

Gottlob Frege (1848-1925)

1869 Começa a estudar matemática na Universidade de Jena.

1873 PhD em matemática: "Sobre uma representação geométrica das formas imaginárias sobre o plano".

1874 *Habilitationsschrift*: "Métodos de cálculo baseados numa extensão do conceito de quantidade".

Professor sem cátedra (*Privatdozent*) na Universidade de Jena.

Áreas de interesse: geometria analítica, funções elípticas, análise algébrica.

1879 *Conceitografia: uma linguagem formular do pensamento puro modelada na linguagem formular aritmética* (*Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*). A noção geral de série.

Promovido a "professor extraordinário" [recebe, mas não tem estabilidade]

1884 *Os Fundamentos da Aritmética: uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número*. Apresentação informal da redução da aritmética à lógica.

1891 "Função e conceito"

1892 "Conceito e objeto", "Sobre o sentido e a referência".

1893 *Leis Fundamentais da Aritmética* (vol. I) Apresentação formal.

1896 Promovido a "professor regular honorário".

1902 A carta de Russell: a classe de todas as classes que não pertencem a si mesmas.

1917 Aposenta-se.

1918 "O pensamento", "Negação"

1923 "Pensamento complexo"

PROVAS

A prova do Mênon

A prova de que não existe um número primo maior que qualquer outro.

Seja n esse número.

- (i) Como n é primo, n é divisível apenas por ele mesmo e por 1
- (ii) $n!+1 > n$
- (iii) $n!+1$ não é divisível por nenhum número menor ou igual a n
- (iv) **Ou $n!+1$ é primo, ou não é.**
- (v) Se for primo, n não é maior número primo.
- (vi) Se não for primo, deve ser divisível por algum número primo p .
- (vii) Ora, p está entre n e $n!+1$
- (viii) Portanto, $p > n$
- (ix) Portanto, n não é o maior número primo.

Estas provas são "puramente lógicas"? Compare (ii) e (iv), por exemplo.

ORDENAÇÃO NUMA SÉRIE

A noção de número natural: 0, 1, 2, 3, ...

A noção de "belê": be, belê, belelê, belelelê, etc. : [be, x, xlê]

A noção de "descendência de Adão": [Adão, x, o filho mais velho de x]

Sequências: **ordenação de elementos numa série.**

A noção de **consequência lógica**:

Se 9 é primo, então 9 é ímpar.

9 é primo.

Portanto, 9 é ímpar.

Caso particular de *modus ponens*.

Se B, então A.

B.

Portanto, A.

Objetivo da *Conceitografia*: derivar a noção de **ordenação numa série** da noção de **consequência lógica**.

Inadequação da linguagem cotidiana.

Inadequação sintática. A noção de **linguagem formular**.

Inadequação semântica. A noção de **conteúdo conceitual**. (Mais detalhes nas próximas aulas.)

Usos de "Se... então" na linguagem cotidiana

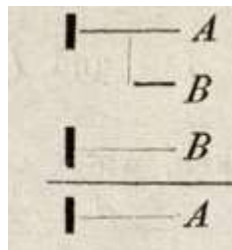
Se 9 é primo, então é ímpar.

Se você me atacar, eu ataco.

Caso você me ataque, eu ataco.

Para isso, cria uma **conceitografia**: "uma **linguagem formular** do **pensamento puro** modelada na linguagem formular aritmética"

Modelada na linguagem formular da aritmética: uma linguagem sintaticamente **análoga**, que usa letras variáveis e quantificadores para expressar o pensamento. Notação para modus ponens:



Teríamos como resultado um "cálculo para o raciocínio" que permite manipulações simbólicas semelhantes às que fazemos na aritmética no sistema decimal. (Imagine o que seria fazer contas com numeração romana... Dadas as limitações humanas, o sistema de numeração romana não permite manipulações simbólicas semelhantes à do sistema decimal.)

Usos da conceitografia:

- (i) Inferências complexas do cálculo superior (envolvendo noções como a de limite)
Frege percebe que não é necessário acrescentar nenhum símbolo matemático indefinido ao cálculo. Apenas o vocabulário lógico basta.
- (ii) Geometria (acrescentando símbolos para conceitos geométricos ao cálculo)
- (iii) Na Física (acrescentando símbolos para noções físicas)
- (iv) Eventualmente, em outros ramos do conhecimento científico.

INDICAÇÕES BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Há uma edição alemã da *Begriffsschrift* organizada por Matthias Wille e editada pela Springer e uma boa tradução da *Conceitografia* para o português. Ambas disponíveis na internet.

Recomendo três excelentes livros introdutórios, onde vocês encontrarão referências bibliográficas mais extensas: *Frege Explained*, de Joan Weiner; *Frege's Conception of Logic*, de Patricia Blanchette; *Frege's Logic*, de Danielle Macbeth.

Em português, um excelente texto sobre Frege é *O Olho e o Microscópio*, de Luiz Henrique Lopes dos Santos.