# Stackelberg

Exercício: 2 fontes de água mineral.

- Demanda: $P = 1 - Q$
- $Q = q_1 + q_2$
- $c = 0$
- Firma 1 joga primeiro (líder).

Encontre $q_1^S$, $q_2^S$, $P^S$, $\pi_1^S$, $\pi_2^S$.

Firma 2

$$\max_{q_2} (1 - q_1 - q_2) q_2$$

$$\pi_2' = 1 - q_1 - 2q_2 = 0$$

$$q_2 = \frac{1 - q_1}{2} = R_2(q_1)$$

Firma 1:

$$\max_{q_1} \left(1 - q_1 - R_2(q_1)\right) q_1$$

$$\max_{q_1} \left(1 - q_1 - \frac{1 - q_1}{2}\right) q_1$$

$$\pi_1' = 1 - 2q_1 - \frac{1}{2} + q_1 = 0$$

$$q_1^S = \frac{1}{2}$$

$$q_2^S = \frac{1 - 1/2}{2} = 1/4$$

$$P^S = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = 1/4$$

$$\pi_1^S = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\pi_2^S = \frac{1}{4} \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

# Cartel

Analogia com um monopólio multi-plantas.

É um grupo de firmas que se organizam para elevar o preço do mercado.

Não é um ato lícito.

Ex: OPEP.

# Modelo

- Demanda: $P = a - bQ$
- N firmas produzem um bem idêntico
- Custo: $C_i(q_i) = F + c\,q_i^2$

Objetivo: maximizar a soma dos lucros das N firmas.

$$\max_{q_1 \dots q_N} \sum_{i=1}^{N} \tilde{\pi}_i(q_i) = \left[a - b \sum_{i=1}^{n} q_i\right]\left(\sum_{i=1}^{N} q_i\right) - c \sum_{i=1}^{N} q_i^2 - NF$$

$$\text{Ex:}\quad -b(q_1 + q_2 + q_3)(q_1 + q_2 + q_3)$$

$$= -b\left(q_1^2 + q_2 q_1 + q_3 q_1 + q_2 q_1 + q_2^2 + q_3 q_2 + q_3 q_1 + q_2 q_3 + q_3^2\right)$$

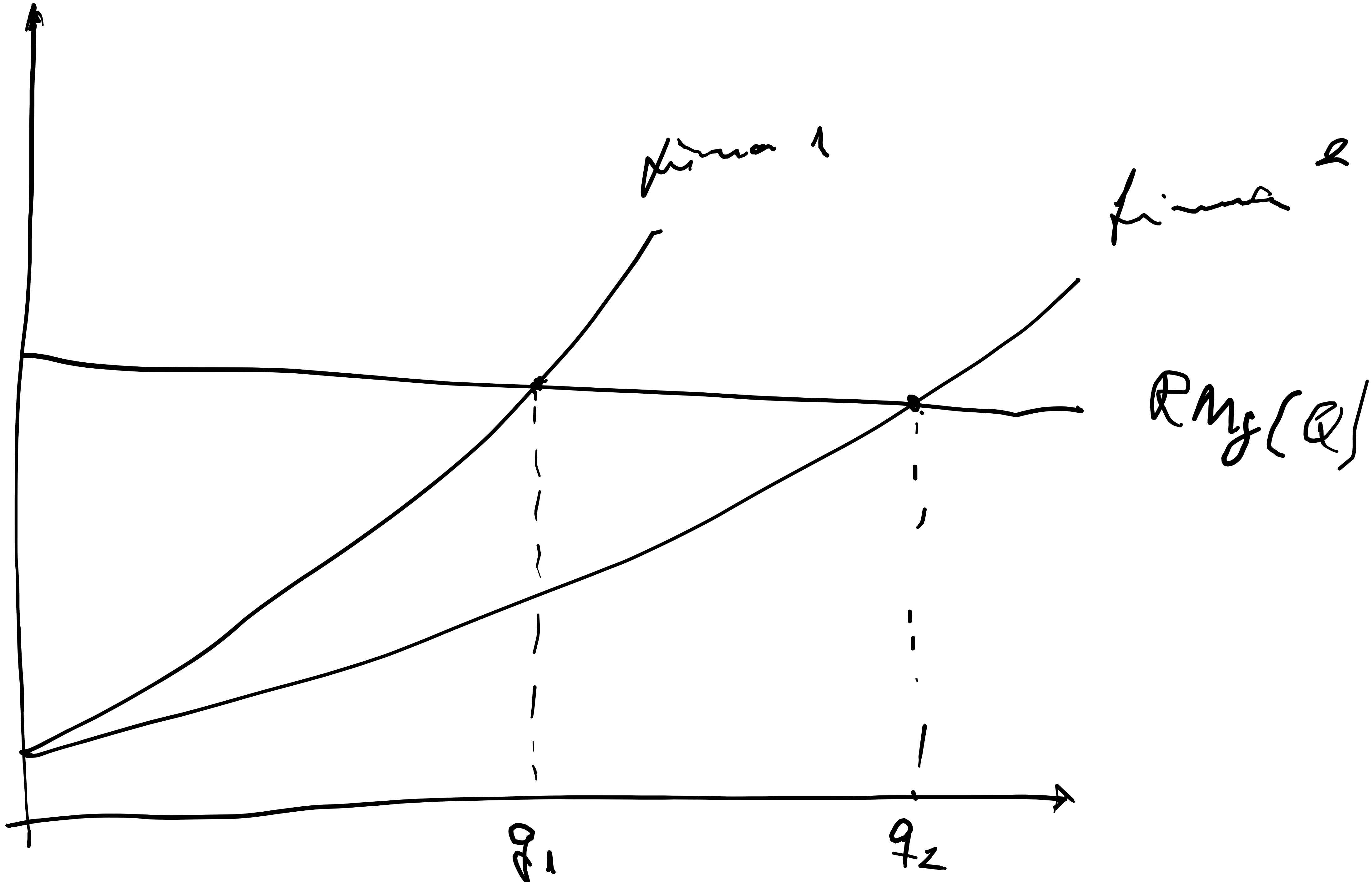
$$\pi' = -b(2q_1 + q_2 + q_3 + q_2 + q_3)$$

$$-b\, 2 \sum_{i=1}^{3} q_i$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = \underbrace{a - 2b\sum_{i=1}^{N} q_i}_{RMg(Q)} - \underbrace{2q_1 c}_{CMg(q)} = 0$$

$$RMg(Q) = CMg(q)$$

A produção será tal que o custo marginal de cada se iguale a receita marginal do cartel.



firma 1
firma 2
$RM_g(Q)$
$q_1$
$q_2$

Firmas idéntica → equilibrio simétrico

$$a - 2b\sum_{i=1}^{N} q_i = 2 q_i c$$

$q^{ca} \to a - 2bN q^{ca} = 2 q^{ca} c$

$$a = (2bN + 2c) q^{ca}$$

$$q^{ca} = \frac{a}{2bN + 2c} \; ; \quad Q^{ca} = N q^{ca}$$

$$p^{ca} = a - bN q^{ca}$$

# Estabilidade do Cartel –

- 2 firmas
- $P = 1 - q_1 - q_2$
- $c = 0$

## 1º) Duopólio não-cooperativo (Cournot)

$$\max_{q_1} (1 - q_1 - q_2) q_1$$

$$\pi_1' = 1 - 2q_1 - q_2 = 0$$

$$q_1 = \frac{1 - q_2}{2}$$

$$q^c = q_1^c = q_2^c$$

$$q^c = \frac{1}{2} - \frac{q^c}{2}$$

$$q^c = 1/3$$

$$P^c = 1/3$$

$$\pi^c = 1/9$$

2:) <u>Cartel</u>

$$\max_{Q} (1-Q)Q$$

$$\pi' = 1 - 2Q = 0$$

$$Q^{ca} = 1/2$$

$$q^{ca} = 1/4$$

$$p^{ca} = 1/2$$

$$\pi^{ca} = 1/8$$

## 3º) Desvio do cartel

A firma 1 quer desviar, enquanto a firma 2 'distraidamente' produz a quantidade do cartel, $q_2^{LA} = 1/4$.

$$\max_{q_1} \left(1 - q_1 - 1/4\right) q_1$$

$$\pi_1' = 1 - 2q_1 - 1/4 = 0$$

$$\frac{3}{4} = 2q_1 \Rightarrow q_1^D = \frac{3}{8}$$

$$p^D = 1 - \frac{1}{4} - \frac{3}{8} =$$

$$p^D = \frac{8 - 2 - 3}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\pi_1^D = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{64}$$

$$\pi_2^D = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{32} = 6/64$$

② ↓

① desvio

| | Baixa (1/4) | Média (1/3) | Alta (3/8) |
|---|---|---|---|
| Baixa (Cartel) | $\frac{1}{8}, \frac{1}{8}$ x | $\frac{5}{48}, \frac{5}{36}$ 0.104 | $\frac{6}{64}, \frac{9}{64}$ |
| Média (Cournot) | $\frac{5}{36}, \frac{5}{48}$ | $\frac{1}{9}, \frac{1}{9}$ 0,11 | $\frac{7}{72}, \frac{7}{64}$ |
| Alta (Desvio) | X $\frac{9}{64}, \frac{6}{64}$ 0.094 | $\frac{7}{64}, \frac{7}{72}$ 0.105 0.097 | $\frac{6}{64}, \frac{6}{64}$ |

Somente há um equilíbrio neste jogo, que é o equilíbrio de Cournot. Este é Pareto dominado pelo resultado (1/4, 1/4) - cartel - mas que não é um equilíbrio.

Por que existem cartel então?

→ Tem que ser um jogo repetido.

→ Tem que ter punição

# O que facilita conluio?

1- Número pequeno de firmas. (+)
2- Simetria. (+)
3- Homogeneidade de produto (+)
4- Barreiras à entrada (+)
5- Rotatividade (–)
6- Elasticidade de demanda (–)

7 - Capacidade ociosa → punição (+)

8 - Inovação (-)

$\boxed{\text{Cartel Screening}}$