



*Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica*

PME-3210 - Mecânica dos Sólidos I

Aula #05

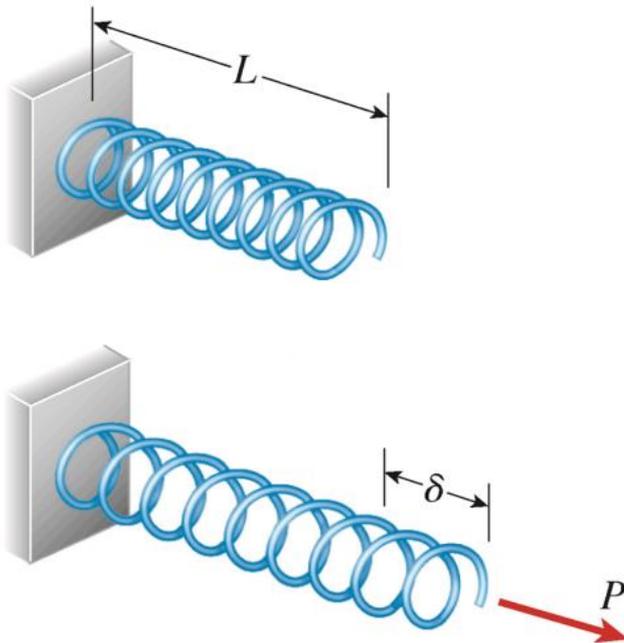
Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

05/04/22



2.2 Mudança nos comprimentos de membros carregados axialmente

Molas



Lei de Hooke:

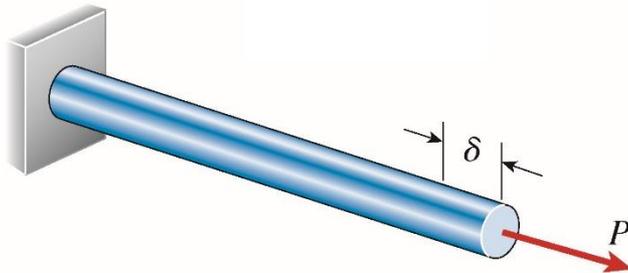
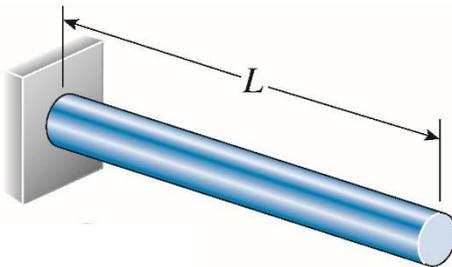
$$P = k \delta \quad k \rightarrow \text{rigidez}$$

$$\delta = f P \quad f \rightarrow \text{flexibilidade}$$

$$(f = 1/k)$$



Barras prismáticas



$$\sigma = E\varepsilon$$

$$P = \sigma A \Rightarrow P = EA \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} \Rightarrow \boxed{P = \frac{EA}{L} \delta}$$

$$P = k \delta$$

$$k = \frac{EA}{L} \Rightarrow \text{rigidez}$$

$$\delta = f P$$

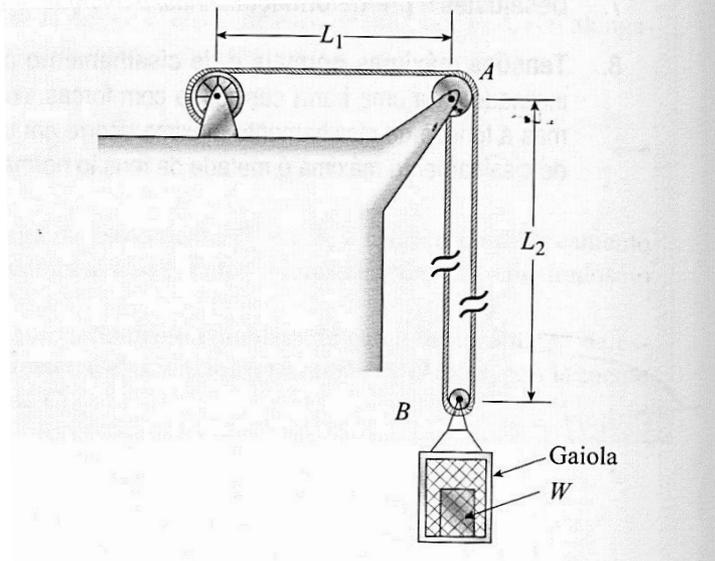
$$f = \frac{1}{k} = \frac{L}{EA} \Rightarrow \text{flexibilidade}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

2.2-4 Por qual distância h a gaiola ilustrada na figura se moverá para baixo quando o peso W for colocado dentro dela? (Veja a figura.)

Considere apenas os efeitos do estiramento do cabo, que tem rigidez axial $EA = 10.700 \text{ kN}$. A roldana em A tem diâmetro $d_A = 300 \text{ mm}$ e a roldana em B tem diâmetro $d_B = 150 \text{ mm}$. Além disso, a distância $L_1 = 4,6 \text{ m}$, a distância $L_2 = 10,5 \text{ m}$ e o peso $W = 22 \text{ kN}$. (*Observação:* ao calcular o comprimento do cabo, inclua as partes do cabo que passam ao redor das roldanas A e B .)



$$\delta = \frac{TL}{EA}$$

$$h = \frac{\delta}{2}$$

$$T = \frac{W}{2} = 11 \text{ kN}$$

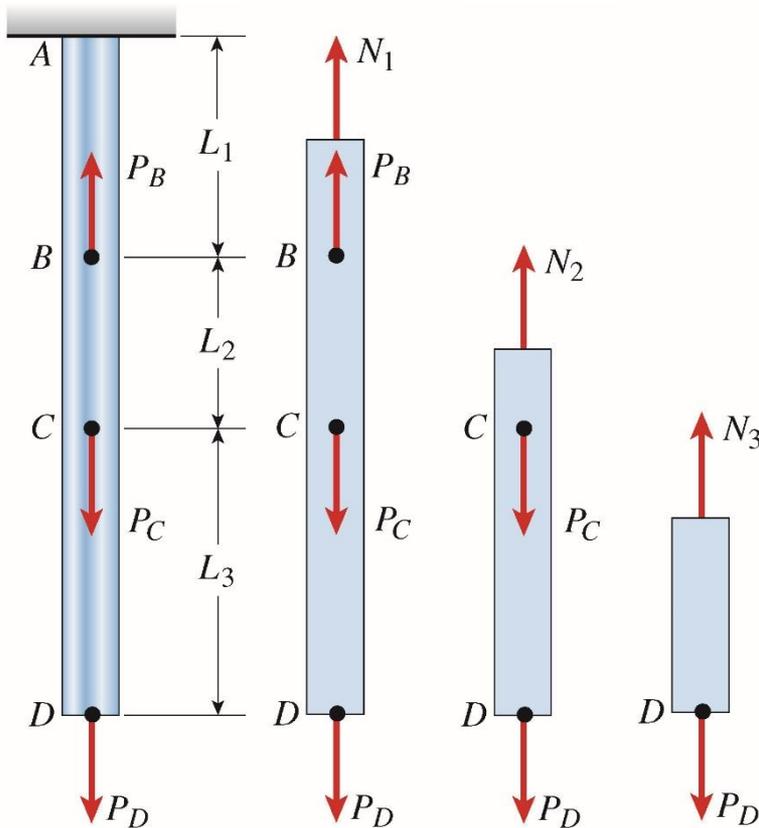
$$L = L_1 + 2L_2 + \frac{1}{4}\pi d_A + \frac{1}{2}\pi d_B = 26,07 \text{ m}$$

$$\Rightarrow h = 13,4 \text{ mm}$$



2.3 Mudança nos comprimentos de barras não-uniformes

Barras com cargas axiais intermediárias



Equilíbrio:

$$N_1 = -P_B + P_C + P_D$$

$$N_2 = -P_C + P_D$$

$$N_3 = P_D$$

Variação do comprimento dos trechos:

$$\delta_1 = \frac{N_1 L_1}{EA} \quad \delta_2 = \frac{N_2 L_2}{EA}$$

$$\delta_3 = \frac{N_3 L_3}{EA}$$

Variação do comprimento da barra:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = \sum_{i=1}^3 \delta_i$$

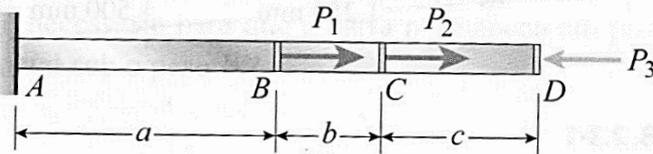


Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

2.3-3 Uma barra de aço AD (veja a figura) tem uma área de seção transversal de 260 mm^2 e está carregada por forças $P_1 = 12 \text{ kN}$, $P_2 = 8 \text{ kN}$ e $P_3 = 6 \text{ kN}$. Os comprimentos dos segmentos da barra são $a = 1,5 \text{ m}$, $b = 0,6 \text{ m}$ e $c = 0,9 \text{ m}$.

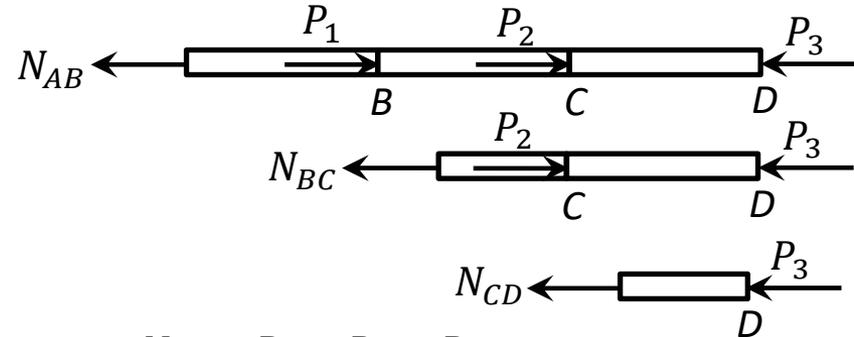
(a) Assumindo que o módulo de elasticidade $E = 210 \text{ GPa}$, calcule a variação no comprimento δ da barra. A barra sofre alongamento ou encurtamento?

(b) O quanto a carga P_3 deve ser aumentada de forma que a barra não tenha seu comprimento modificado quando as três cargas forem aplicadas?



$$\delta = \sum_{i=1}^n \frac{N_i L_i}{EA}$$

$$\delta = \frac{1}{EA} (N_{AB} L_{AB} + N_{BC} L_{BC} + N_{CD} L_{CD})$$



$$\Rightarrow N_{AB} = P_1 + P_2 - P_3$$

$$\Rightarrow N_{BC} = P_2 - P_3$$

$$\Rightarrow N_{CD} = -P_3$$

$$\delta = \frac{1}{EA} [(P_1 + P_2 - P_3) a + (P_2 - P_3) b - P_3 c]$$

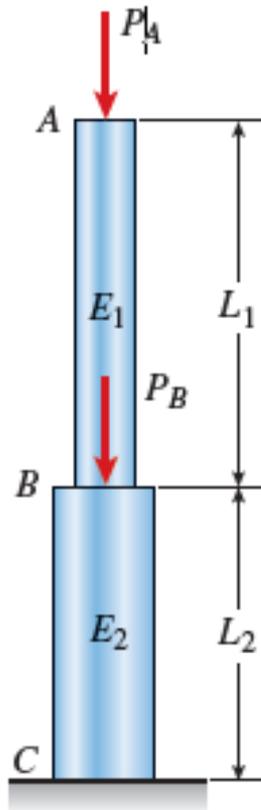
a) $\delta = 0,308 \text{ mm}$ (aumento de comprimento)

b)
$$P_3 = \frac{P_1 a + P_2 (a + b)}{a + b + c}$$

$$P_3 = 11,6 \text{ kN} \Rightarrow \Delta P = 5,6 \text{ kN}$$



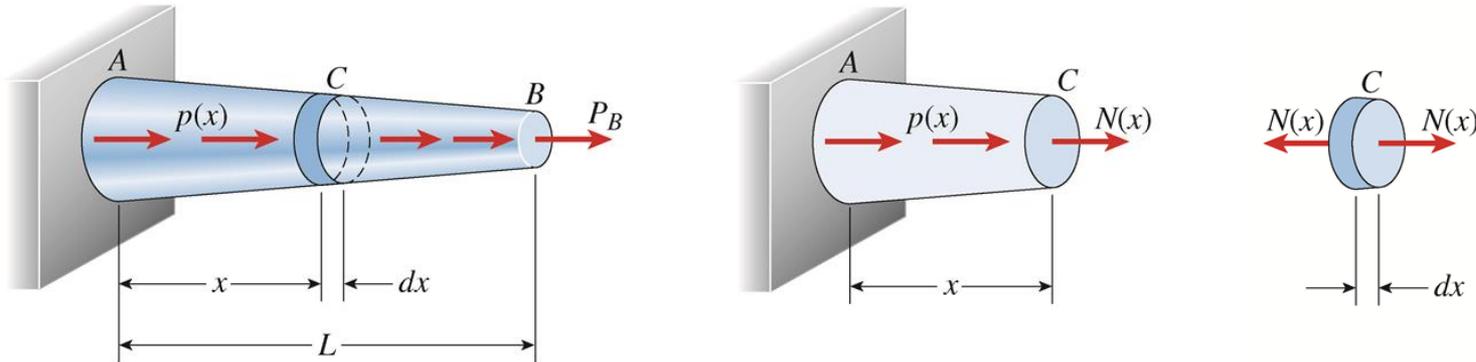
Barras formada por segmentos prismáticos



$$\delta = \sum_{i=1}^n \frac{N_i L_i}{E A_i}$$



Barras com variação contínua de cargas e/ou dimensões



$$d\delta = \frac{N(x)dx}{EA(x)}$$

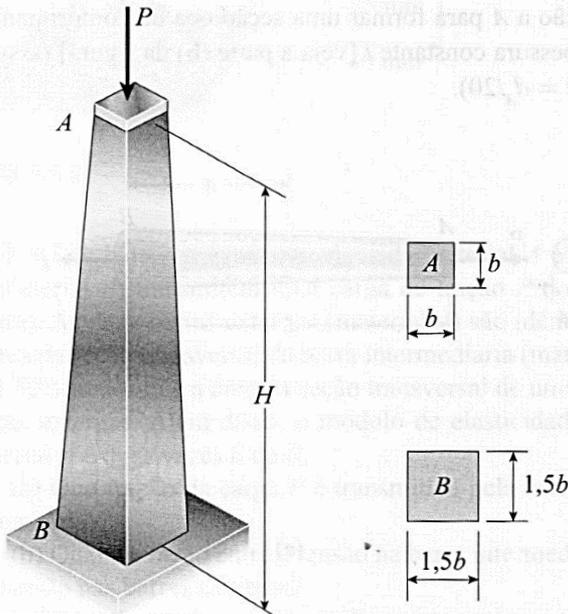
$$\delta = \int_0^L d\delta \Rightarrow \delta = \int_0^L \frac{N(x)dx}{EA(x)}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo Departamento de Engenharia Mecânica

***2.3-14** Um poste AB que sustenta equipamentos em um laboratório é afilado uniformemente ao longo de sua altura H (veja a figura). As seções transversais do poste são quadradas, com dimensões $b \times b$ no topo e $1,5b \times 1,5b$ na base.

Deduza uma fórmula para o encurtamento do poste δ devido à carga compressiva P que atua no topo (assuma que o ângulo de afilamento é pequeno e desconsidere o peso do poste).



$$\delta = \int_0^H \frac{N(x)}{EA(x)} dx = \frac{P}{E} \int_0^H \frac{1}{A(x)} dx$$

$$A(x) = b^2(x)$$

$$b(x) = b \left(1 + \frac{1}{2} \frac{x}{H} \right)$$

$$\delta = \frac{P}{Eb^2} \int_0^H \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{2} \frac{x}{H} \right)^2} dx = -\frac{P}{Eb^2} 2H \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{x}{H}} \right)_0^H$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{2PH}{3Eb^2}$$



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

Referência:

Gere, J.M., Goodno, B.J. Mecânica dos Materiais – Tradução da 7ª edição norte-americana. Cengage Learning, 2010, 860p, Capítulo 2.