

*Instituto de Física  
USP*

*Física V - Aula 10*

*Professora: Mazé Bechara*

# Material para leitura – na Xerox do IF

1. *Produção e Transformação de Luz*; Albert Einstein (1905); Artigo 5 do Livro “O ano Miraculoso de Einstein” (tradução dos 05 artigos de Einstein publicados em 1905). *Introdução de leitura indispensável*
2. *A Natureza do Fóton*; Serge Reynaud; Scientific American Brasil – tradução da edição francesa da revista. (Xerox colorida).
3. *Contando Fótons de Luz*; Jean-Michel Courty e Nicolas Treps; Scientific American Brasil – tradução da revista francesa. (Xerox colorida).

# *Aula 10 – Aplicação de corpo negro. Ondas eletromagnéticas. A natureza dual da radiação eletromagnética - os fótons.*

1. Quando quantização de Planck coincide com Física clássica.
2. A Lei de deslocamento de Wien a partir da radiança espectral de Planck. **A frequência mais provável (que não é a frequência do comprimento de onda mais provável).**
3. A lei de Stefan Boltzmann a partir da radiança espectral de Planck.
4. **Aplicação de corpo negro.**
5. Um pouco (revisão?) sobre **ondas eletromagnéticas:**
  1. **Fontes de ondas planas, cilíndricas e esféricas e as frentes de ondas.**
  2. A Intensidade das ondas: distribuição espacial de energia nas frentes das ondas monocromáticas.
  3. As condições para se observar os padrões de interferência da luz.

# A dedução da relação da densidade volumétrica espectral - feita em aula)

- A densidade volumétrica da energia eletromagnética por unidade de elemento de comprimento de onda em função do comprimento de onda:

$$\rho_T(\lambda) \equiv \left\langle \frac{dU_{EB}(\lambda)}{dVd\lambda} \right\rangle = \frac{dN(\lambda)}{dVd\lambda} \langle \varepsilon_{EB} \rangle = \frac{dN(\lambda)}{dVdv} \left| \frac{dv}{d\lambda} \right| \langle \varepsilon_T \rangle = \frac{8\pi}{\lambda^4} \langle \varepsilon_T \rangle$$

$\frac{dN(\lambda)}{dVd\lambda}$  é o número de ondas estacionárias com

comprimento de onda  $\lambda$  dentro de  $d\lambda$  por unidade de volume e de  $d\lambda$ .

$\langle \varepsilon_T \rangle$  é a energia média da onda estacionária = média da energia de oscilação no material.

# Resultados de Planck

$$\langle \varepsilon_T \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{h\frac{c}{\lambda}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

$$R_T(\nu) = \frac{2\pi\nu^3}{c^2} \frac{h}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$R_T(\lambda) = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \frac{h}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

- **Observações importantes:** 1. a radiança espectral do corpo negro é contínua; 2. quando  $h\nu \ll kT$ , os resultados de Planck coincidem com os clássicos para a energia média de oscilador unidimensional ( $kT$  de Boltzmann) e para a radiança do corpo negro (expressão de Rayleigh-Jeans).

# *Resultados de Planck*

- 1. Qual a grandeza física que você conhece que tem a unidade de  $h$ : energia  $\times$  segundos?
- 2. Será que esta grandeza  $h$  é de valor pequeno ou grande comparado com as grandezas de mesma unidade que você conhece no mundo macroscópico? ( $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{J.s} = h = 4,14 \times 10^{-15} \text{eV.s}$ )

# Valores das energias $kT$ , comprimentos de ondas e as energias correspondentes $h\nu$

• T(K)	kT(eV)	$\lambda$ (angstroms)	$h\nu$ (eV)	$\nu$ (Hz)
• 300	0,0256	1000	12,4	$3 \times 10^{15}$
• 1500	0,130	5000	2,5	$6 \times 10^{14}$
• 3000	0,259	$10^5 = 10 \mu\text{m}$	0.12	$3 \times 10^{13}$
• 6000	0,518	$5 \times 10^6 = 500 \mu\text{m}$	0,002	$6 \times 10^{11}$

**Cuidado:**  $kT$  é a energia média de oscilação unidimensional na estatística clássica. Cada oscilador da matéria tem energia  $nh\nu$ , segundo Planck (Einstein vai dar um novo e importante significado ao  $h\nu$ ! Aguarde.)

# A lei de Stefan-Boltzmann a partir da radiança espectral de Planck.

*Discutido em aula. Mostre!*

- A radiança total é a integral da espectral. Geometricamente é a área sob a curva em termos da temperatura, e portanto vale:

$$R_T = \int_0^{\infty} R_T(\nu) d\nu = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = 5,6705 \times 10^{-8} T^4 \frac{W}{m^2}$$

- Observação: Foi usado o resultado da integral (tabela):

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

# A lei de deslocamento de Wien a partir da radiança espectral de Planck.

*Discutido em aula. Mostre!*

- Determinação do **comprimento de onda mais provável**, ou seja, **no máximo da radiança espectral**.

$$\frac{\partial R_T(\lambda)}{\partial \lambda} = 0$$

- **Cuidado:** se chega em **equação transcendental** (não tenha medo de nome feio!), **que só tem solução numérica**.

$$5 \frac{[e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1]}{\frac{hc}{\lambda kT} e^{\frac{hc}{\lambda kT}}} = 1 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda kT} = 4,966 \Rightarrow \lambda_{+p} T = \frac{hc}{4,966k} = 2,8998 \times 10^{-3} mK$$

$$\nu(\lambda_{+p}) = c / \lambda_{+p} = 1,04 \times 10^{11} (Hz / K) T$$

# **FAÇA** - frequência mais provável a partir da radiança espectral de Planck.

- **Determinação da frequência mais provável**, ou seja, no máximo da radiança espectral.

$$\frac{\partial R_T(\nu)}{\partial \nu} = 0$$

- **Cuidado: se chega em equação transcendental** (não tenha medo de nome feio!)

$$\nu_{+p} = 0,59 \times 10^{11} (\text{Hz} / \text{K}) T \quad \nu(\lambda_{+p}) = c / \lambda_{+p} = 1,04 \times 10^{11} (\text{Hz} / \text{K}) T$$

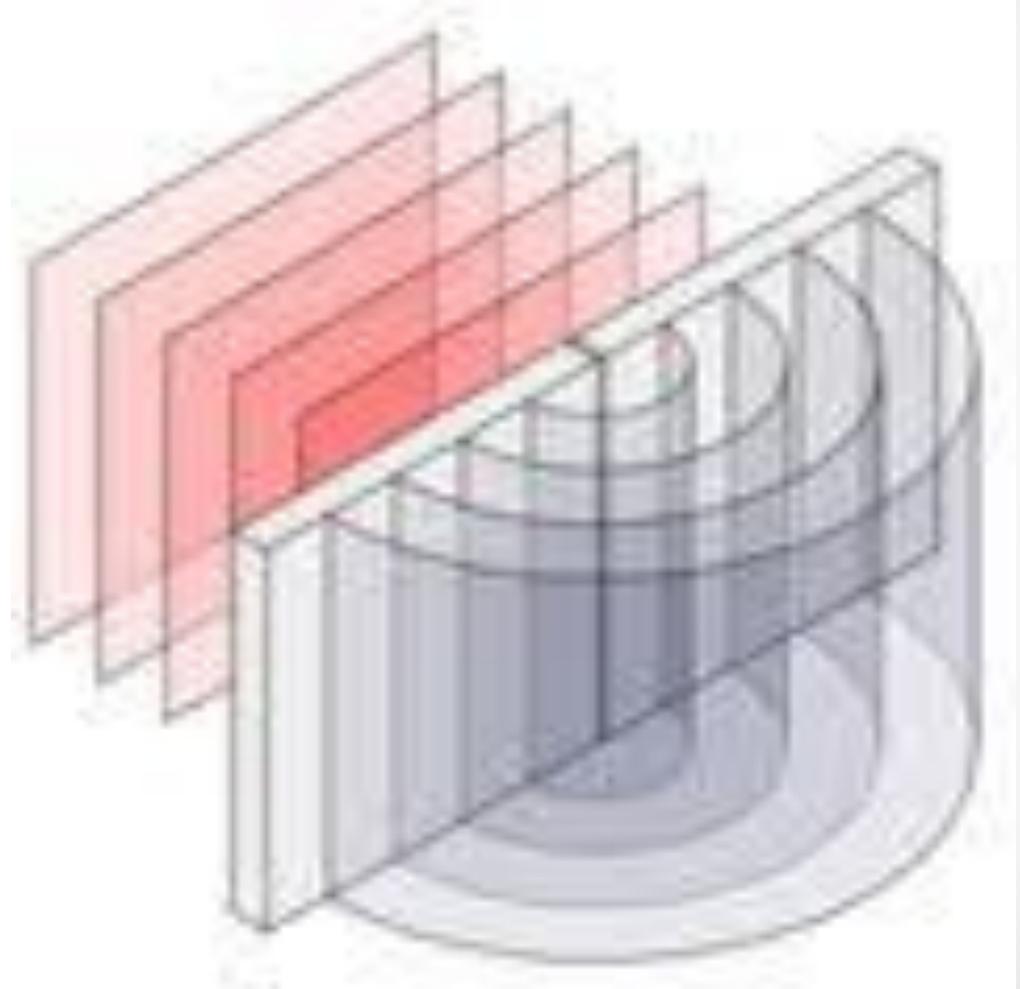
- **Ou seja, a frequência mais provável não é a frequência do comprimento mais provável!**  
**Entenda o significado físico!**

# *Radiação do corpo negro - Aplicação*

Uma lâmpada de filamento de tungstênio de 40W em funcionamento normal tem uma temperatura de 3300K.

- (a) **Determine o comprimento de onda mais provável** emitido pela lâmpada. Diga o seu entendimento conceitual desta grandeza.
- (b) **Determine numericamente a radiança** nesse comprimento de onda no sistema universal. **Escreva corretamente a unidade.**
- (c) **A Determine o valor da radiança total em  $W/m^2$ .** Compare este número com o da resposta anterior e **comente.**
- (d) **Esboce o gráfico da radiança versus o comprimento de onda, colocando no gráfico todos os valores numéricos determinados nos itens anteriores.** Indique também no gráfico a região de luz visível.
- (e) **Seria essa lâmpada um sistema eficiente para sua função de iluminar?** De onde vem tal energia da lâmpada? Como se paga por ela? Justifique.
- (f) **A partir dos dados determine a área do filamento de tungstênio** da lâmpada em questão.
- (g) Você já observou essa lâmpada quando a tensão da casa não está regular? Que cor o filamento tem? O que indica sobre o comprimento de onda mais provável. Justifique.

# Ondas Eletromagnéticas *planas* e cilíndricas

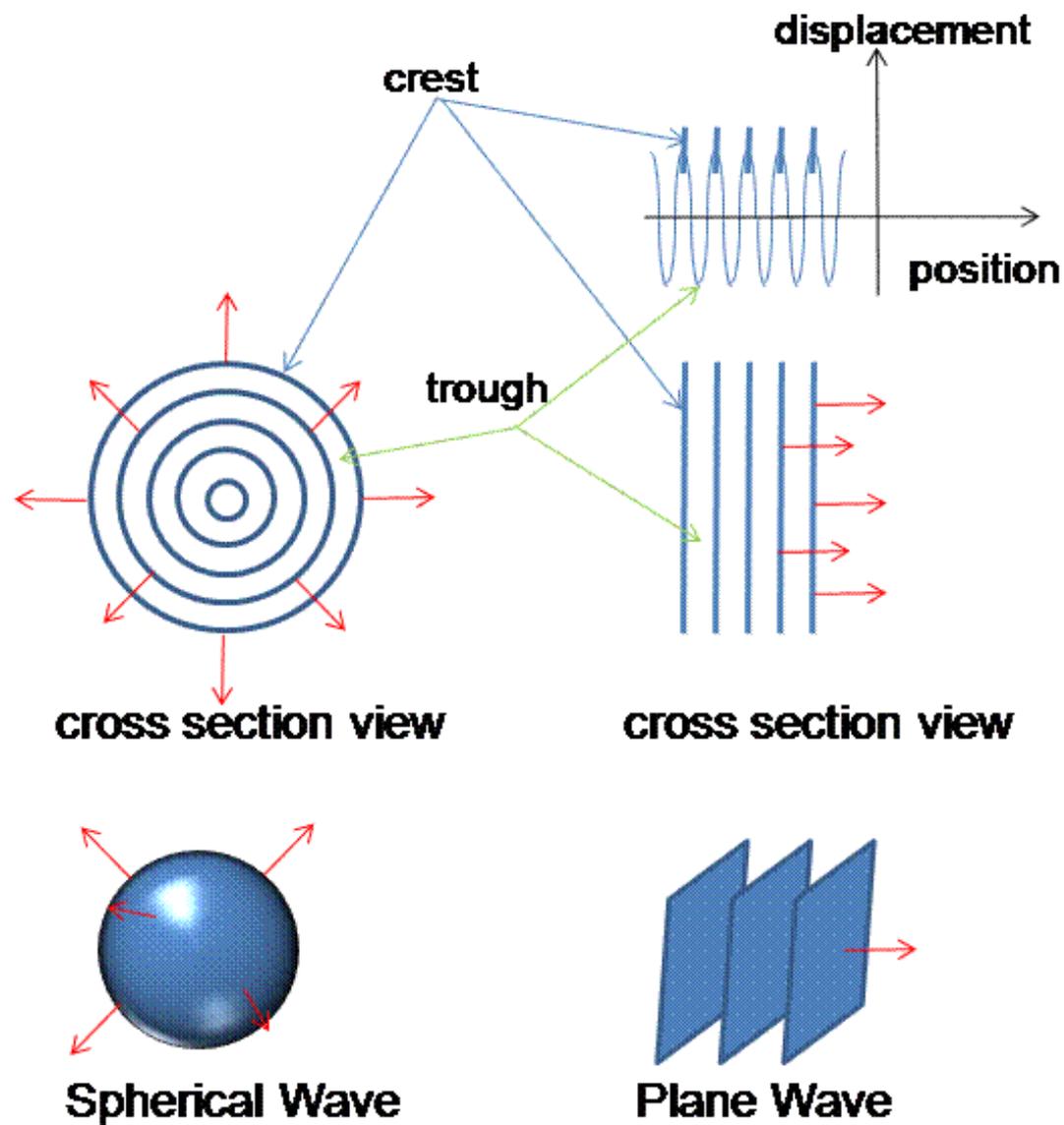


Qual a onda plana?

Qual a onda cilíndrica?

O que são as superfícies planas e cilíndricas dos desenhos?

Qual das ondas:  
plana, cilíndrica, ou  
esférica, melhor  
representa um feixe  
de luz? Por que?



# (Re)visão de ondas eletromagnéticas

1. Quais as grandezas que representam uma onda eletromagnética? Escreva estas grandezas no caso de uma onda monocromática, explicitando de que variáveis dependem.
2. Escreva a intensidade da uma onda **plana** monocromática. Esta intensidade é diferente para onda não monocromática? Explicita a dependência da intensidade no espaço, tempo e com a frequência. Justifique.
3. Idem para onda **esférica**. Justifique.
4. Idem para onda **cilíndrica**. Justifique.

# Questões sobre ondas eletromagnéticas

1. Olhe para o teto. As várias lâmpadas são fontes de ondas eletromagnéticas? De que tipo: plana cilíndrica esférica ou outra? Há interferência das ondas das várias fontes da sala de aula?
2. Como se pode mostrar experimentalmente a interferência dessas fontes na sala de aula?
3. Você tem como provar o caráter ondulatório da luz aqui na sala de aula com estas fontes? Com outras fontes? Justifique.
4. A luz poderia ter natureza corpuscular com a observação da interferência? Justifique.

# *Ondas eletromagnéticas: resultados para a intensidade*

1. Frentes de onda: superfícies nas quais o módulo dos campos elétrico e magnético da onda têm o mesmo módulo. Segue a simetria da fonte.
2. As intensidade são, portanto, uniformes e contínuas nas frentes de onda. Assim também a energia se distribui uniforme e continuamente sobre a superfície da frente de onda.
3. A energia gerada na fonte se propaga com velocidade  $c$  “chegando” às frentes de onda a mesma energia por unidade de tempo.

# *Ondas eletromagnéticas: resultados para a intensidade*

4. Assim, na frente de onda plana a intensidade é a mesma em todas as frentes de onda, já que as áreas nas quais a energia se distribui são iguais.
5. Nas ondas cilíndricas, a intensidade cai com o inverso da distância à fonte, porque a energia se distribui sobre a área  $2\pi rh$ , onde  $r$  é a distância à fonte.
6. A Intensidade das ondas esféricas cai com o inverso da distância ao quadrado à fonte, já que a energia eletromagnética gerada deve se distribuir na área de uma superfície esférica  $4\pi r^2$ .

# *Ondas eletromagnéticas: resultados para a intensidade*

7. **A intensidade de ondas monocromáticas independe da frequência das ondas.**

# A intensidade das fontes de luz de mesma potência segundo Maxwell

$$I = \left\langle \frac{|\vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{B}(\vec{r}, t)|}{\mu_0} \right\rangle_t = \frac{E_o^2(r)}{2\mu_0 c}$$

- **Para onda plana (feixe):**

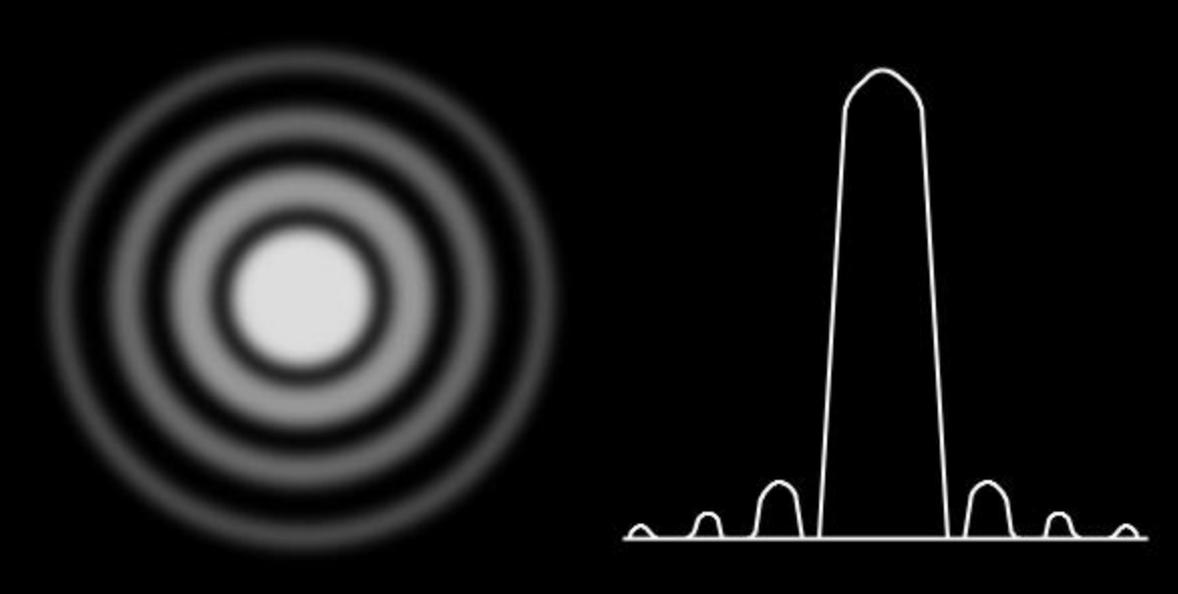
$$E = E_o = cte \quad \Rightarrow \quad I = \frac{E_o^2}{2\mu_0 c}$$

- **Para onda cilíndrica:**

$$E(r) = \frac{E_o}{\sqrt{r}} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{E_o^2}{2\mu_0 cr}$$

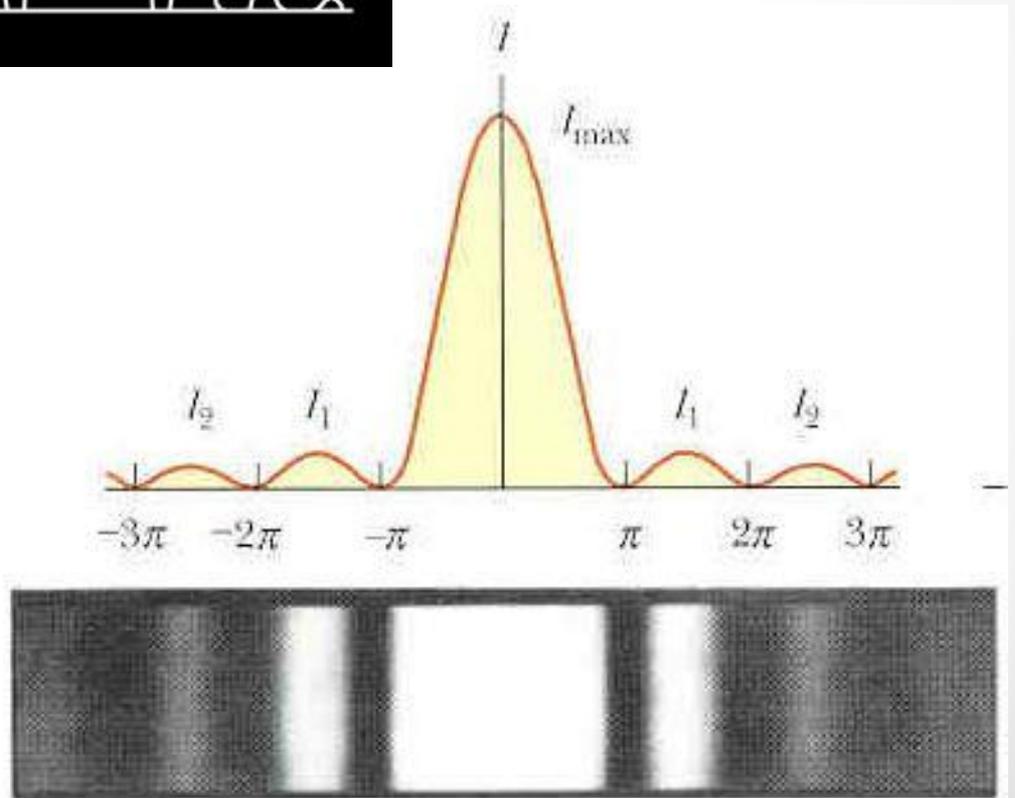
- **Para onda esférica:**

$$E(r) = \frac{E_o}{r} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{E_o^2}{2\mu_0 cr^2}$$



## A “impressão digital” de uma onda: padrões de interferência.

Nas figuras são mostrados os padrões de difração de OEM, por um orifício circular (acima) e por uma fenda vertical (ao lado).



## Diffraction Pattern

