Geometria Analítica

Prof. Dr. Lucas Barboza Sarno da Silva

LISTA DE EXERCÍCIOS

1. Provar que $\vec{u}+\vec{v}$ e $\vec{u}-\vec{v}$ serão LI se, e somente se, $\vec{u}$ e $\vec{v}$ também o forem.

2. Prove que $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ é LD, quaisquer que sejam $\vec{u},\vec{v}$ e $\vec{w}$.

   a) $\vec{a}=2\vec{u}+4\vec{v}+\vec{w}$, $\vec{b}=-\vec{u}+\vec{v}/2+3\vec{w}/4$, $\vec{c}=\vec{v}+\vec{w}/2$

   b) $\vec{a}=\vec{u}+2\vec{v}-\vec{w}$, $\vec{b}=2\vec{u}-3\vec{v}+\vec{w}$, $\vec{c}=7\vec{v}-3\vec{w}$

3. Sejam $\vec{a}=\vec{u}+\vec{w}$, $\vec{b}=2\vec{u}+\vec{v}-\vec{w}$ e $\vec{c}=\vec{v}-2\vec{w}$. Prove que $(\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ é LI $\Leftrightarrow$ $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$ é LI.

4. Verifique se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são LI ou LD.

   a) $\vec{u}=(0,1,0)$, $\vec{v}=(1,0,1)$

   b) $\vec{u}=(0,1,1)$, $\vec{v}=(0,3,1)$

   c) $\vec{u}=(0,11,1)$, $\vec{v}=(0,-22,-2)$

5. Verifique se $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ são LI ou LD.

   a) $\vec{u}=(1,0,0)$, $\vec{v}=(200,2,1)$, $\vec{w}=(300,1,2)$

   b) $\vec{u}=(1,-1,2)$, $\vec{v}=(-3,4,1)$, $\vec{w}=(1,0,9)$

   c) $\vec{u}=(1,2,1)$, $\vec{v}=(1,-1,-7)$, $\vec{w}=(4,5,-4)$

6. Sejam $\vec{u}=\overrightarrow{PA}$, $\vec{v}=\overrightarrow{PB}$, $\vec{w}=\overrightarrow{PC}$. Prove que:

   a) P, A, B e C são coplanares $\Leftrightarrow$ $(\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ é LD

   b) P, A e B são colineares $\Leftrightarrow$ $(\vec{u},\vec{v})$ é LD

7. Sejam π um plano, e $\vec{u},\vec{v}$, vetores LI paralelos a π. Mostre que todo vetor $\vec{w}$ paralelo a π pode ser escrito, de modo único, como combinação linear de $\vec{u},\vec{v}$.

8. Seja $E = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3})$ uma base ortonormal. Calcule $\|\vec{u}\|$, nos casos:

a) $\vec{u} = (1,1,1)_E$

b) $\vec{u} = -\overrightarrow{e_1} + \overrightarrow{e_2}$

c) $\vec{u} = 3\overrightarrow{e_1} + 4\overrightarrow{e_3}$

d) $\vec{u} = -4\overrightarrow{e_1} + 2\overrightarrow{e_2} - \overrightarrow{e_3}$

9. Fixada uma base, sejam os vetores $\vec{u} = (2, 1, 3)$, $\vec{v} = (0, 1, -1)$, $\vec{w} = (4, 5, 3)$.

a) Calcular $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}$

b) Determinar a e b de modo que $a\vec{u} + b\vec{v} = \vec{w}$

10. Dada a base $E = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3})$, sejam:

$$\overrightarrow{f_1} = \overrightarrow{e_1} - \overrightarrow{e_2} - \overrightarrow{e_3}$$

$$\overrightarrow{f_2} = \overrightarrow{e_1} + 2\overrightarrow{e_2} + \overrightarrow{e_3}$$

$$\overrightarrow{f_3} = 2\overrightarrow{e_1} + \overrightarrow{e_2} + 4\overrightarrow{e_3}$$

a) Verificar se $F = (\overrightarrow{f_1}, \overrightarrow{f_2}, \overrightarrow{f_3})$ é uma base.

b) Sendo $\vec{v} = 3\overrightarrow{e_1} - 5\overrightarrow{e_2} + 4\overrightarrow{e_3}$, achar as coordenadas de $\vec{v}$ na base F.