Competição em Preço c/ Restrição de Capacidade –

Kreps & Scheinkman, 1983

Jogo em 2 estágios:

1º) capacidade

2º) competem em preço

Jogo do Preço

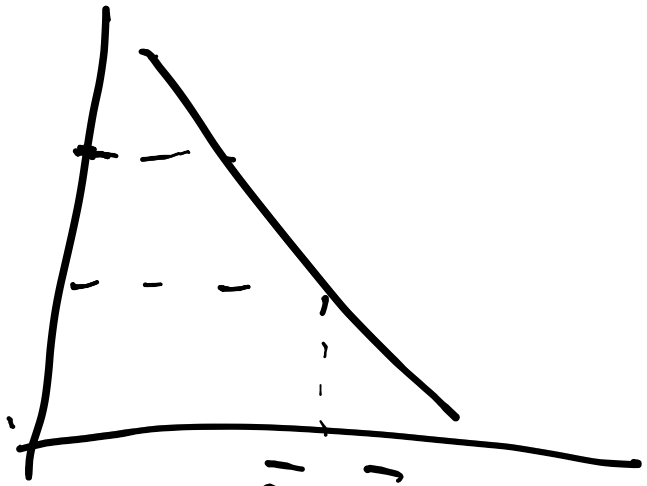
- Capacidade $\bar{q}$ é dada. $q_i \leq \bar{q}_i, \forall i$

(a) Lema 1:
Para níveis baixos de $\bar{q}$ há um equilíbrio em estratégias puras onde

$$P_1 = P_2 = P(\bar{q}_1 + \bar{q}_2).$$

Prova: Suponha que não.

(i) $p_1 = p_2 = p > P(\bar{q}_1 + \bar{q}_2)$



Alguma firma não está vendendo toda sua capacidade: $q_i < \bar{q}_i$.

Se i reduzir p_i ganha

$$\bar{q}_i(p - \varepsilon) > q_i p \quad , \quad p/ \ \varepsilon \text{ pequeno.}$$

(ii) $p_1 = p_2 = p < P(\bar{q}_1 + \bar{q}_2)$

Ambas tem exesso de demanda.
Qualquer uma ganha se desviar e aumentar o preço.

(iii) $p_i < p_j$

i ganha $\pi_i = p_i \bar{q}_i$

j ganha $\pi_j = 0$. j quer desviar para $p_i - \varepsilon$ e ganhar $\pi_j = (p_i - \varepsilon)\bar{q}_j$ ■

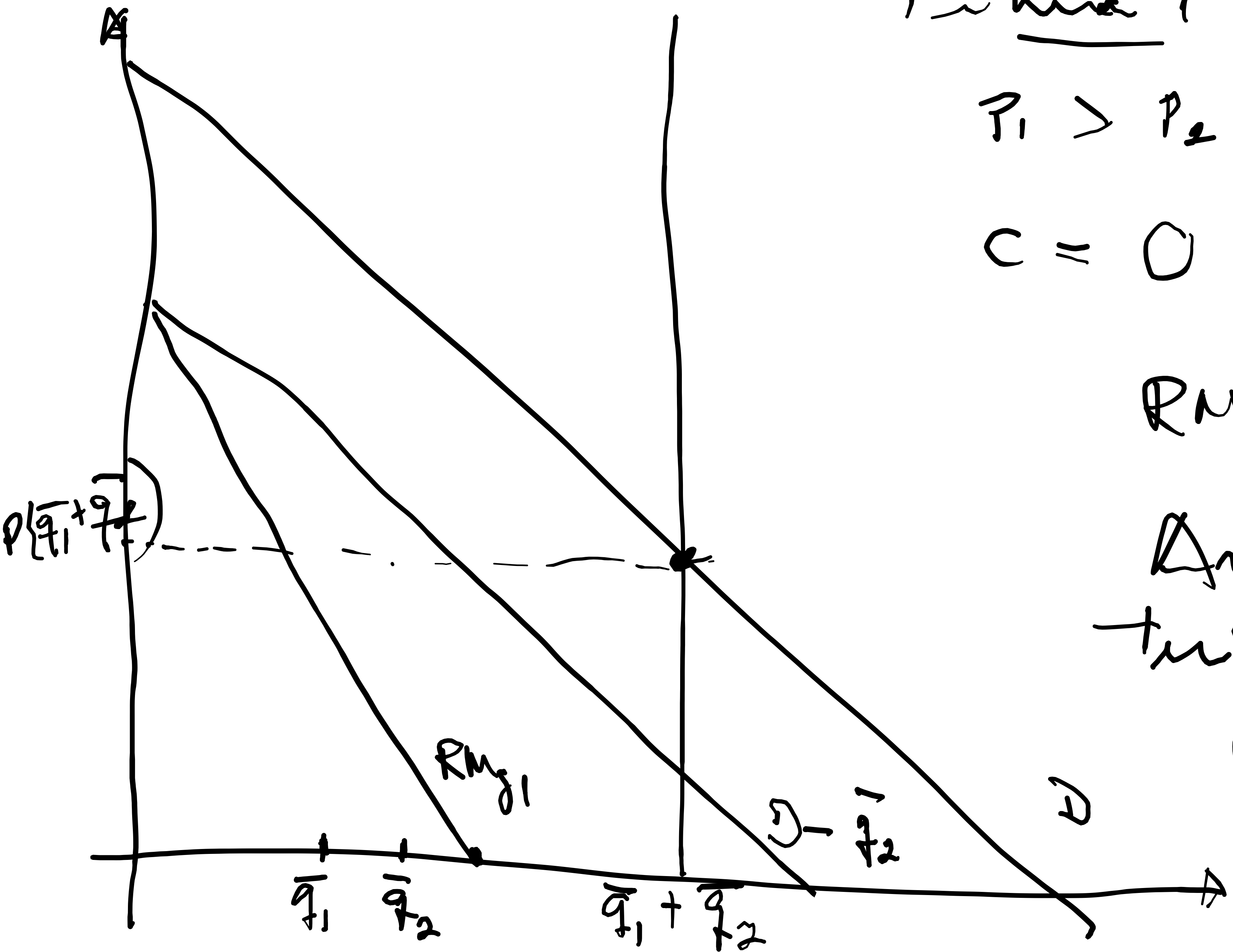
Firma 1

$p_1 > p_2$

$c = 0$

$RMg_1 = CMg = 0$

Ambas vendem tudo que é produzido.



Lema 2: Firma i nunca cobra p_i menor que $P(\bar{q}_j + R_i(\bar{q}_j))$, onde $R_i(q_j)$ é a função de resposta ótima do jogo de Cournot.

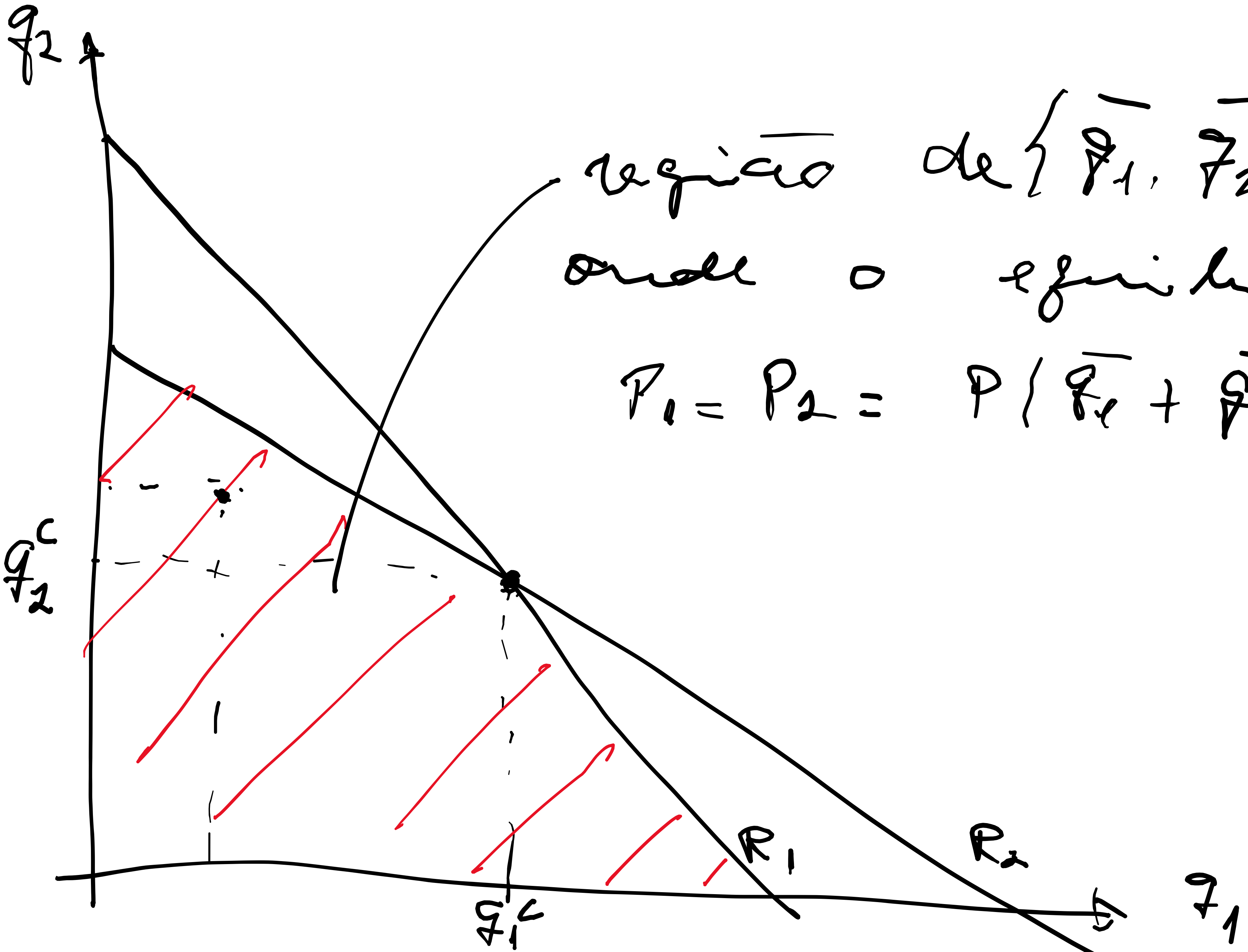
Não faz sentido cobrar um preço que leva a firma a produzir além da reação ótima

à capacidade da outra firma.
" Jean Tirole, A Theory of Industrial Organization.".

Lemma 1 e lemma 2 implicam que um equilíbrio em estratégia pura existe se $\bar{q}_i \leq R_i(\bar{q}_j)$, $\forall i$

região de $\{\bar{q}_1, \bar{q}_2\}$ onde o equilíbrio é

$$P_1 = P_2 = P(\bar{q}_1 + \bar{q}_2).$$



Se as capacidades forem as de Cournot, q_1^C e q_2^C, o preço será

$$P^C = P(q_1^C + q_2^C).$$

Fora dessa região, firmas têm muita capacidade. Elas adotam estratégias de roubar mercado das outras firmas.

Não há equilíbrio em estratégias puras, somente em estratégias mistas.

(Equilíbrio de Nash em estratégia mista:

Jogador i possui M ações possíveis:

$A_i = \{a_i^1, \dots, a_i^M\}$

Uma estratégia mista é uma distribuição de probabilidade sobre as M ações:

$$s_i = \{\sigma_i^1, \ldots, \sigma_i^M\}$$

$\sigma_i^m \rightarrow$ prob de i jogar a_i^m.

$$\sigma_i^1 + \ldots + \sigma_i^m = 1.$$

O equilíbrio em estratégia pura é um caso especial da estratégia mista, onde $\sigma_i^m = 1$ e $\sigma_i^{-m} = 0$.

Em estratégia mista se compara a utilidade esperada de cada ação.

Ex: Batalha dos Sexos

1 \ 2	Ballet	Box
Ballet	2, 1	0, 0
Box	0, 0	1, 2

2 equilíbrios em estratégia pura.

Eq. misto: $\quad$ chute

Jogador 1 : $\{1/9,\ 8/9\}$

Jogador 2 : $\{4/5,\ 1/5\}$

$$EU_1 = \frac{1}{9} \times \frac{4}{5}\, U_1(\text{Ballet}, \text{Ballet}) + \frac{1}{9}\frac{1}{5}\, U_1(\text{Ballet}, \text{Box})$$

$$+ \frac{8}{9}\cdot\frac{4}{5}\, U_1(\text{Box}, \text{Ballet}) + \frac{8}{9}\cdot\frac{1}{5}\, U_1(\text{Box}, \text{Box})$$

$$= \frac{4}{45}\, 2 + \frac{1}{45}\, 0 + \frac{32}{45}\, 0 + \frac{8}{45}\, 1 = \frac{16}{45}.$$

Como saber se um jogo tem equilíbrio em estratégia mista?

Quase todo jogo tem um número ímpar de equilíbrios. (!)

Como calcular as probabilidades de equilíbrio?

- Jogadores somente aleatorizam quando são indiferentes entre suas possíveis ações.

Suponha que o jogador 2 use

$(\sigma_2, 1 - \sigma_2)$

Ballet, Box

$$EU_1(\text{Ballet}) = \sigma_2 \cdot 2 + (1-\sigma_2) \cdot 0 = 2\sigma_2$$

$$EU_1(\text{Box}) = \sigma_2 \cdot 0 + (1-\sigma_2) \cdot 1 = 1-\sigma_2$$

Em equilíbrio, $EU_1(\text{Ballet}) = EU_1(\text{Box})$

$$2\sigma_2 = 1-\sigma_2$$

$$\sigma_2^* = 1/3 \; ; \; (1-\sigma_2^*) = 2/3$$

Jogador $(\sigma_1, 1-\sigma_1)$

$$EU_2(\text{Ballet}) = \sigma_1 \cdot 1 + (1-\sigma_1) \cdot 0 = \sigma_1$$

$$EU_2(\text{Box}) = \sigma_1 \cdot 0 + (1-\sigma_1) \cdot 2 = 2 - 2\sigma_1$$

Equilíbrio: $\sigma_1 = 2 - 2\sigma_1$

$3\sigma_1 = 2$

$\sigma_1^* = 2/3, \; 1-\sigma_1^* = 1/3$

Equilíbrios de Nash:

$\{(\text{Ballet}, \text{Ballet}), (\text{Box}, \text{Box}), (\sigma_1^* = 2/3 ; 1-\sigma_1^* = 1/3 ; \sigma_2^* = 1/3 ; 1-\sigma_2^* = 2/3)\}$

Exercício: Calcule o equilíbrio de Nash do B seguinte jogo:

A \ B	par	ímpar
par	1, −1	−1, 1
ímpar	−1, 1	1, −1

Jogador B: σ_B, $1-\sigma_B$

$$EU_A(\text{Par}) = \sigma_B \, 1 + (1-\sigma_B)(-1) = \sigma_B - 1 + \sigma_B$$

$$EU_A(\text{impar}) = \sigma_B \cdot (-1) + (1-\sigma_B)\, 1 = -\sigma_B + 1 - \sigma_B$$

Equilíbrio: $EU_A(\text{Par}) = EU_A(\text{impar})$

$$2\sigma_B - 1 = 1 - 2\sigma_B$$

$$4\sigma_B = 2 \Rightarrow \sigma_B^* = 1/2$$

Jogador A: σ_A, $1-\sigma_A$

$$EU_B(\text{par}) = \sigma_A(-1) + (1-\sigma_A)\,1 = 1 - 2\sigma_A$$

$$EU_B(\text{impar}) = \sigma_A(1) + (1-\sigma_A)(-1) = 2\sigma_A - 1$$

Eq.: $EU_B(\text{par}) = EU_B(\text{impar})$

$$1 - 2\sigma_A = 2\sigma_A - 1$$

$$2 = 4\sigma_A \longrightarrow \sigma_A^* = 1/2$$

Equilíbrio de Nash:

$$\{\sigma_A^* = 1/2, \sigma_J^* = 1/2\}$$