Lista de Exercícios I

① Suponha que você queira alinhar moedas de 10 centavos, uma do lado da outra, em linha reta até chegar ao comprimento de 1 km. Quantas moedas são necessárias? Qual a precisão da sua estimativa?

② Estime:

(a) a massa total de água nos oceanos da Terra;

(b) o número médio de gotas de chuva que caem sobre a área de 1 km^2 para a precipitação de 1 cm de chuva;

(c) o número de grãos de areia da praia de Copacabana (ou de outra que você conhecer melhor);

(d) o número de átomos contidos num grão de areia.

③ A sonda cosmológica WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) determinou em 2014 que a densidade média de átomos no Universo é equivalente a 1 próton por 4 m^3.

(a) Estime a massa total contida dentro do raio do Universo;

(b) Estime o número total de núcleons (neutrons e prótons) contido nesse volume;

(c) Compare a densidade média de matéria no Universo com a densidade típica do interior do núcleo atômico.

③ Considere uma estrela que sofre algum tipo de oscilação. Como a frequência ω da oscilação depende das propriedades da estrela? Como sempre o primeiro passo é identificar as variáveis físicas relevantes. Discuta porque aqui as variáveis relevantes são a densidade de massa ρ, o raio da estrela R e a constante G da lei da gravitação universal de Newton. Considere que a densidade de massa possa ser considerada aproximadamente constante. Use análise dimensional para encontrar a dependência de ω com as propriedades da estrela.

④ Considere ondas na superfície da água, que são chamada de ondas de gravidade. Como a frequência ω dessas ondas depende do chamado número de onda k? Discuta porque as quantidades relevantes aqui são a densidade da água ρ, a aceleração da gravidade g e k. Use o fato que $[k] = L^{-1}$ e análise dimensional para encontrar $\omega(k)$.

⑤ Em explosões nucleares há essencialmente uma liberação instantânea de energia E em uma pequena região do espaço. Isso produz uma onda de choque esférica, com a pressão dentro da onda de choque milhares de vezes maior que a pressão inicial do ar. Como o raio R da onda de choque cresce com o tempo t ? Discuta por que as quantidades relevantes são E, t e a densidade do ar ρ. Use análise dimensional para obter $R(t)$. Em 1950 as fotografias do projeto Trinity foram divulgadas pelo governo americano e publicadas na revista *Life*. Usando essas fotografias (tiradas em tempos sucessivos após a explosão nuclear) e a mesma análise dimensional feita aqui o físico britânico G. I. Taylor (*Proc. Roy. Soc. London* A **200**, 235-247, 1950) etimou a energia liberada pela explosão em 22 quilotoneladas de TNT. Essa informação na época era considerada confidencial!

⑥ Dados os vetores: $\mathbf{A} = 2\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j} + 7\,\mathbf{k}$ e $\mathbf{B} = 5\,\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\,\mathbf{k}$ encontre:

(a) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$

(b) $\mathbf{A} - \mathbf{B}$

(c) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$

(d) o valor de $|\mathbf{A}| \equiv A \equiv \sqrt{\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}} = \sqrt{\mathbf{A}^2}$ e de $|\mathbf{B}| \equiv B \equiv \sqrt{\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}} = \sqrt{\mathbf{B}^2}$

(e) o cosseno do ângulo entre $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$

(f) $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$

⑦ Mostre

(a) que se $|\mathbf{C} - \mathbf{D}| = |\mathbf{C} + \mathbf{D}|$, então $\mathbf{C}$ é um vetor perpendicular a $\mathbf{D}$;

(b) a lei dos senos considerando a área de um triângulo formado pelos vetores $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ e $\mathbf{c}$, onde $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = 0$;

(c) que se $\hat{\mathbf{a}}$ e $\hat{\mathbf{b}}$ são vetores unitários (versores) no plano xy fazendo um ângulo θ e ϕ com o eixo x, respectivamente, então essses versores podem ser representados como $\hat{\mathbf{a}} = \cos\theta\,\mathbf{i} + \sin\theta\,\mathbf{j}$ e $\hat{\mathbf{b}} = \cos\phi\,\mathbf{i} + \sin\phi\,\mathbf{j}$. Use isso para provar que $\cos(\theta - \phi) = \cos\theta\cos\phi + \sin\theta\sin\phi$.

⑧ Considere dois pontos localizados em $\mathbf{r_1}$ e $\mathbf{r_2}$ e separados pela distância $r = |\mathbf{r_1} - \mathbf{r_2}|$. Encontre o vetor $\mathbf{A}$ da origem até um ponto na reta que liga $\mathbf{r_1}$ a $\mathbf{r_2}$ a uma distância xr do ponto $\mathbf{r_1}$, onde x é algum número.

⑨ Seja $\mathbf{A}$ um vetor arbitrário e seja $\hat{\mathbf{n}}$ um versor em alguma direção fixa. Mostre que sempre podemos escreve $\mathbf{A}$ como a soma de dois vetores: um na direção de $\hat{\mathbf{n}}$ e outro na direção perpendicular. Ou seja, que

$$\mathbf{A} = (\mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{n}})\, \hat{\mathbf{n}} + (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{A}) \times \hat{\mathbf{n}}$$