



Universidade de São Paulo
Curso: Licenciatura em Pedagogia

EDM0615 – Educação Matemática

Aspectos da Construção do Número

CONTAGEM

Uma das atividades humanas mais “simples”.

As crianças chegam à escola sabendo algo sobre matemática.

- O que é contar?
- Como as crianças contam?
- Em que sentido a contagem é útil?

CONTAGEM

- Para contar, as crianças precisam: lembrar os nomes dos números, contar cada objeto do conjunto uma vez e apenas uma vez, entender que o número de objetos no conjunto é representado pelo último número que produzem quando contam o conjunto (NUNES, BRYANT, 1997, p. 36).
- As crianças precisam aprender para que serve a contagem. Resolver problemas como: se há cadeiras suficientes para pessoas vindo para uma festa de aniversário ou certificar-se de que todos recebam o mesmo número de doces.

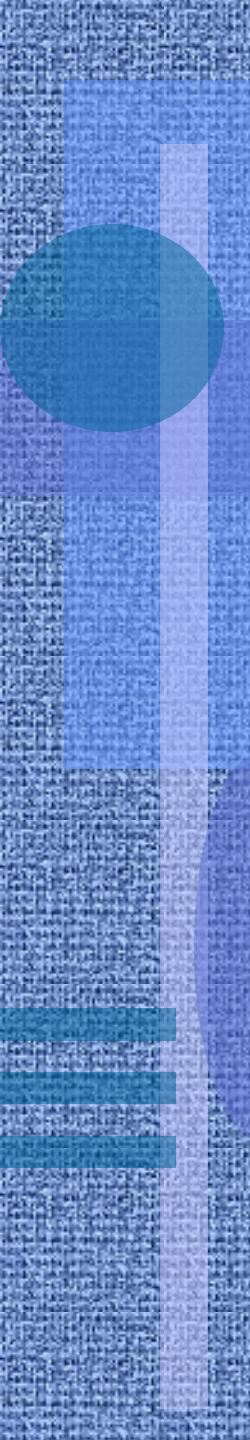
Contagem:

Quantos objetos existem?

Ações gerais: a) separar os objetos que serão contados daqueles que não serão; b) ordenar os objetos para não esquecer nenhum ou contar mais de uma vez um mesmo objeto; c) ordenar os nomes, utilizando-os na sucessão convencional; d) estabelecer a correspondência biunívoca e recíproca nome-objeto; e) entender que a quantidade total de uma coleção é expressa por um único nome (RANGEL, 1992).

CONTAGEM: 3 princípios

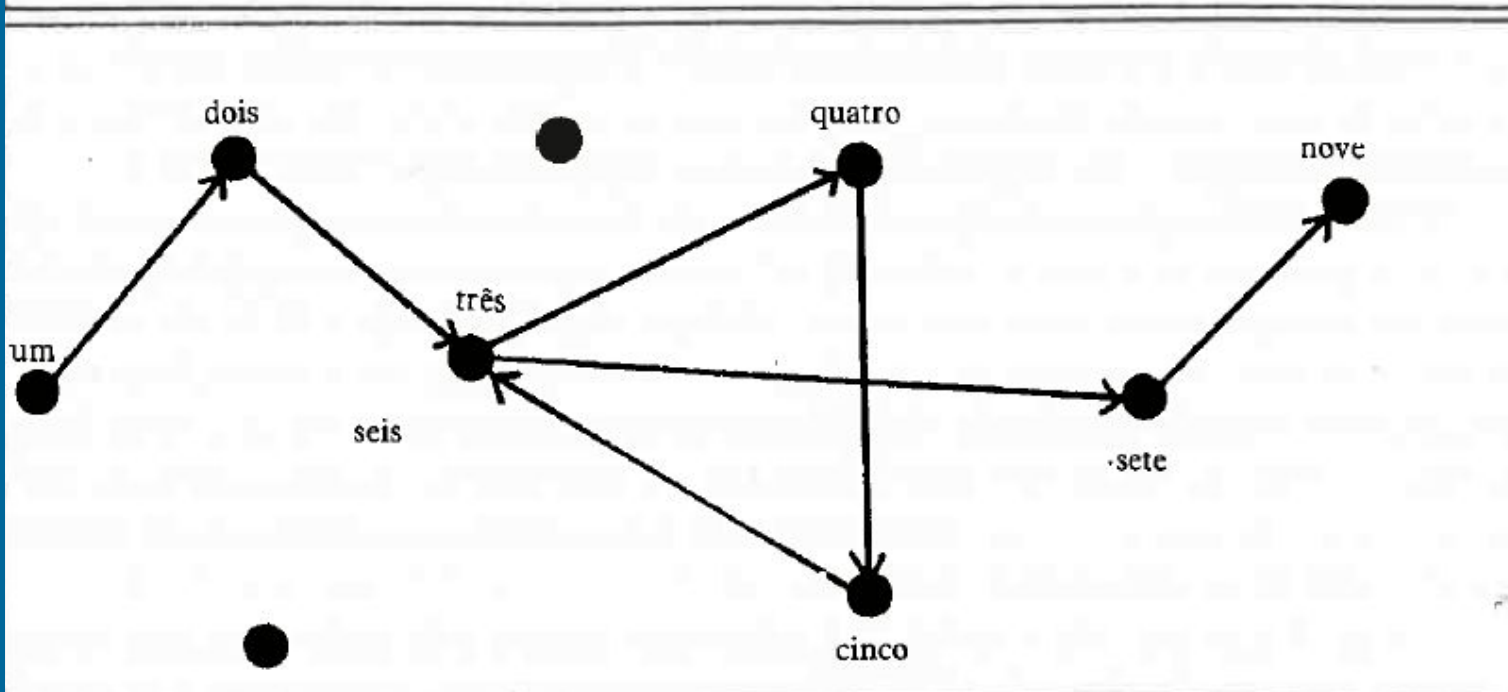
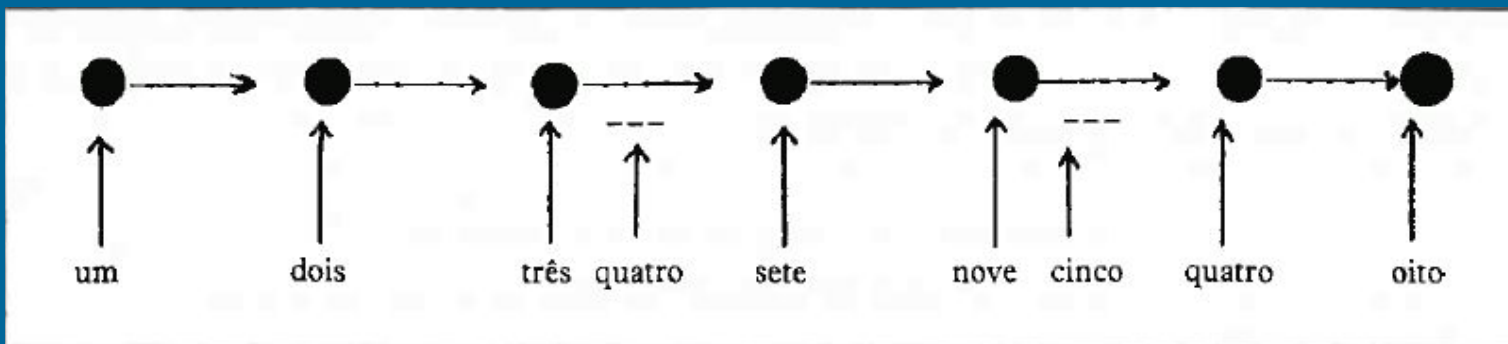
- 1) Correspondência termo-a-termo: associar cada número a um objeto do conjunto.
- 2) Ordem constante: produzir nomes dos números na mesma ordem a cada vez que se conta.
- 3) Cardinalidade (aspecto cardinal do número): o total de objetos corresponde ao último nome de número na contagem.



“... a ordem na qual os objetos são contados (esquerda para a direita, direita para a esquerda, do meio para fora) não faz diferença em absoluto. O número final (chamado de número cardinal) é o número de objetos no conjunto. Esse é o número que relaciona esse conjunto de objetos a outros conjuntos. Se há seis objetos no conjunto, então ele tem o mesmo número que qualquer outro conjunto com seis objetos: seja qual for o arranjo físico desses conjuntos, eles são iguais em número ao conjunto que a criança recém contou” (NUNES, BRYANT, 1997, p. 21).

O que pode acontecer quando as crianças contam?

1ª fase de contagem: a criança faz imitações iniciais, sem quantificar. Numeração verbal faltando ou repetindo nomes.



2ª fase: início de quantificação pela contagem (quantos tem?), mas sem ter a quantidade total expressada por um único nome (1, 2, 3, 4, 5, 6, e não, tem seis fichas).

Faz a correspondência dedo-objeto e nome-objeto.

-Numeração verbal correta (Ensinar? Convenção).

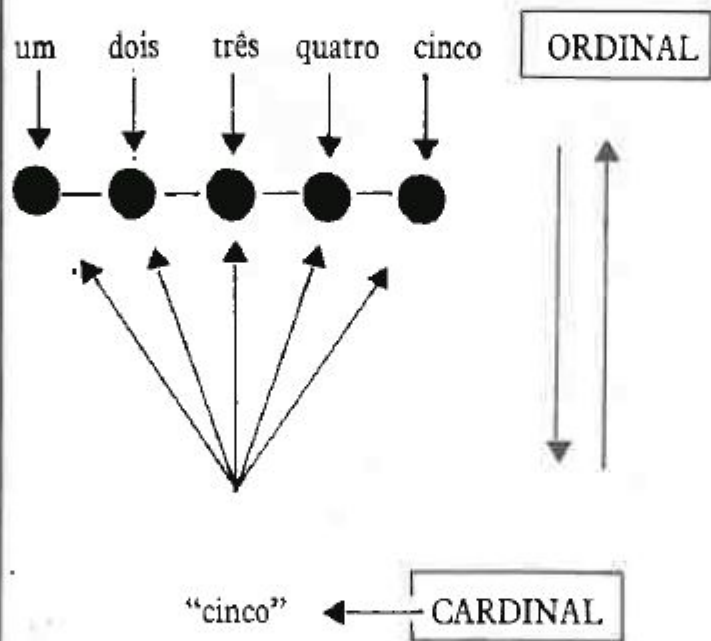
3ª fase: a criança é capaz de nomear a quantidade total por um único nome, mas sem a fazer a inclusão hierárquica do número.

Onde tem 6 fichas? Aponta para o 6. OU

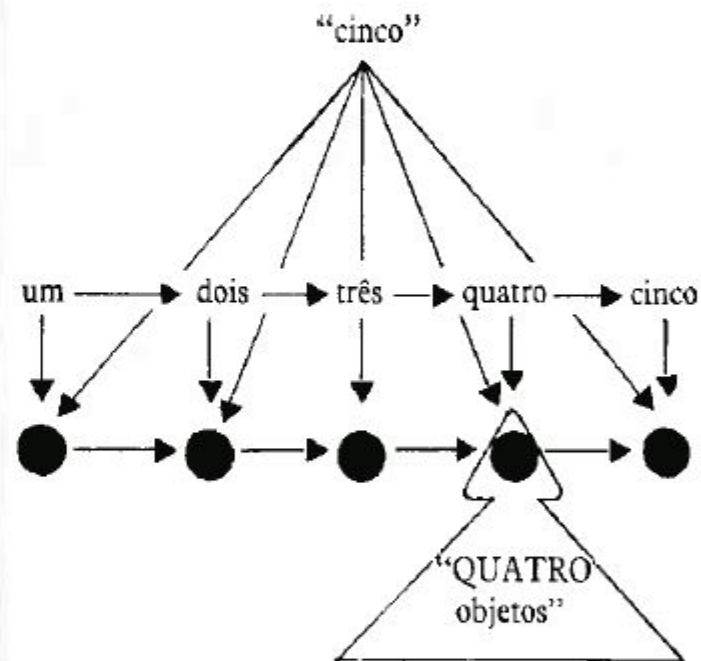
Onde tem 6 fichas? Mostra todas as 6 fichas ou “seeeis”. Onde tem 4 fichas? Aponta para o 4. (A criança ouve: “Qual é a quarta ficha?”)

-Coordenação entre os aspectos cardinal e ordinal do número é **qualitativa**, baseada na percepção. Não há diferenciação entre esses aspectos.

QUANTAS FICHAS TEM AO TODO?



MOSTRA AONDE TEM QUATRO FICHAS



4ª fase: a criança faz a inclusão hierárquica. Opera satisfatoriamente com uma coleção e subcoleções.

- Onde tem mais fichas, em quatro ou três fichas? "Em quatro".
- Coordenação entre os aspectos ordinal e cardinal do número é de caráter **quantitativo**, **numérico** ($4 > 3$).

Algumas atividades

- Contar uma coleção de objetos em diferentes disposições: linha reta (ponto inicial, ponto final e caminho definidos), em círculo (comecei por qual ficha mesmo?), espalhadas sobre a mesa (organizar antes? Mover para o lado com o dedo - Princípio da correspondência é garantido).
- Fazer julgamentos sobre o modo como um fantoche conta, tendo em vista os 3 princípios. Mais sucesso aqui.

Algumas atividades

-Colocar o mesmo tanto de fichas de um conjunto dado. Estratégias: contagem e equivalência (global e correspondência termo-a-termo).

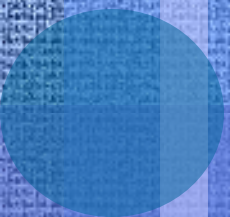
Utilidade da contagem para produzir conjuntos equivalentes.

Crianças podem saber contar, mas podem não usar esta estratégia para outras tarefas (inferências transitivas, Nunes e Bryant, p. 52).

Correspondência termo a termo

Operação necessária para a conservação do número (invariância).

“A conservação acontece quando a criança percebe que um número permanece idêntico a si mesmo, independente da disposição das unidades que o compõem” (RANGEL, 1992, p. 124).



“Entender conservação é saber que o número de um conjunto de objetos pode apenas ser mudado por adição ou subtração: todas as outras mudanças são irrelevantes. Se você tira seis laranjas de um saco e as espalha sobre uma mesa haverá ainda seis laranjas lá, embora seu arranjo espacial tenha mudado drasticamente” (NUNES, BRYANT, 1997, p. 21).

“ A criança é capaz de contar bem no sentido de que os números certos são produzidos na ordem certa, mas a criança não entenderá o significado desses números até que tenha compreendido a conservação” (p. 22).

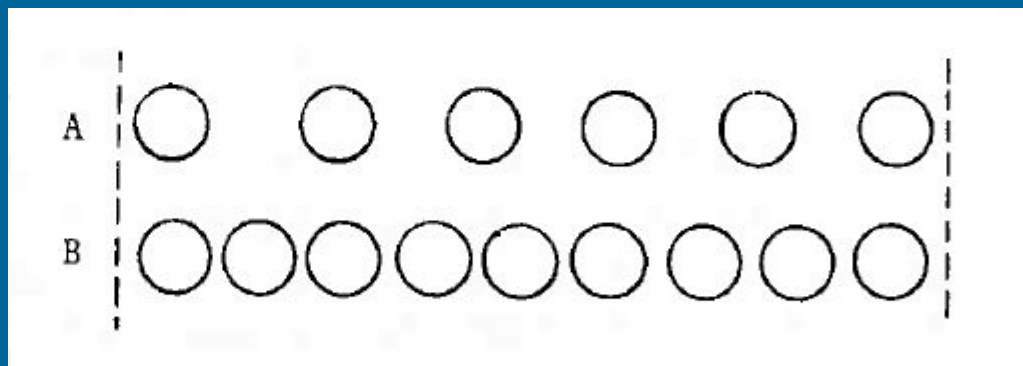
Saber contar não significa quantificar: “as crianças que não captaram a conservação não terão qualquer noção de número cardinal” (p. 22).

Níveis de correspondência termo-a-termo

Níveis da correspondência:

1º nível: correspondência global.

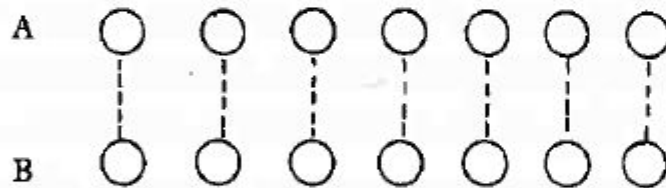
- Colocar o mesmo tanto de fichas: percebe o comprimento da fila (p. 125).
- Não coordena comprimento e densidade.



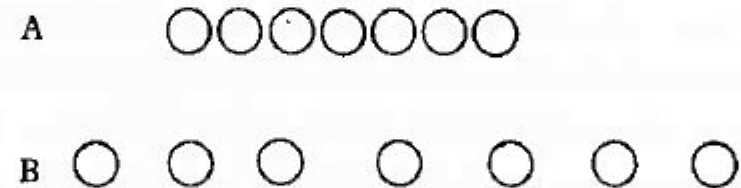
2º nível: correspondência intuitiva (espontânea)

-Inicialmente, coordena comprimento e densidade: uma ficha na frente da outra.

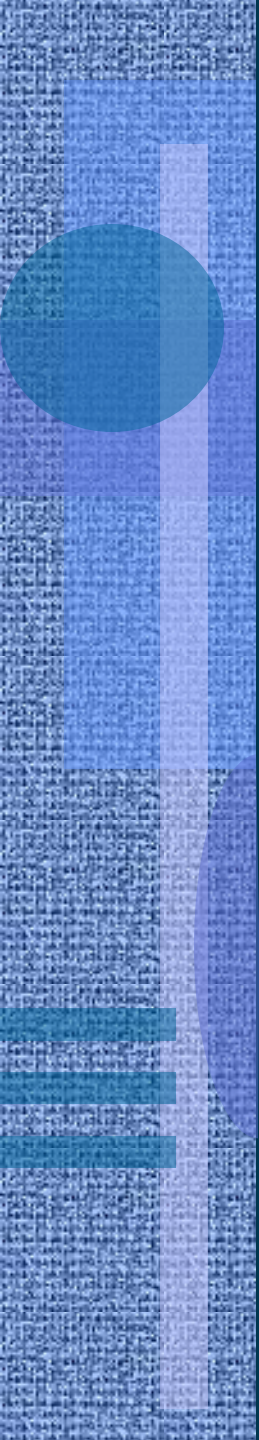
-Se afastar as fichas de uma fila, a coordenação é rompida. “Existem mais fichas na fila mais comprida, porque ela é maior” ou “Existem mais fichas na fila menor porque tá mais juntinha”. Correspondência qualitativa, percepção.



A e B têm o mesmo tanto de fichas



B tem mais fichas porque é mais comprido



-Para haver a conservação deve acontecer a compensação entre comprimento e densidade. Reversibilidade operatória.

-"O que é preciso para ter a mesma quantidade?" Aproximar as fichas, colocando uma na frente da outra. Retorno empírico.

-Contar não garante a conservação.

-Oscilações entre conservar e não conservar.

3º nível: correspondência passa de qualitativa para numérica.

- Dados da percepção, espaciais, não influenciam.
- Onde tem mais fichas? “É igual, só afastou!”
Retorno mental.
- Igualização das diferenças: a criança garante a igualdade das séries pelo fato de sempre acrescentar um (o mesmo um). Comprimento e densidade não influenciam sua resposta (RANGEL, 1992, p. 130).



Conservação de quantidade **discreta**.

Conservação de quantidade **contínua**.

<https://www.youtube.com/watch?v=qyNGFOpR>

SE4

Consequência para a aprendizagem de frações.

- Importância de se fazer **relações** (simétricas e assimétricas - Piaget)
- Número se constitui da síntese da inclusão hierárquica e ordem.
- Para falar de ordem e inclusão hierárquica devemos falar de classificação e seriação.

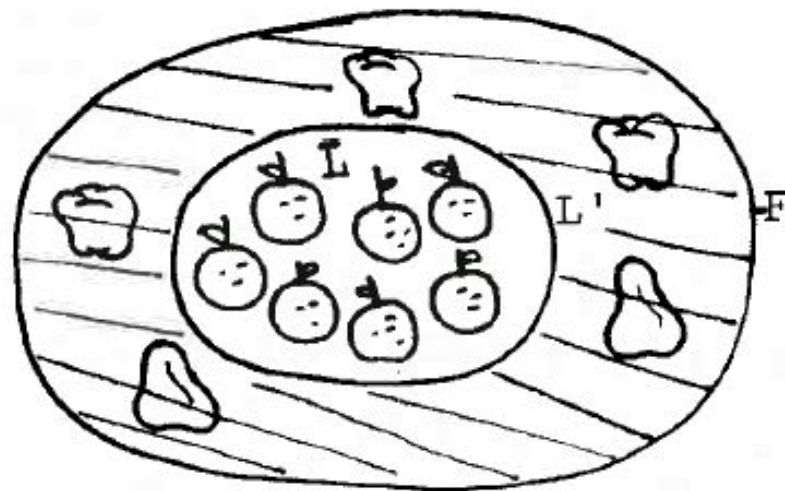
Relações simétricas dão origem à estrutura de Classificação

- Semelhança
- Simetria:
aproximar a de b = aproximar b de a
- Dois círculos, corpo humano, parábola

“Classificar é agrupar objetos de um dado universo, reunindo todos os que se parecem num determinado valor de atributo, separando-os dos que deles se distinguem neste mesmo atributo” (p.103).

A criança opera com a classificação (classifica) se coordena as ideias de compreensão (aspecto qualitativo da classe: ser ou não ser) e extensão (aspecto quantitativo da classe: todos e alguns).

- **Exemplo** das frutas e laranjas (p. 104).



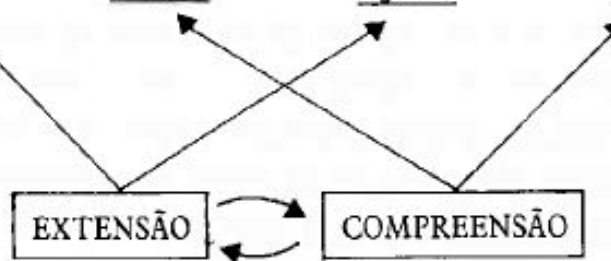
$$\begin{aligned}
 L + L' &= F \\
 F - L &= L' \\
 F - L' &= L \\
 L < F
 \end{aligned}$$

“Tirando das frutas (F) as laranjas (L), sobram as outras frutas que não são laranjas (L’)”

“Todas as laranjas são frutas, mas nem todas as frutas são laranjas, porque tem outras frutas que não são laranjas”

“Tem mais frutas do que laranjas”

“Todas as laranjas são algumas das frutas”



Assimilação
recíproca

Atividade 1:

Inventar um exemplo em que a estrutura de classificação esteja presente. Formar as 4 frases que indiquem a compreensão e a extensão da classe, para seu exemplo.

Níveis: tentativa de “classificar” as crianças.
Crítica à teoria de Piaget.

- Como as crianças podem reagir quando tentam classificar objetos?
- “Vamos arrumar os blocos juntando as peças que se parecem?”

Níveis:

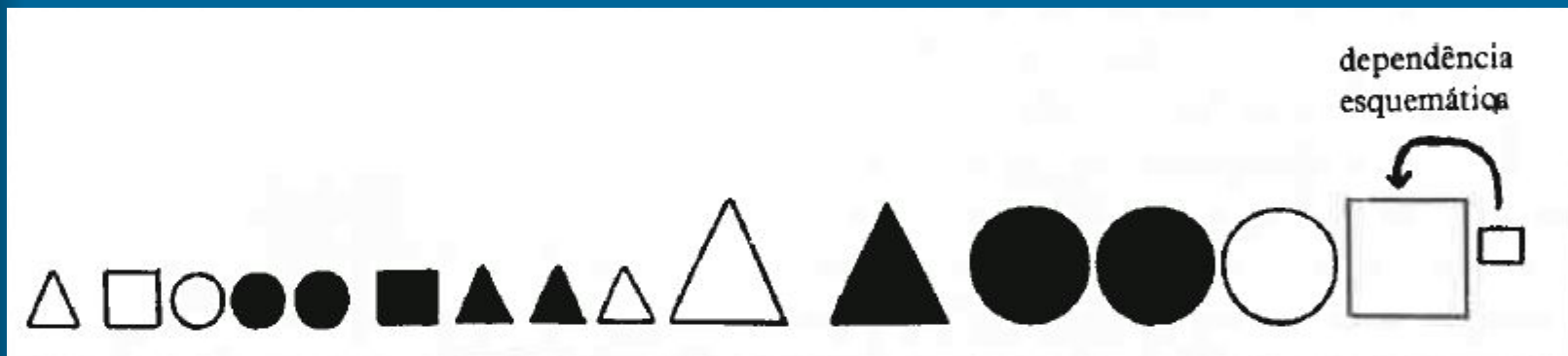
1) Pré-operatório (coleções figurais): a criança não faz a coordenação. Ora funciona a compreensão da classe, ora a extensão da classe.

- Predomínio da compreensão: Muda de atributo (critério de semelhança) a cada instante, de dois em dois. Não estende a aproximação a todos os objetos que possuem essa característica: pensa em um atributo, une dois, olha para o último e pega outro parecido porém segundo outro critério.

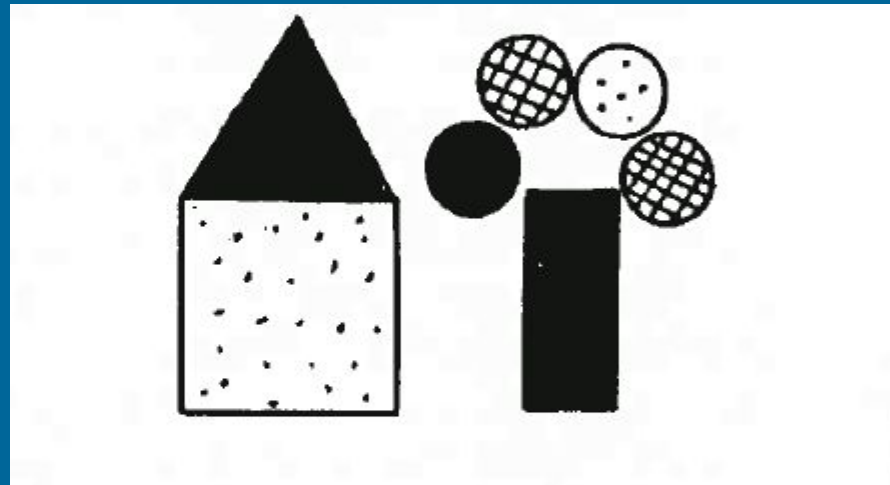
Níveis:

1) Pré-operatório (coleções figurais)

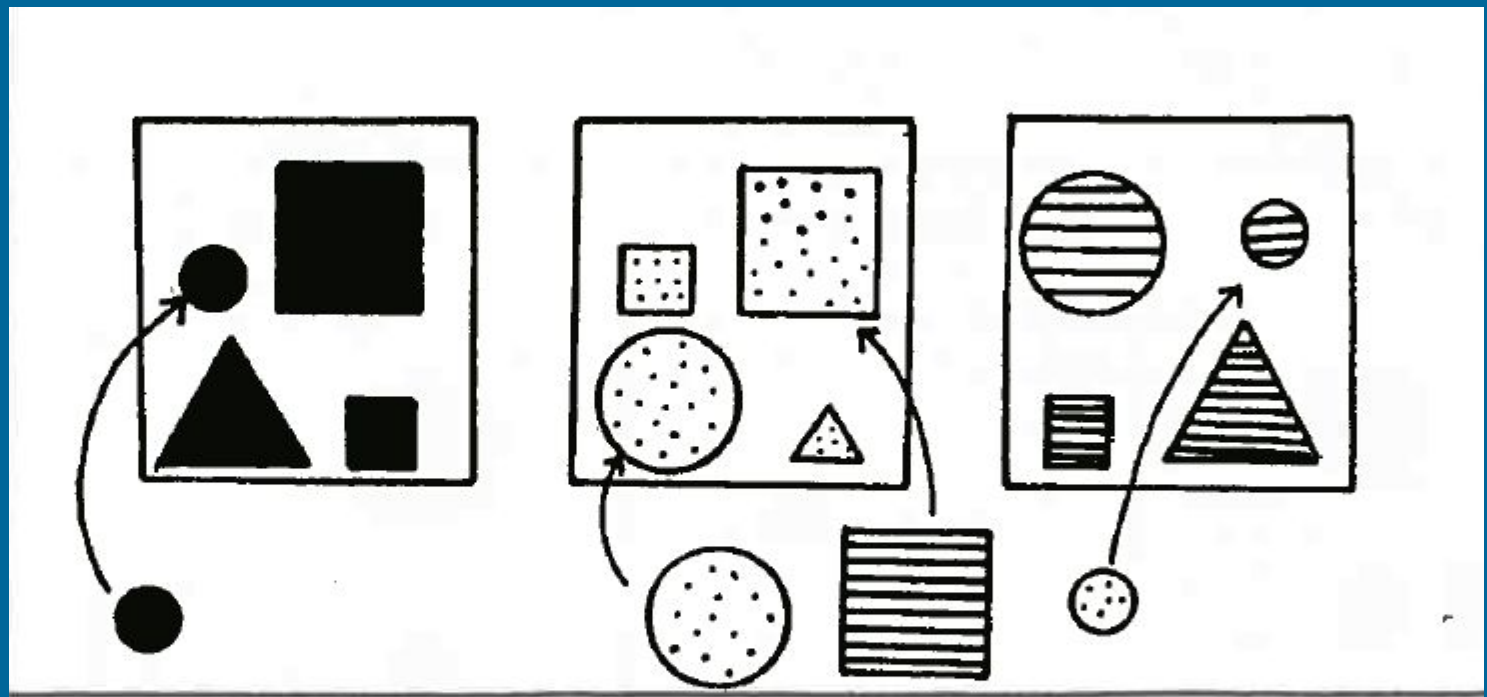
- Predomínio da compreensão: dependência esquemática.
- Um elemento faz parte do alinhamento por uma ligação (dependência) deste elemento a outro em função de um esquema de semelhança.



- Predomínio da extensão: Pertenças partitivas
Reúne objetos por conveniência, e não por um atributo comum entre os objetos, pensando na totalidade da figura. Exemplo: formar uma casa. O quadrado e o triângulo pertencem à totalidade, por serem suas partes, e não por serem parecidos. A semelhança entre as partes é ausente.

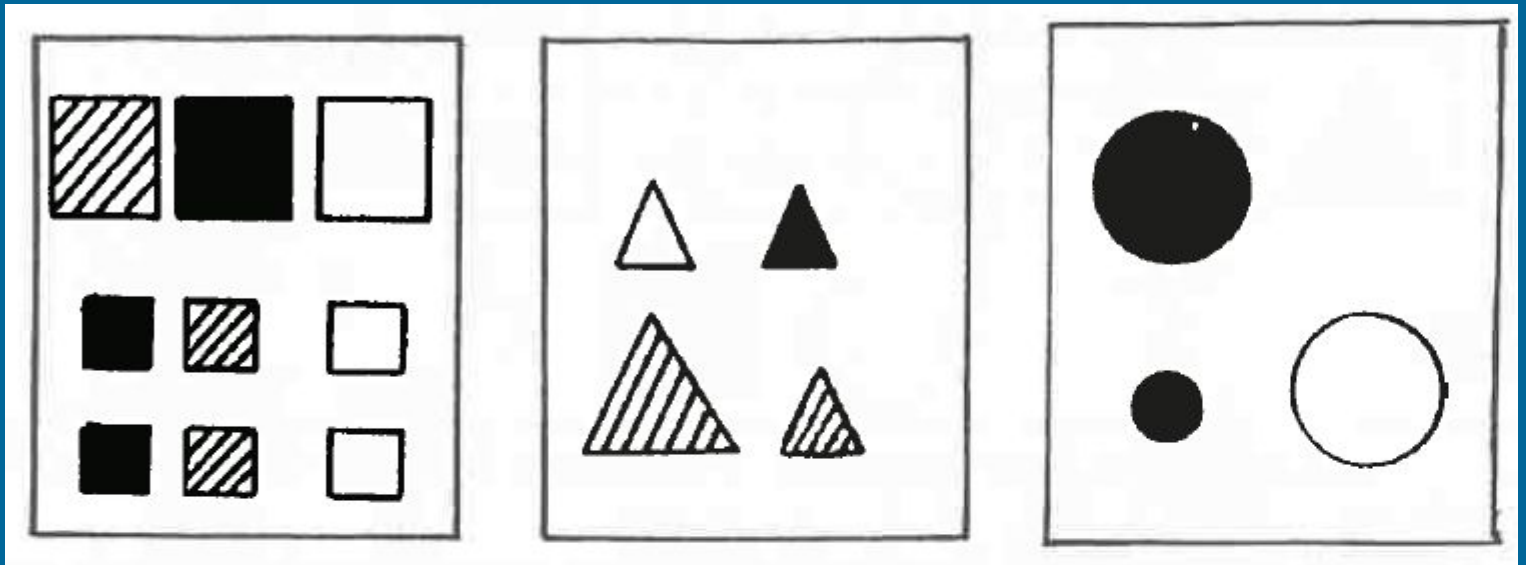


Na tentativa de classificação, ao separar os blocos em caixas, a criança aproximará um objeto de fora com um aleatório de dentro da caixa, sem antecipar o critério de semelhança.



2) Coleções não-figurais: a criança começa a coordenar a compreensão e a extensão da classe, mas não faz ainda a síntese.

- Consegue fazer a separação dos blocos segundo um critério, e o antecipa: aqui vou colocar os quadrados, ... Classificar segundo outro critério é mais complicado.

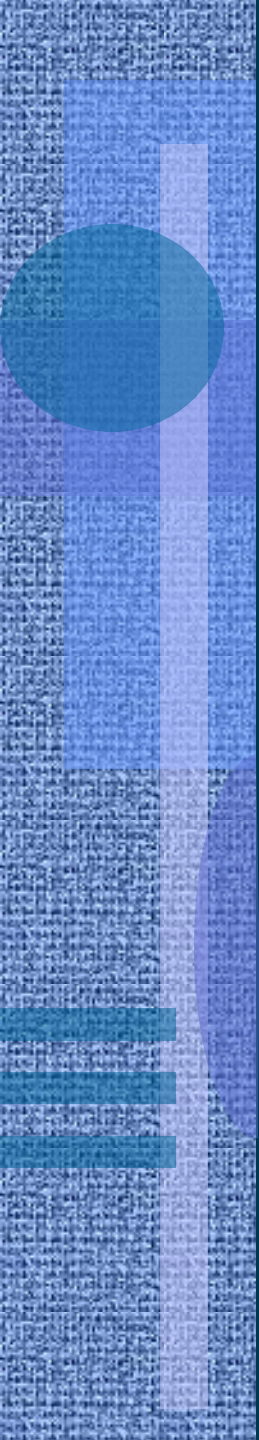


- Pertencas inclusivas: dado um objeto, a criança sabe dizer se pertence ou não à uma coleção, segundo um critério determinado antecipadamente (na caixa existem só quadrados e todos os quadrados).

- Não concebe a inclusão das partes no todo: não relaciona a classe dos quadrados com uma classe maior que a contém: classe de todos os blocos. Todos são blocos e alguns são quadrados.

Na figura anterior: “O que tem mais, blocos de madeira ou quadrados?” QUADRADOS.

Os blocos são os não quadrados (triângulos e círculos).



3) Classificação operatória: a criança faz a síntese da compreensão e extensão da classe, libertando-se dos dados perceptivos.

É capaz de realizar inclusões hierárquicas, ou seja, incluir classes em outras.

- Todos os quadrados são **ALGUNS** dos blocos de madeira, pois ...
... existem outros blocos de madeira que não são quadrados.
- Todos os blocos de madeira são **ALGUNS** dos brinquedos de madeira, pois ...
... existem outros brinquedos de madeira que não são blocos.
- Todos os brinquedos de madeira são **ALGUNS** dos brinquedos, pois ...
... existem outros brinquedos que não são de madeira.

Atividade 2:

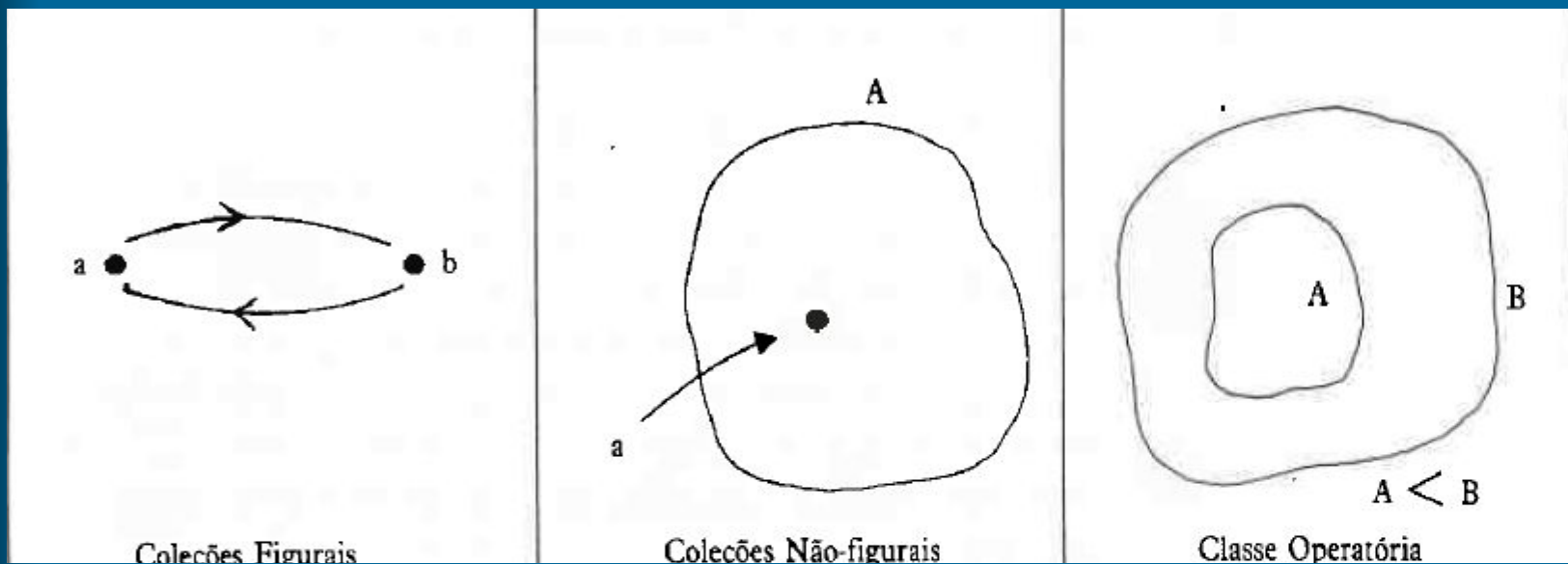
Para o exemplo escolhido para a atividade 1, fazer frases, como as anteriormente vistas, e desenhar um esquema de inclusão de classes.

Evolução dos níveis:

Ligação elemento-elemento N1

Pertinência elemento – classe N2

Inclusão subclasse – classe N3





Relações assimétricas dão origem à estrutura de Seriação.

Seriar é ordenar objetos em série, de acordo com algum critério, na forma ascendente ou descendente

Atributo tamanho: do menor para o maior, ou vice-versa.

Atributo espessura: do mais fino ao mais grosso ou vice-versa.

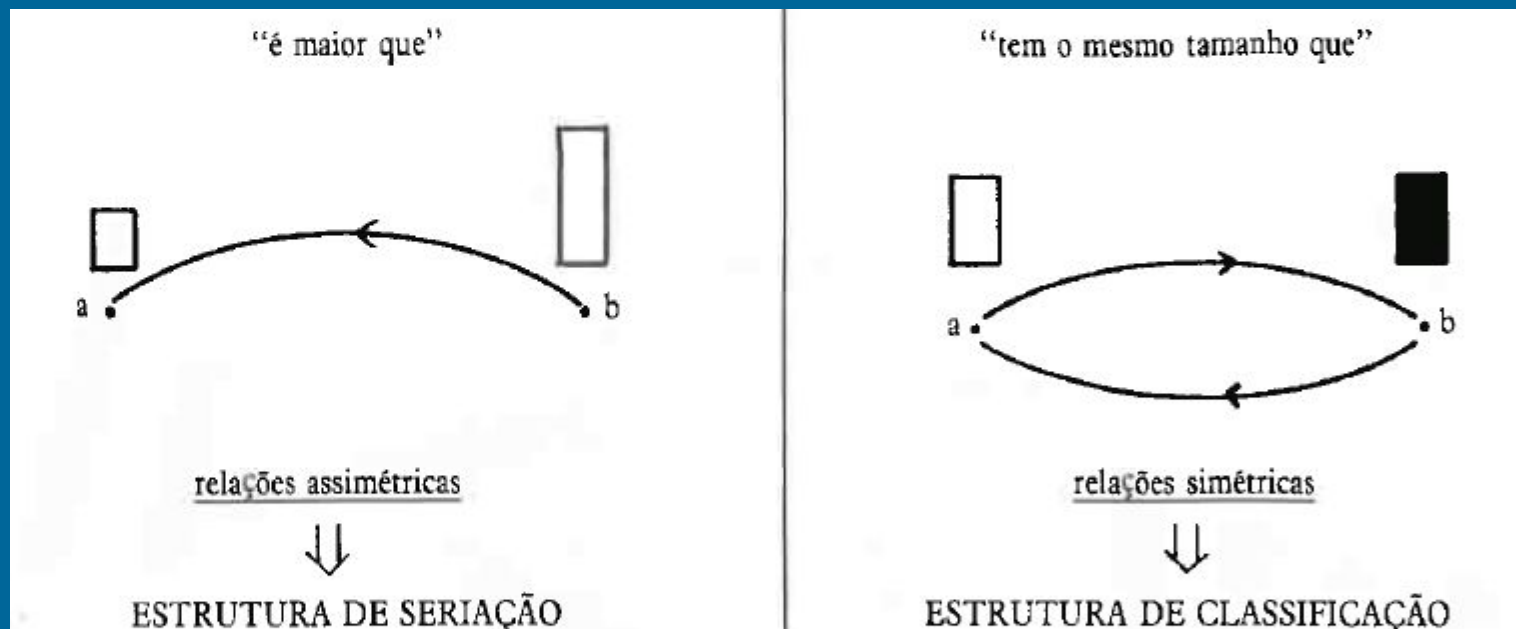
Velocidade, volume, idade, brilho.

- Relações assimétricas:

Assimetria - Sentido único

Exemplo: tamanho, forma ascendente (menor para o maior).

Aproximo **b** de **a**, pois **b** é maior do que **a**. Não posso pensar em aproximar **a** de **b**, pois **a** não é maior do que **b**.



1) Pré-operatório: a criança não coordena reciprocamente as relações maior do que e menor do que.

- Bastões: pede-se para formar uma escada.
- Começa mas não termina.
- Insistir: só se anda para cima, subindo nos degraus, sem descer.
- Não ordena todos os bastões. Faz duplas, trincas coordenadas entre si.

Deve pensar que um objeto b é colocado depois de um objeto a, pois b é maior do que a e menor do que todos os objetos restantes.

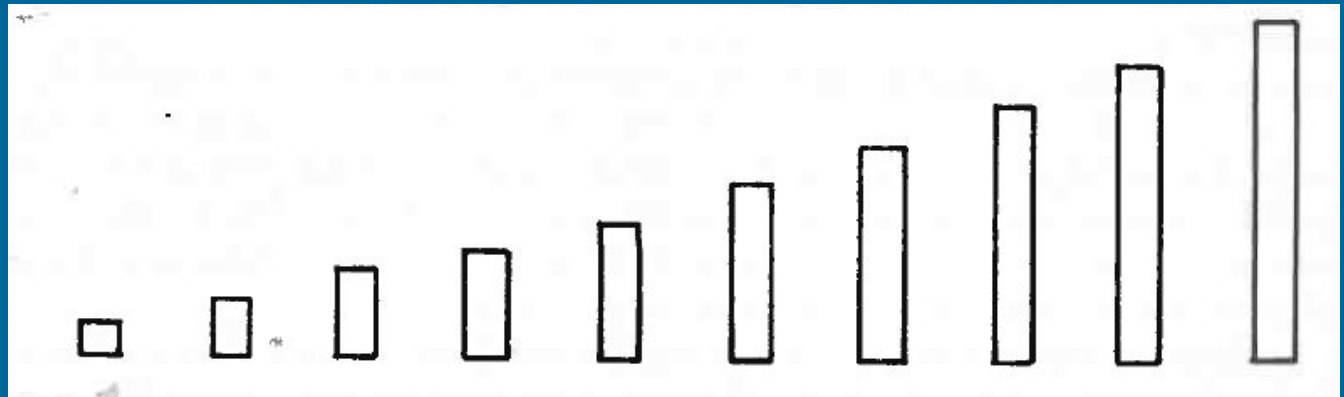
2) Série intuitiva: a criança consegue constituir uma escada, não coordenando as duas relações (maior e menor), mas por intuição. Escolhe apenas uma das relações.

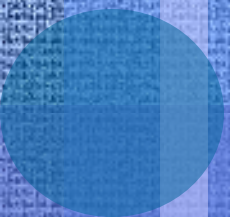
Nem sempre escolhe o próximo elemento da série corretamente.

Isso só acontece depois de várias tentativas, trocas e testes.

3) Série operatória: a coordenação é atingida, ou seja, antes de colocar o próximo objeto, a criança pesquisa qual elemento é maior do que os já seriados e menor do que os restantes.

Reversibilidade do pensamento: relações inversas (maior do que e menor do que) evocadas simultaneamente.





Para que a correspondência nome-objeto se efetive, a criança precisa utilizar tanto a relação simétrica (separar os objetos a serem contados) quanto a assimétrica (ordenar os objetos e as palavras). Estas relações não são, no entanto, aplicadas sobre as qualidades dos objetos (*a* é maior do que *b*, ou *a* tem a mesma cor que *b*). Por isso, a quantificação exige a eliminação das qualidades observáveis dos objetos (mais 1 elemento).

Resumindo:

O número pode ser adicionado: $5+1=6 \rightarrow 5$
“faz parte” do 6.

Estrutura: classificação

Relação: simétrica

Inclusão hierárquica

Aspecto do número: cardinal

O número pode ser seriado: o 6 vem depois
do 5.

Estrutura: seriação

Relação: assimétrica

Ordem serial

Aspecto do número: ordinal

Construção do número operatório:

- Classificação (inclusão hierárquica)
- Seriação (ordem serial)
- Conservação do número
- Correspondência termo a termo
- Contagem

Número é a síntese da inclusão hierárquica e ordem.

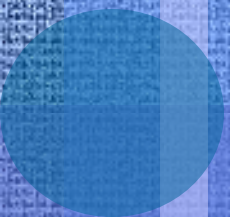
Para o professor:

-Não há como ensinar a criança a chegar aos níveis operatórios das estruturas e relações. Isso acontece individualmente.

-Não é possível controlar esse desenvolvimento, por isso a estrutura dos níveis não pode ser rígida.

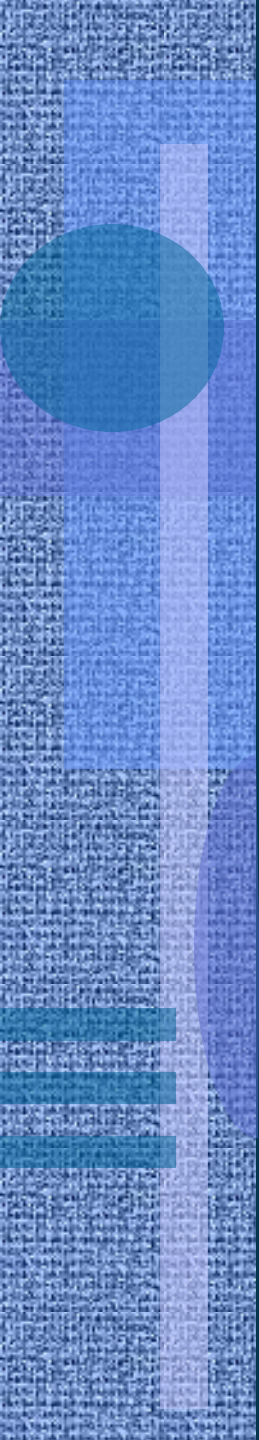
-Se a coordenação em certo contexto acontecer, não há como garantir que em um contexto diferente ela também ocorra. A transferência não é imediata.

-Diversificar materiais, diferentes contextos tendo em vista a construção do número.



-Interações com colegas, mostrando argumentos diferentes, contradições, criando conflitos. Enxergar os conflitos e superá-los. Assim a criança aprende, vai adiante.

-Não corrigir a criança. Não dizer que está errado. Mostrar outros argumentos. Estimular uma discussão. Dar tempo ao tempo (amadurecimento da criança).



-Quanto mais a situação atrair a criança, mais facilmente ela resolverá o problema. A situação deve ser contextualizada (jogo). Ex: correspondência entre pires e xícaras, e entre duas coleções de fichas.

-Com crianças mais velhas, fica mais fácil trabalhar com situações descontextualizadas.