilidade é reduzida já que

$$h_{PN} > h_{PN_{free}}$$

a_e = Eficiência do profundor
(inclinação da curva $C_{L_{trim}} \times \delta_e$)

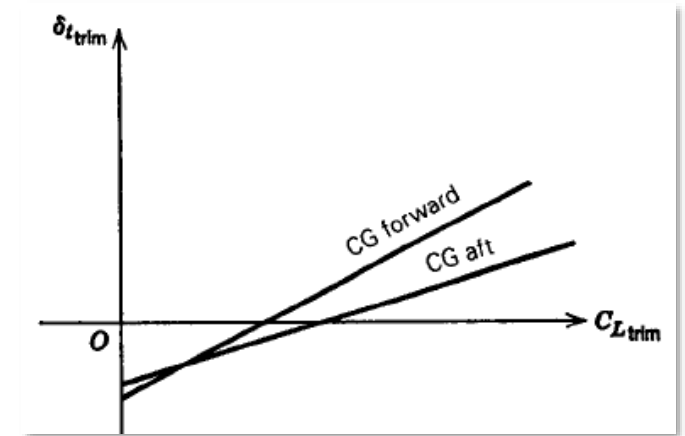
- Determinamos anteriormente o ângulo de profundor para manter a aeronave trimada ($\delta_{e_{trim}}$)
- Determinamos também o ângulo de equilíbrio do profundor para a condição de comandos livres ($\delta_{e_{free}}$)
- Se para uma determinada condição de voo $\delta_{e_{trim}} \neq \delta_{e_{free}}$ é necessário que o piloto aplique um esforço no manche para manter a aeronave trimada.
- O uso de compensadores leva à condição em que $\delta_{e_{trim}} = \delta_{e_{free}}$

- Quando C_m e o momento de dobradiça forem zero (aeronave trimada e superfície de controle na posição de equilíbrio)

$$\delta_{t_{trim}} = \frac{-1}{C_{he\delta_t}} \left[C_{he_0} + \frac{C_{m_0}}{\det[C]} (C_{he\alpha} C_{L\delta_e} - C_{L\alpha} C_{he\delta_e}) + \frac{C_{L_{trim}}}{\det[C]} (C_{he\alpha} C_{m\delta_e} - C_{m\alpha} C_{he\delta_e}) \right] = f(C_{L_{trim}})$$

- Com a condição de comandos livre pode se provar que

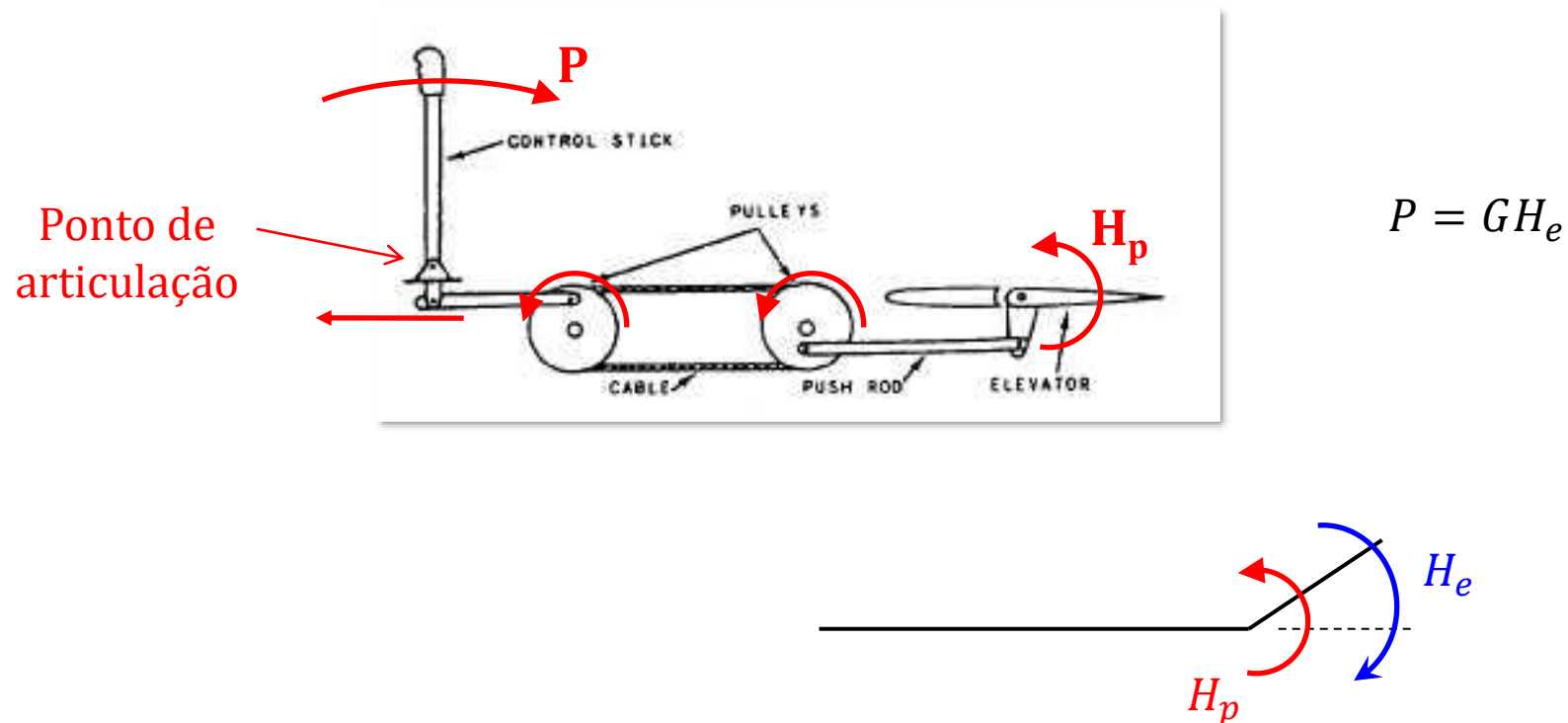
$$C_{he\alpha} C_{m\delta_e} - C_{m\alpha} C_{he\delta_e} = -a' C_{he\delta_e} (h - h_{PN})$$

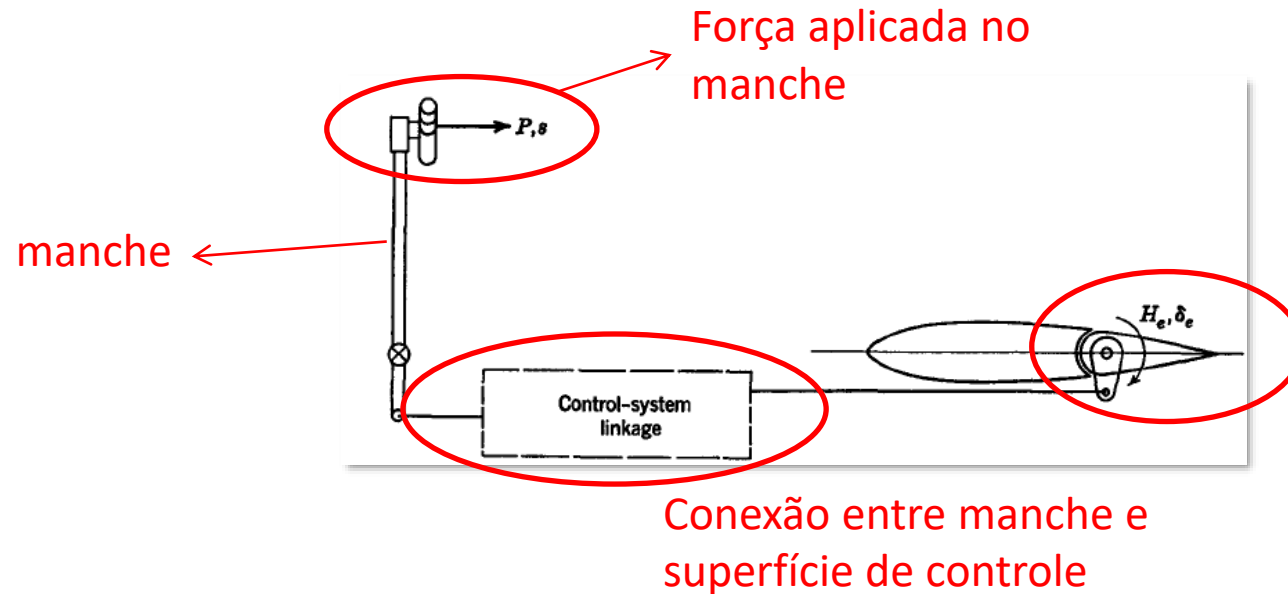


- Logo:

$$\delta_{t_{trim}} = \frac{-1}{C_{he\delta_t}} \left[C_{he_0} + \frac{C_{m_0}}{\det[C]} (C_{he\alpha} C_{L\delta_e} - C_{L\alpha} C_{he\delta_e}) - a' \frac{C_{he\delta_e}}{\det[C]} (h - h_{PN}) C_{L_{trim}} \right]$$

- Para manter uma determinada superfície de controle em uma determinada posição (ângulo) em uma condição de voo qualquer é necessário equilibrar o momento aerodinâmico na articulação, aplicando-se um torque mecânico (H_p) ou mesmo aerodinâmico de mesma intensidade e sentido oposto.





- Considerando um deslocamento pequeno e quase-estático a partir de uma condição de equilíbrio:

$$Pds + dW_b + H_e d\delta_e = 0$$

P – Força aplicada pelo piloto

s – deslocamento do manche

W_b - trabalho realizado pelo sistema auxiliar (hidráulico, por exemplo)

H_e - momento de articulação

δ_e - deslocamento da superfície (profundor, por exemplo)

- Para um sistema reversível (G_1) um movimento da superfície de controle resulta diretamente de um movimento realizado no manche pelo piloto.
- Para um sistema irreversível (G_2) diminui o valor de G , ou seja, reduz a força que o piloto tem que aplicar ao manche

$$H_e = \frac{1}{2} \rho V^2 C_{he} S_e \bar{c}_e$$

- O valor do coeficiente de momento de dobradiça para uma posição qualquer do compensador

$$C_{he} = C_{he_0} + C_{he_\alpha} \alpha_{trim} + C_{he_{\delta_e}} \delta_{e_{trim}} + b_3 \delta_t = b_3 (\delta_t - \delta_{t_{trim}})$$

- Da expressão anteriormente determinada:

$$\delta_{ttrim} = \frac{-1}{C_{he\delta_t}} \left[C_{he_0} + \frac{C_{m_0}}{\det[C]} (C_{he\alpha} C_{L\delta_e} - C_{L\alpha} C_{he\delta_e}) - a' \frac{C_{he\delta_e}}{\det[C]} (h - h_{PN}) C_{Ltrim} \right]$$

- Pode-se determinar o momento de articulação como:

$$C_{he} = b_3 \delta_t + C_{he_0} + \frac{C_{m_0}}{\det[C]} (C_{he\alpha} C_{L\delta_e} - C_{L\alpha} b_2) - \frac{a' b_2}{\det[C]} (h - h_{PN}) C_{Ltrim}$$

$$\begin{aligned} b_0 &= C_{he_0} \\ b_1 &= C_{he\alpha_s} \\ b_2 &= C_{he\delta_e} \\ b_3 &= C_{he\delta_t} \end{aligned}$$