Instituto de Física
USP

Física V - Aula 09

Professora: Mazé Bechara

Aula 09 – Uma determinação da radiança espectral do corpo negro no contexto da Física Clássica (Rayleigh e Jeans) . A quantização de Planck e a radiança espectral

1. **Aplicação das leis empíricas: a emissão da superfície do Sol - continuação**

2. Uma **determinação** da radiança espectral de uma cavidade, no contexto da Física Clássica: **as idéias** e **a expressão de Rayleigh e Jeans.** Comparação com os resultados experimentais e a chamada "**catástrofe do ultravioleta".**

2. A **proposta** de **quantização** de **Planck** e as suas implicações: **na energia média da radiação eletromagnética** da cavidade e na **radiança espectral emitida. O bom acordo do resultado de Planck** com os resultados experimentais. **A constante de Planck h.**

Radiação do Sol – Aplicação
mãos à obra!

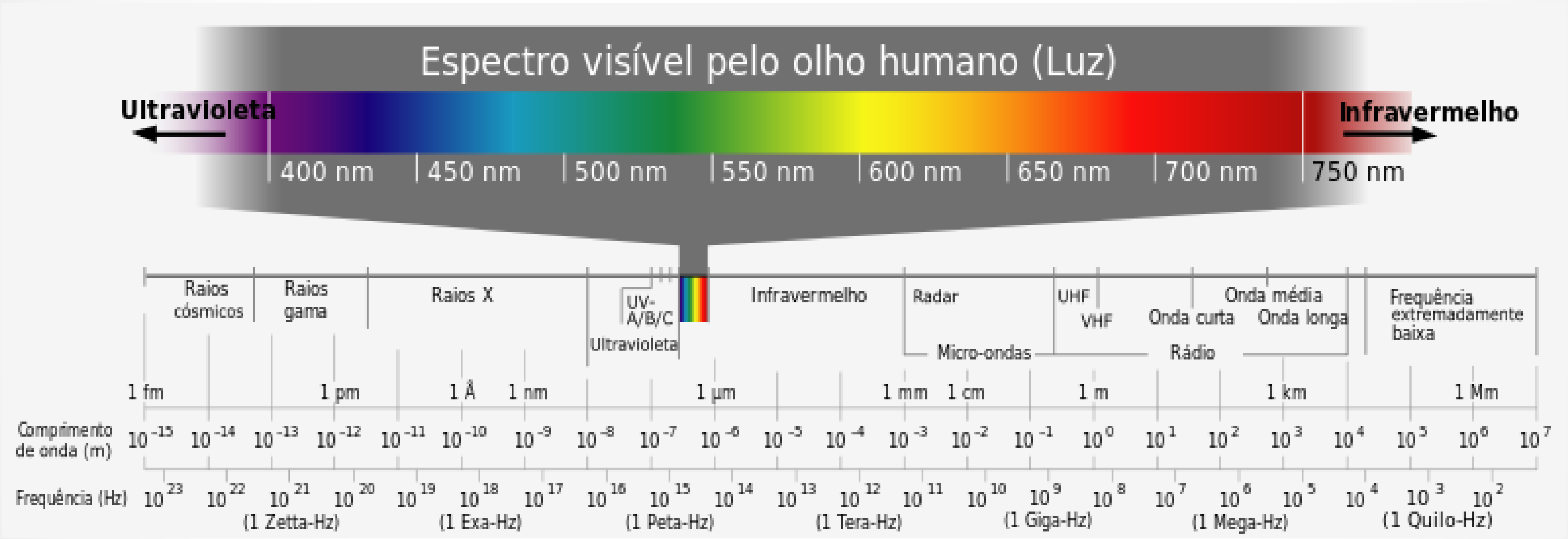
O Sol visto da Terra é amarelo.

- **Supondo que o Sol é um corpo negro e que na sua superfície o comprimento de onda mais provável emitido (amarelo-alaranjado) é de 5000angstrons**

1. **Faz sentido, no contexto do eletromagnetismo clássico, supor que o Sol tem o comprimento de onda mais provável em 5000 angstrons? Justifique. (aula 8)**
2. **Determine a temperatura** da superfície do Sol. (aula 8)
3. **Determine a potência irradiada pela superfície do Sol.(aula 8)**
4. **Determine a potência do Sol que chega na superfície da Terra.**
5. **Como mudariam as suas respostas anteriores se o Sol não for um corpo negro? Justifique.**

- **<u>Dados conhecidos:</u>** $R_S=6,96\times10^8m$; $d_{TS}=1,49\times10^{11}m$; $R_T=6,4\times10^6m=6400km$

Radiação do Sol – Aplicação
mãos à obra!



Comportamento da radiança espectral experimental (intensidade versus λ)

Observe nos gráficos:
o deslocamento de Wien e a Lei de Stefan-Boltzmann da radiança total (área sob a curva) em função da temperatura

84 Quantização da Carga, Luz e Energia

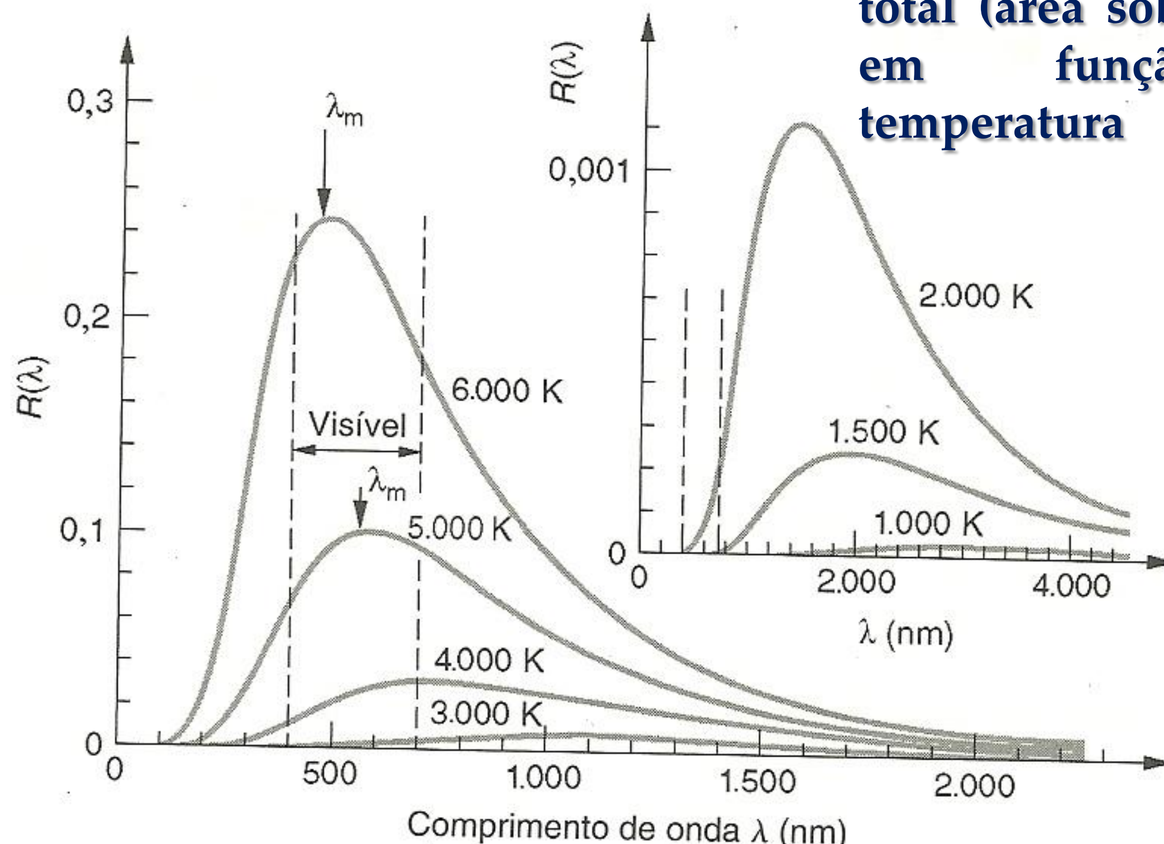


Figura do Tipler & Llewellyn

Unidades das radianças espectrais e total no sistema universal

- **Unidade da radiança espectral em função do comprimento de onda:**

$$[R_T(\lambda)] = [\frac{dI(\lambda)}{d\lambda}] = [< \frac{dU_{EB}(\lambda)}{dAdtd\lambda} >_t] = \frac{W}{m^2 m}$$

- ***Unidade da radiança espectral em função da freqüência:***

$$[R_T(\nu)] = [\frac{dI(\nu)}{d\nu}] = [< \frac{dU_{EB}(\nu)}{dAdtd\nu} >_t] = \frac{W}{m^2 Hz}$$

- ***Unidade da radiança total (todas as frequencias/comprimentos de onda)***

$$[R_T] = [I] = [< \frac{dU_{EB}}{dAdt} >_t] = \frac{W}{m^2}$$

A radiança espectral co corpo negro segundo a Física Clássica

1. Calcular **a partir de teorias a radiança espectral $R_T(\lambda)$ ou $R_T(\nu)$** permite conhecer **todas as leis empíricas do corpo negro,** incluída a da radiança total (Stefan-Boltzmann) .

2. Calcular a área sob uma curva, se conhecida sua expressão matemática, é calcular a integral da radiança espectral para todas as frequências (ou comprimentos de onda).

II.1 RADIAÇÃO DE CORPO NEGRO

um forno ideal 100% eficiente– corpo opaco com coeficiente de absorção = 1 = coeficiente de emissão=1. ***Entenda isto!***

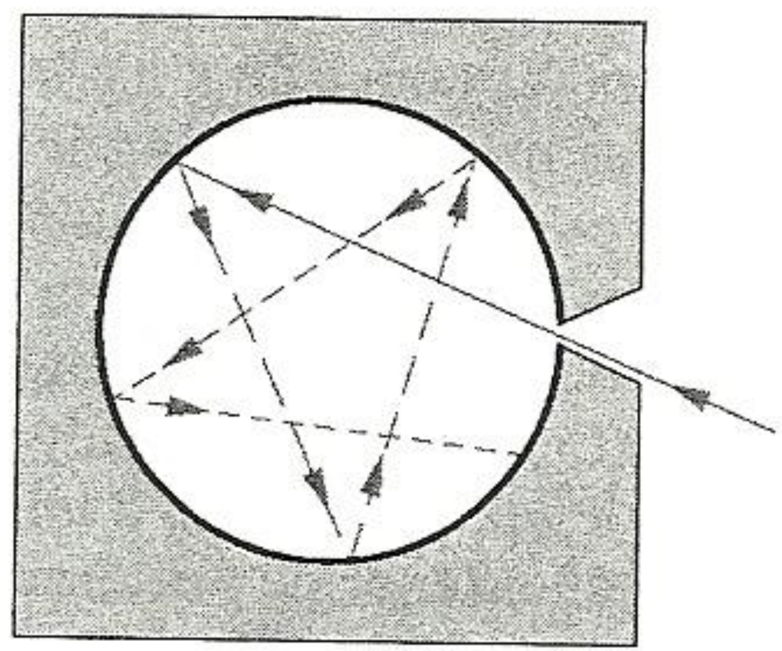


Fig. 3-8 Uma cavidade com um pequeno furo se comporta como um buraco negro ideal. A probabilidade de que um raio que entra na cavidade torne a sair pelo furo antes de ser absorvido pelas paredes é extremamente pequena.

Figura do Tipler & Llewellyn

A radiança espectral nas teorias da Física Clássica

- **Relação** entre a ***intensidade espectral emitida*** $R_T(\lambda)$ com a ***densidade volumétrica espectral da radiação que no interior da cavidade***

- **Mostra-se que**: $R_T(\lambda)=c\rho_T(\lambda)/4$

- $\rho_T(\lambda)$ **é a densidade volumétrica espectral de energia eletromagnética no interior da cavidade,** ou seja, **a energia** eletromagnética por unidade de volume e por unidade de comprimento de onda no interior da cavidade.

- ***Sugestão:*** ***faça análise dimensional para conferir a relação entre radiança espectral e densidade volumétrica de energia***

A dedução da relação da densidade voluméatrica espectral - *feita em aula)*

- Se alguma teoria for capaz de calcular a **densidade volumétrica da energia eletromagnética por unidade de elemento de frequencia** em função do frequencia, chega-se na radiança.
- A proposta: a densidade volumétrica de energia eletromagnétaica é calculada como: **número de ondas estacionárias com frequencia ν dentro de dν com mesma energia (do eletro)** , vezes a energia média da **onda, que seria a energia média dos osciladores que a geram (mecânica estatística de Boltzmann):**

$$\rho_T(\nu) \equiv <\frac{dU_{EB}(\nu)}{dVd\nu}> = \frac{dN(\nu)}{dVd\nu} <\varepsilon_{EB}> = \frac{dN(\nu)}{dVd\nu} <\varepsilon_T>$$

A radiança espectral da cavidade no sólido - corpo negro

- Idéias básicas para se chegar na expressão clássica de Rayleigh e Jeans com base no eletromagnetismo e na mecânica estatística:

1. As ondas eletromagnéticas no interior da matéria estão associadas às oscilações harmônicas das cargas na matéria.
2. Quando o sistema está isolado e no equilíbrio termodinâmico, as ondas na cavidade cessa o trânsito de energia eletromagnética na fronteira entre a cavidade e o material isolado na temperatura T.

O fenômeno da radiança espectral do corpo negro

3. Nesta condição as ondas eletromagnéticas da cavidade (e no interior da matéria) são estacionárias, pois não há energia eletromagnética transitando na interface, o que significa que a energia eletromagnética da matéria para a cavidade é igual a da cavidade para a matéria, o que zero os campos elétrico e magnético da onda na fronteira em qualquer instante.

4. Como as ondas estacionárias estão associadas às emissões das oscilações de cargas no interior da matéria, a energia média de cada onda estacionária é igual a energia média de cada componente de oscilação harmônica na matéria na temperatura T. Tal energia pode ser calculada na mecânica estatística clássica de Boltzmann.

A radiança espectral do corpo negro

- ***Consequencias do entendimento explicitado nas transparências anteriores:***

1. a **densidade volumétrica espectral de energia $\rho_T(\nu)$ na cavidade é igual à densidade de energia no interior da matéria na temperatura T.**

2. **As ondas eletromagnéticas estacionárias na cavidade podem ser calculadas como: o número de ondas estacionárias no vácuo, com frequencia entre ν e $\nu+d\nu$ por unidade de volume e de frequência $(dN_{EB}(\nu)/dVd\nu)$ vezes a energia $(\varepsilon(\nu))$ das ondas estacionárias com frequencia entre ν e $\nu+d\nu$ igual a energia média dos oscildores da matéria.**

A radiança espectral do corpo negro

- *Consequencias do entendimento explicitado nas transparências anteriores - continuação:*

3. Sabendo calcular a densidade de ondas eletromagnéticas estacionárias no eletromagnetismo de Maxwell, e a média das energias de oscilação na mecânica estatística de Boltzmann, chega-se à densidade da radiação na matéria/cavidade.

4. Sabendo a relação entre a radiação eletromagnética no interior da cavidade, com a que sai, sem interferir no equilíbrio termodinâmico, é possível determinar a radiança espectral no contexto clássico, e comparar com o comportamento experimental!

A radiança espectral nas teorias da Física Clássica – questões discutidas em aula

- 1. Há várias ondas com a mesma frequencia entre ν e ν +dν porque a cavidade gera ondas estacionários tridimensionais.

- 2. O contagem do número de ondas estacionárias com a mesma frequencia ν, dentro de dν é feita sobre infinitas possibilidades de frequencias quantizadas, ou seja, infinitos números quânticos n_1,n_2 e n_3 , daí a aproximação de volume no espaço tridimensional contínuo de componentes n_1,n_2 e n_3 .

A dedução da relação da densidade voluméatrica espectral – *feita em aula*

- **O resultado:**

$$\rho_T(\nu) \equiv < \frac{dU_{EB}(\nu)}{dVd\nu} > = \frac{dN(\nu)}{dVd\nu} < \varepsilon_{EB} > = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} < \varepsilon_T >$$

Resultados de Rayleigh e Jeans e a catástrofe do ultra-violeta - (demonstração em aula)

Oscilador unidimensional (variáveis contínuas) na mecânica estatística de Boltzmann:

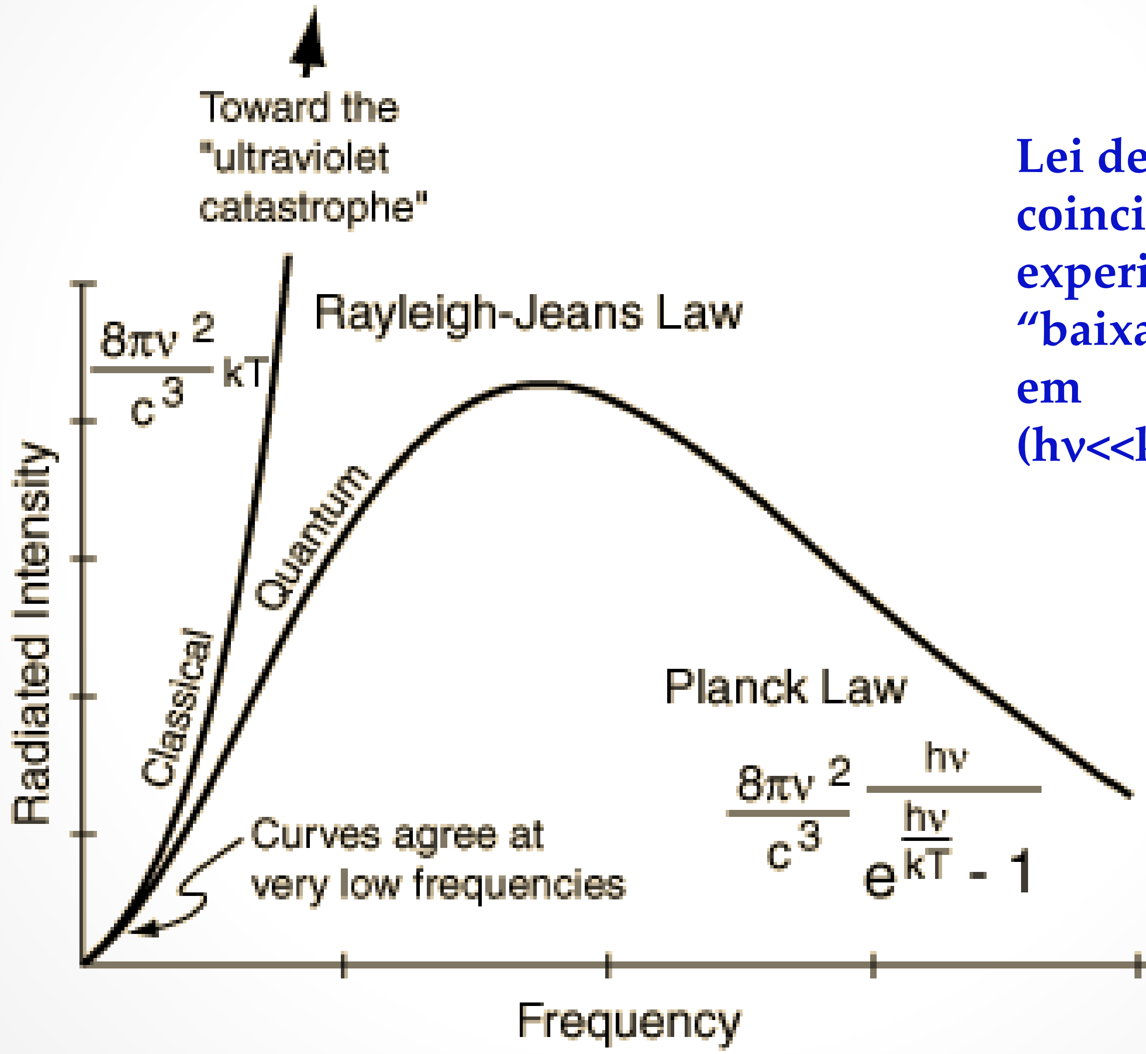
$$< \varepsilon_T >= kT$$

$$R_T(\nu) = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} kT \qquad R_T(\lambda) = \frac{c}{4} \rho_T(\lambda) = \frac{2\pi c}{\lambda^4} kT$$

$$\Rightarrow R_T = \int_0^\infty R_T(\lambda) d\lambda = \int_0^\infty R_T(\nu) d\nu \rightarrow \infty$$

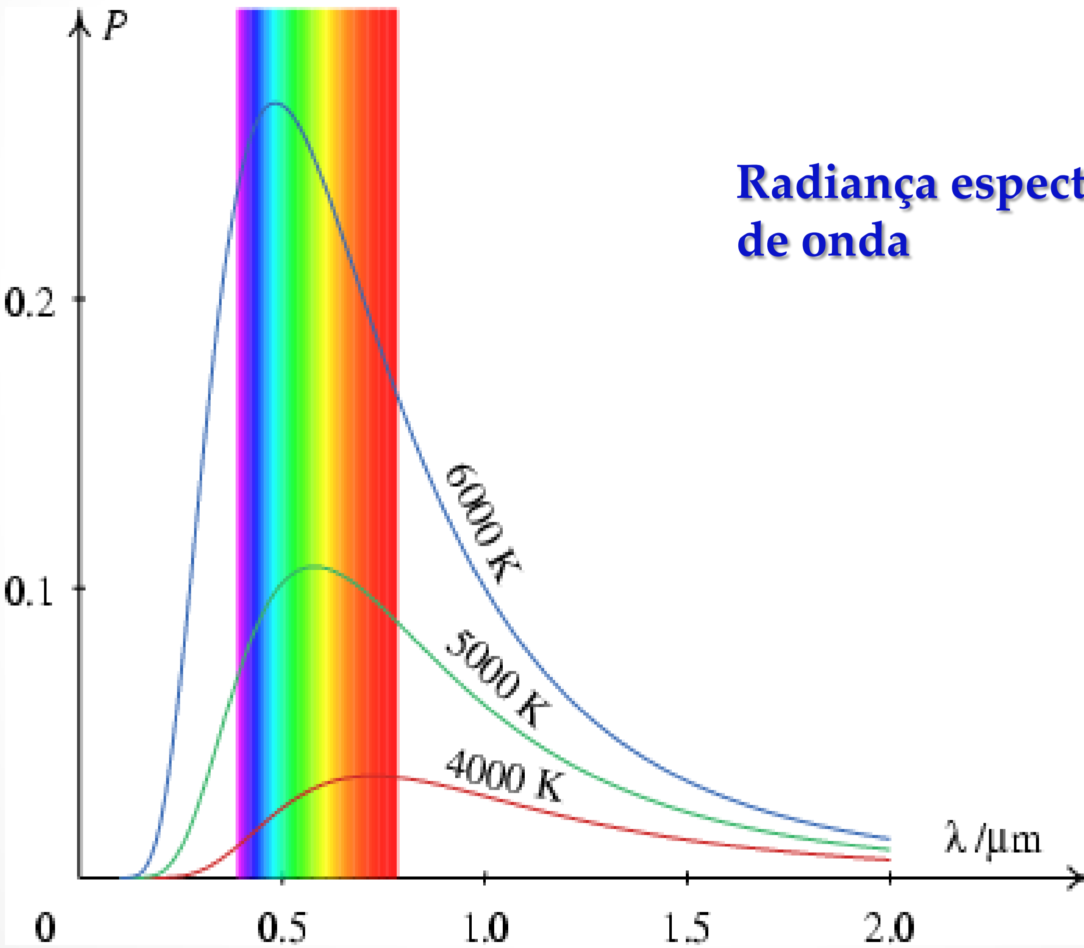
Energia total infinita → catástrofe na Física!!!

Radiança espectral versus frequência e a catástrofe do ultravioleta



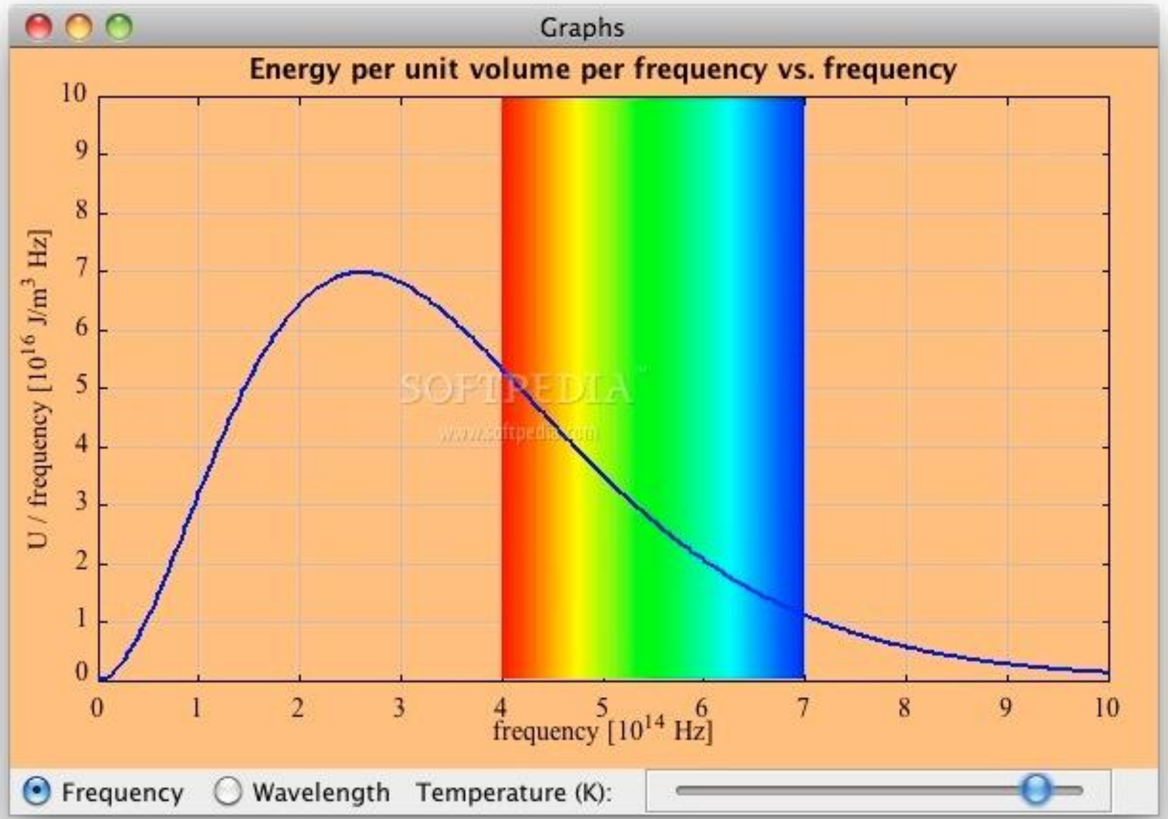
Lei de Rayleigh-Jeans coincide com dados experimentais para "baixas" frequencias em qualquer T ($h\nu << kT$)

A razão do nome catástrofe do ultravioleta



Radiança espectral no comprimento de onda

Corpo negro: radiação emitida



Radiança espectral na frequencia = radiança espectral no comprimento de onda × c/ν^2

EXPLIQUE!

Max Karl Ernst Ludwig Planck (1858 —1947) físico alemão, Nobel de Física em 1918.

1900 – Equivalente a supor que as oscilações no interior da matéria tem energias quantizadas: $\varepsilon = nh\nu$, o que resulta em energia média dependente da frequencia e da temperatura se descreve o corpo negro!

Ovs. Ele não acreditou tanto assim em sua própria proposta !!!

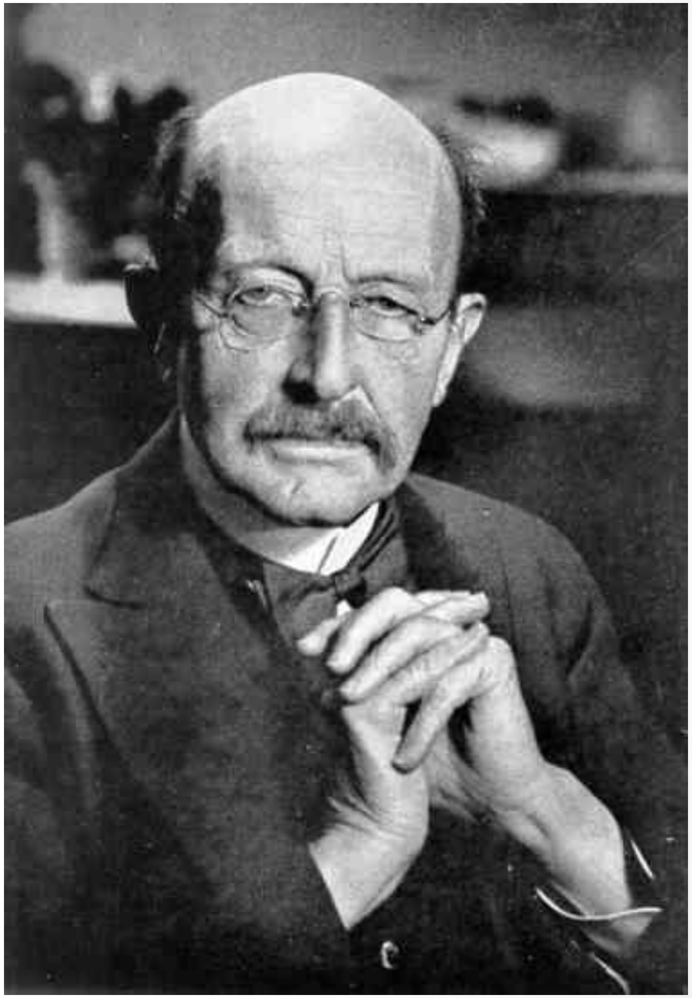
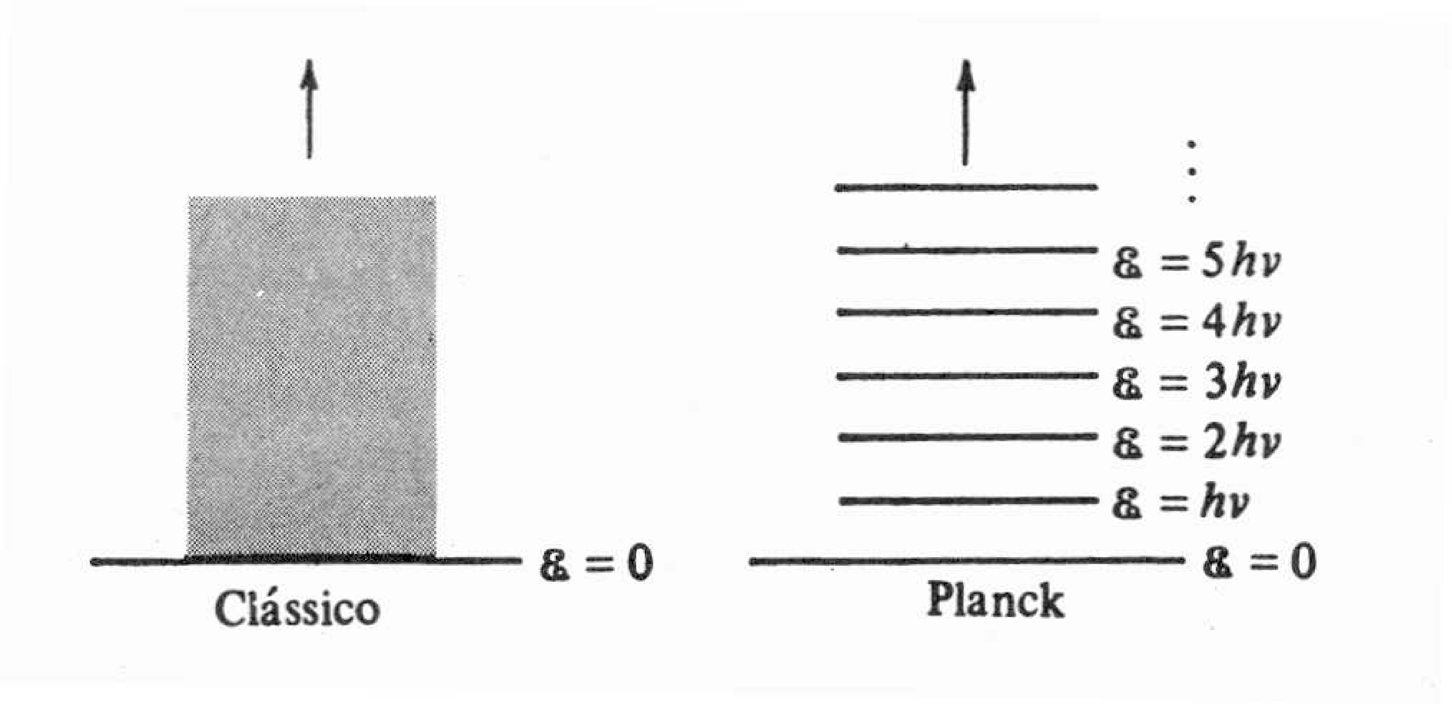


Diagrama de energias de sistemas de muitos osciladores harmônicos unidimensionais – energias contínuas (clássico) e discretas (Planck)

- ***A energia das oscilações quantizada (Planck - 1900):$\varepsilon = n\varepsilon_o = nh\nu$, que resulta em $<\varepsilon>$ dependente da frequencia***



A diferença de energia quantizada dos osciladores entre o estado n e o estado n+1 , para qualquer frequencia

n	$\Delta\varepsilon/\varepsilon = 1/n$	%
1	1	100
10	0,1	10
100	0,01	1
500	0,002	0,2
1000	0,001	0,1

Resultados de Planck

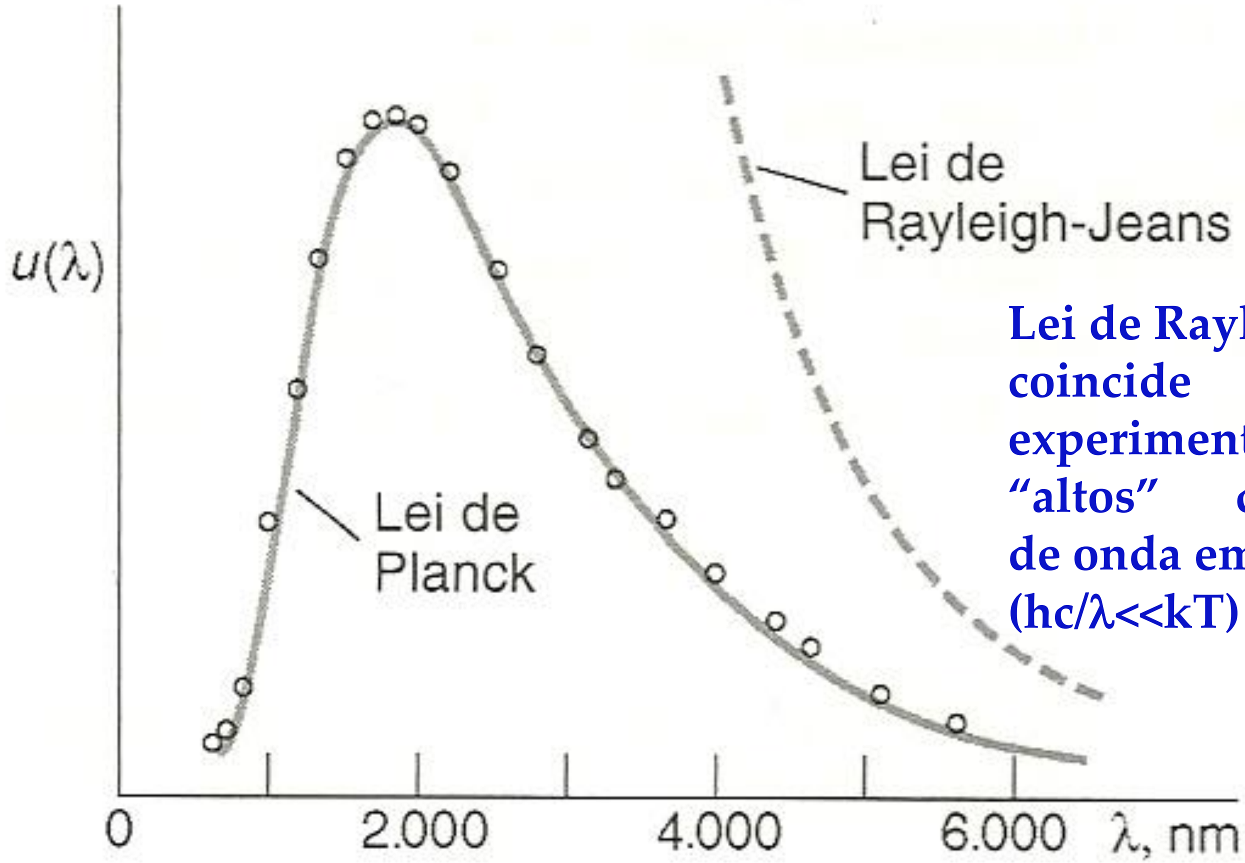
- **O valor da energia média** para energia quantizada de oscilação, e substituindo, no resultado de aula anterior **$\varepsilon_o = h\nu$:**

$$< \varepsilon_T^P > = \frac{\varepsilon_0}{e^{\frac{\varepsilon_o}{kT}} - 1} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{h\frac{c}{\lambda}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

- Multiplicando **esta energia média dependente da frequencia** pelo número de ondas estacionárias do eletromagnetismo:

$$R_T^P(\nu) = \frac{2\pi\nu^3}{c^2} \frac{h}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \qquad R_T^P(\lambda) = \frac{2\pi c^2}{\lambda^5} \frac{h}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

- **1. Planck ajustou a constante h para dar o resultado experimental: h = 6,62×10^{-34}J.s = h = 4,14×10^{-15}eV.s**



Lei de Rayleigh-Jeans coincide com dados experimentais para "altos" comprimento de onda em qualquer T ($hc/\lambda << kT$)

Fig. 3-9 Comparação da lei de Planck e da lei de Rayleigh-Jeans com os resultados experimentais obtidos por W. W. Coblentz, por volta de 1915, para um buraco negro a $T = 1.600$ K. A escala do eixo vertical é linear. [*Adaptado de F. K. Richtmyer, E. H. Kennard e J. N. Cooper*, Introduction to Modern Physics, *6th ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1969, com permissão.*]

Figura do Tipler & Llewellyn

Radiação cósmica de fundo

- **Este tema deu dois prêmios Nobel de Física: 1978 e 2006**

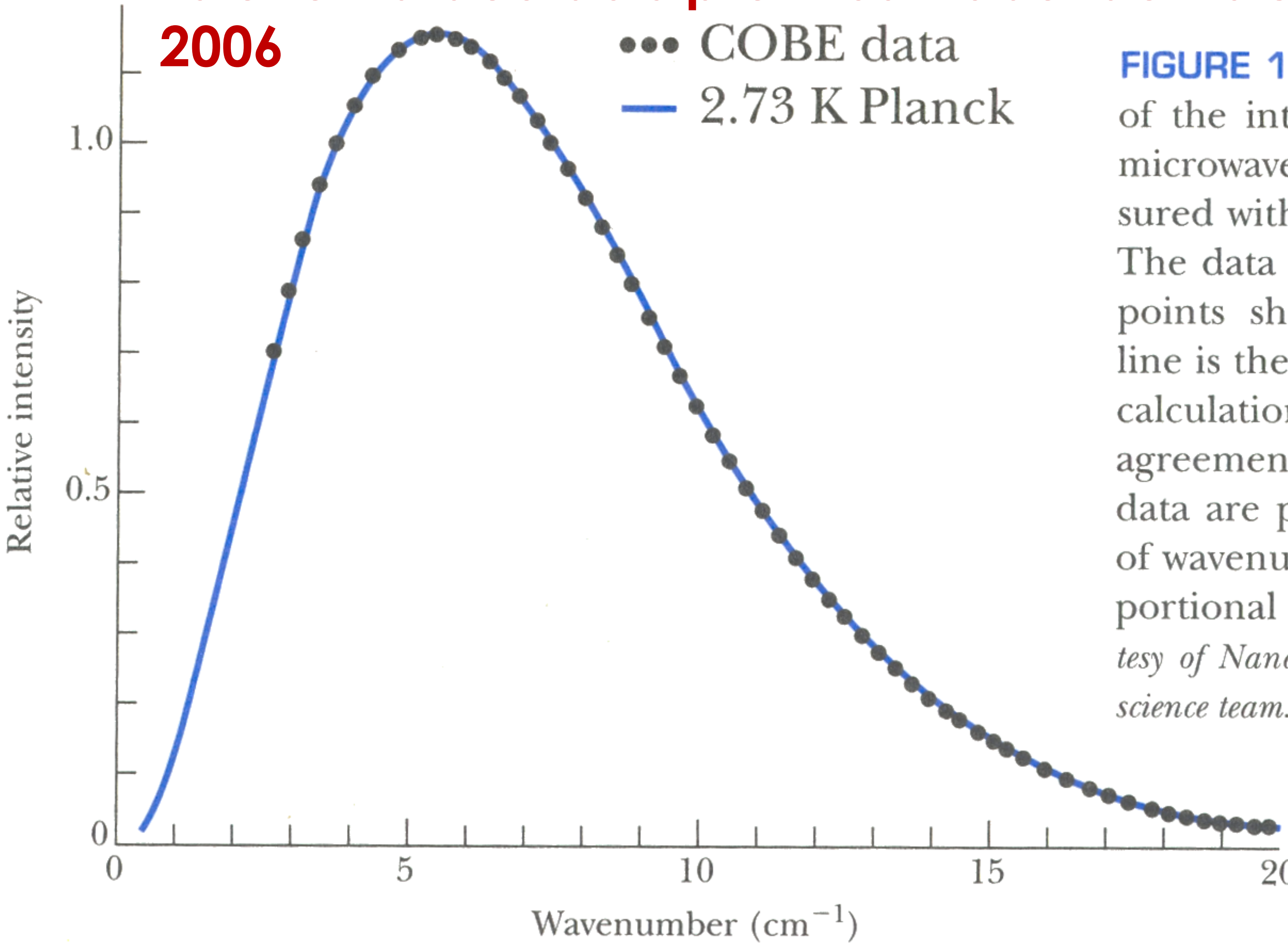


FIGURE 16.15 The spectrum of the intensity of the cosmic microwave background as measured with the COBE satellite. The data are smaller than the points shown, and the solid line is the blackbody radiation calculation for 2.73 K. The agreement is spectacular. The data are plotted as a function of wavenumber (inversely proportional to wavelength). *Courtesy of Nancy Burgess, NASA COBE science team.*