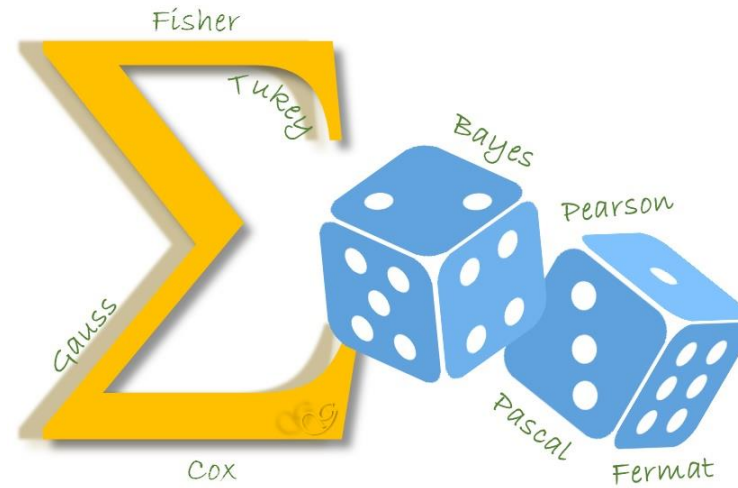


BIOESTATÍSTICA

BIOESTATÍSTICA

GLEICE M S CONCEIÇÃO
MARIA DO ROSÁRIO D D LATORRE
FSP USP



BIOESTATÍSTICA

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Distribuição Normal (μ, σ^2)

Uma variável aleatória (v.a.) X terá distribuição Normal com parâmetros μ e σ^2 , se a sua função densidade de probabilidade (f.d.p.) for dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, -\infty < x < \infty$$

Pode ser mostrado

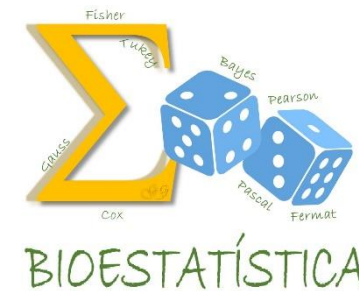
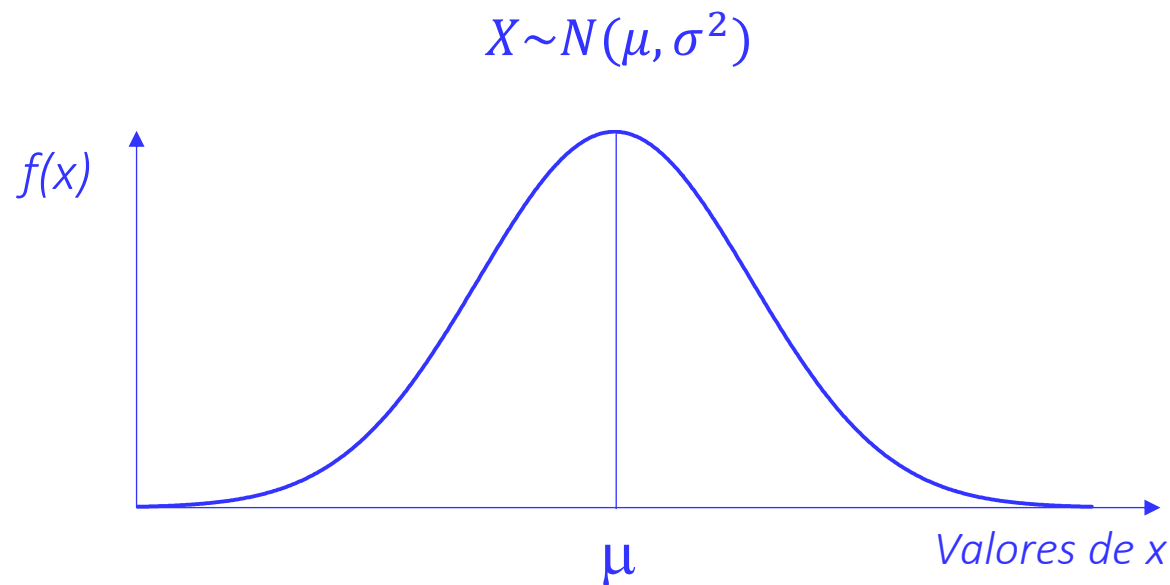
que:

$$E(X) = \mu$$

$$\text{Var}(X) = \sigma^2$$

Notação:

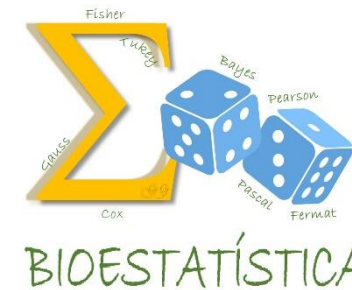
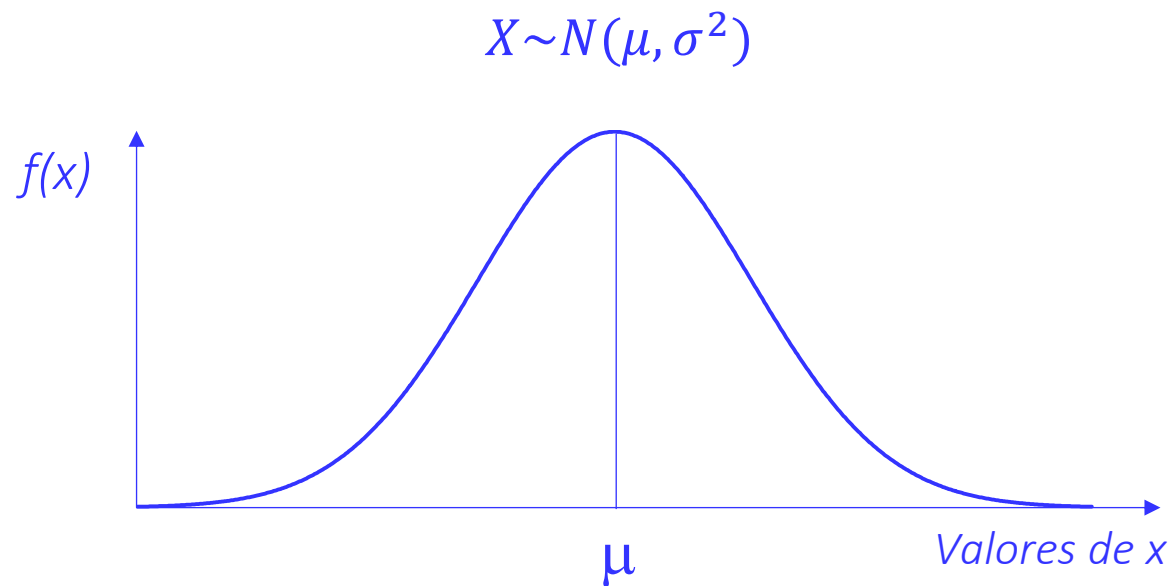
$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$



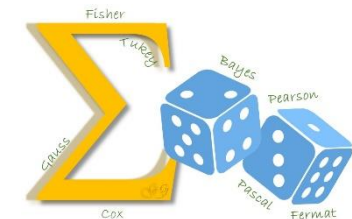
Distribuição Normal (μ, σ^2)

Algumas Propriedades:

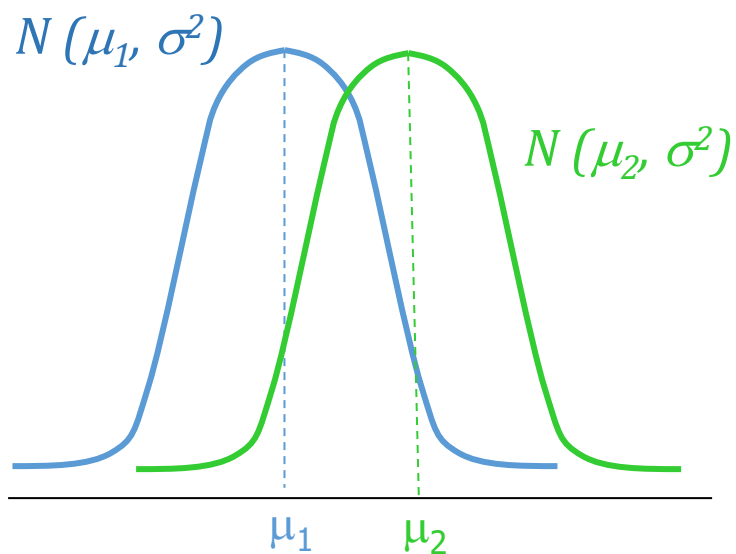
- a) a distribuição Normal é completamente determinada pela média e pelo desvio padrão
- b) média = mediana = moda
- c) a distribuição é simétrica em torno de μ
- d) o valor máximo para $f(x)$ se dá para $x=\mu$



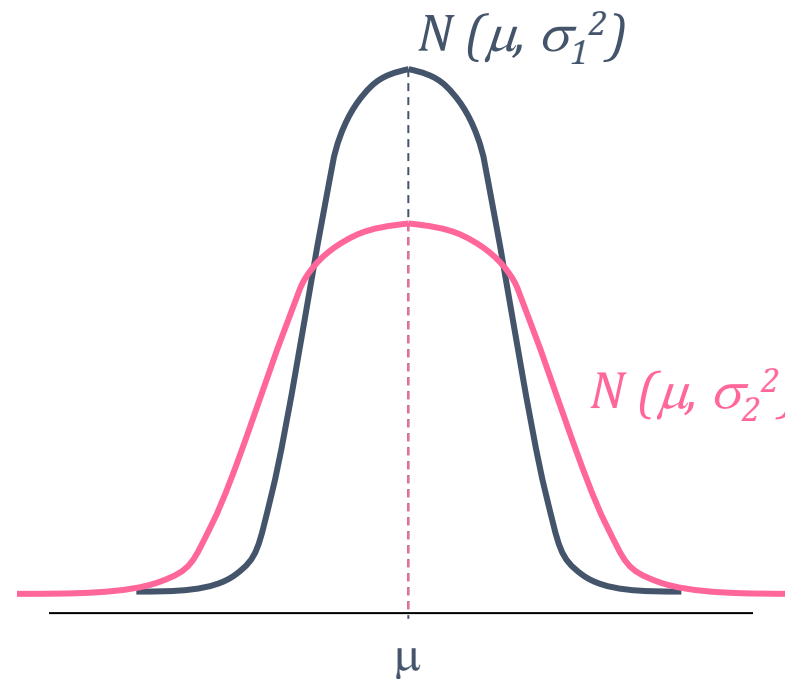
Distribuição Normal (μ, σ^2)



BIOESTATÍSTICA

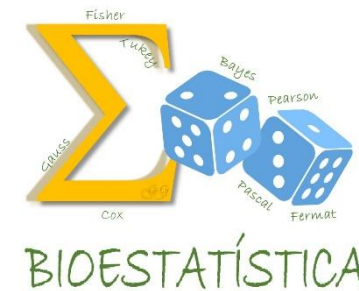


Variâncias iguais,
médias diferentes
($\mu_2 > \mu_1$)

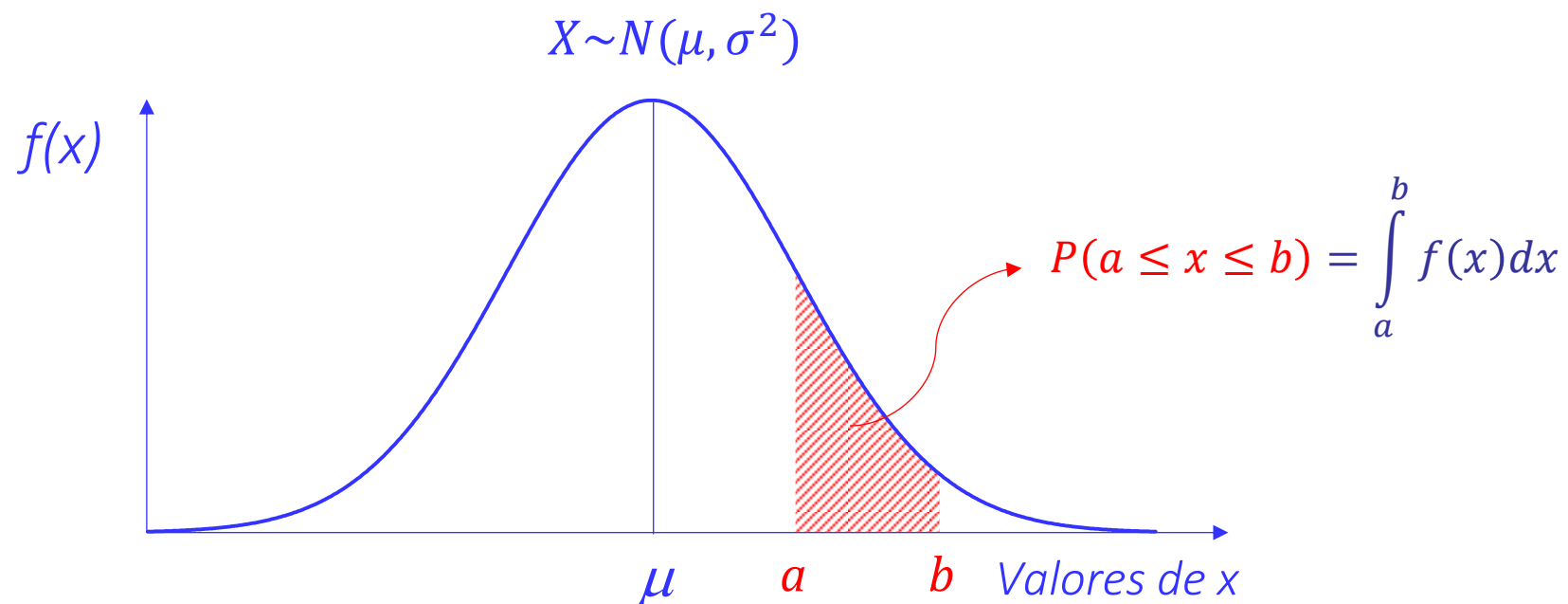


Médias iguais,
variâncias diferentes
($\sigma_2^2 > \sigma_1^2$)

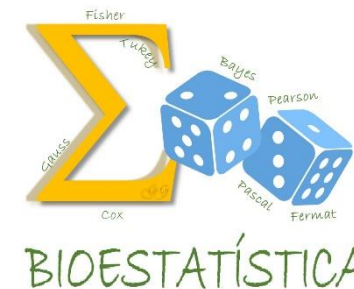
Distribuição Normal (μ, σ^2)



- ✓ A área sob a curva fornece **probabilidades**.
- ✓ Difíceis de calcular! É necessário o auxílio do cálculo diferencial e integral.
- ✓ Mas para um caso em particular, esses cálculos já foram feitos e as probabilidades estão tabeladas



Escore Z ou escore padrão



- ✓ O **Z** escore (ou escore padrão) indica quantos desvios-padrão (σ) um elemento (X) está da média (μ), calculado conforme abaixo:

$$Z = \frac{(X - \mu)}{\sigma}$$

- ✓ O z-escore é útil em pesquisas utilizando análise estatística porque permite a comparação de valores de observações de diferentes distribuições normais.
- ✓ De fato, quando itens de diferentes conjuntos de dados são transformados em z-escores, eles tornam-se passíveis de serem comparados.

Distribuição Normal Padrão - $N(0,1)$



A Tabela da distribuição $N(0,1)$ fornece, para cada número z , a probabilidade $P(Z \leq z)$, ou seja, a área à esquerda de z , a área sob a curva para o intervalo $[-\infty, z]$

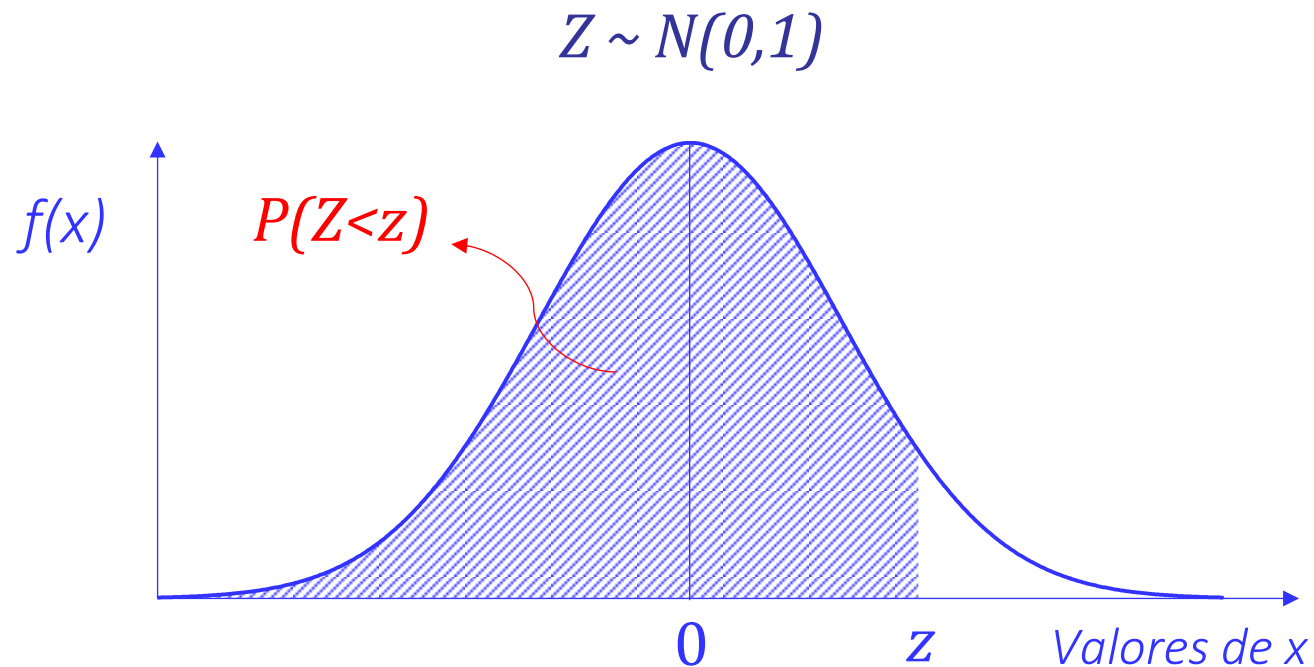
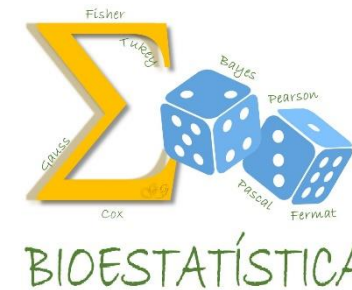


Tabela da distribuição Normal (0, 1)



$P(Z \leq z)$	z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	...
	0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	
	0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	
	0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	
	0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	
	0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	
	0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	
	0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	
	0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	
	0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	
	0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	
	1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	
	1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	
	1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	
	1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	
	1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	
	1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	
	1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	
	...							

✓ Para um determinado valor de z , o corpo da tabela fornece a área à esquerda de z (área em azul).

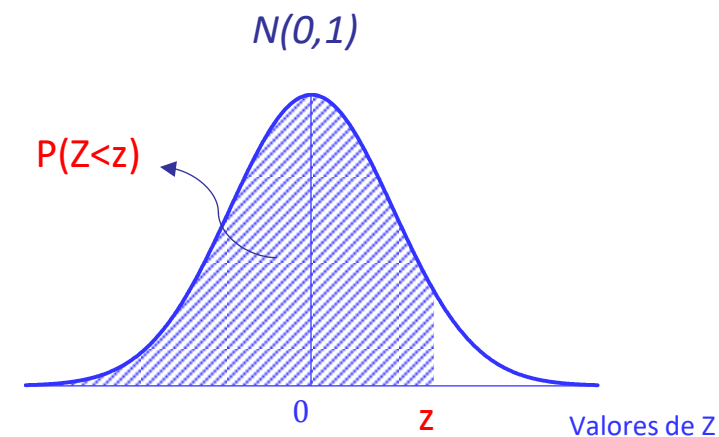
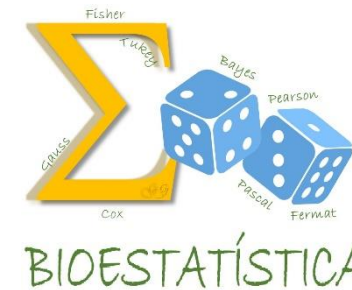


Tabela da distribuição Normal (0, 1)



$P(Z \leq z)$	z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	...
	0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	
	0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	
	0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	
	0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	
	0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	
	0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	
	0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	
	0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	
	0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	
	0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	
	1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	
	1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	
	1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	
	1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	
	1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	
	1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	
	1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	
	...							

$$P(Z < 1,32) = ?$$

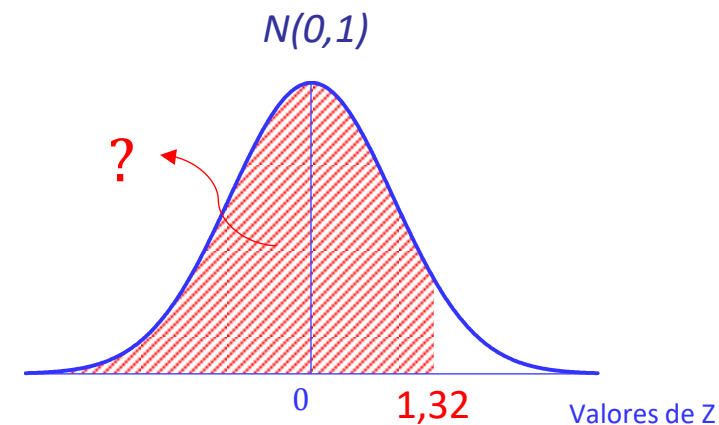
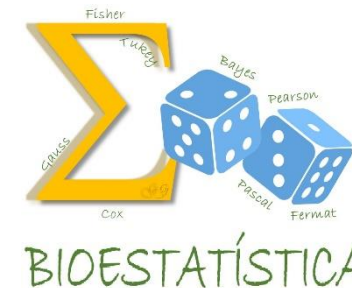


Tabela da distribuição Normal (0, 1)



$P(Z \leq z)$

z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	...
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	
...							

$$P(Z < 1,32) = 0,9066$$

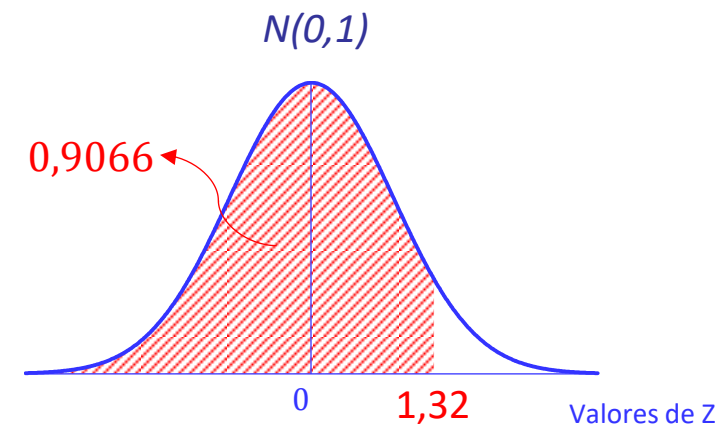
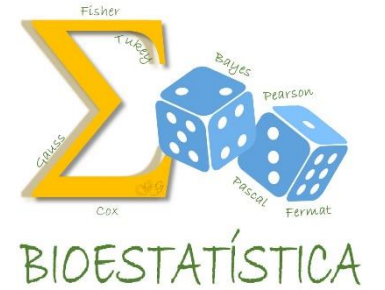


Tabela da distribuição Normal (0, 1)



$P(Z \leq z)$

z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	...
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	
...							

$$P(Z > 1,32) = ?$$

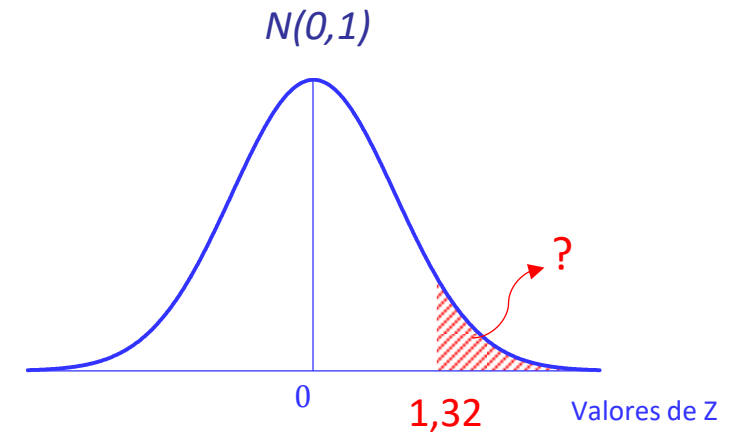
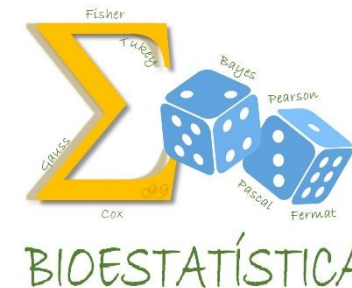


Tabela da distribuição Normal (0, 1)



$P(Z \leq z)$	z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	...
	0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	
	0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	
	0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	
	0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	
	0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	
	0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	
	0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	
	0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	
	0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	
	0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	
	1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	
	1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	
	1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	
	1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	
	1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	
	1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	
	1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	
	...							

$$P(Z > 1,32) = 1 - P(Z \leq 1,32)$$

$$= 1 - 0,9066 = 0,0934$$

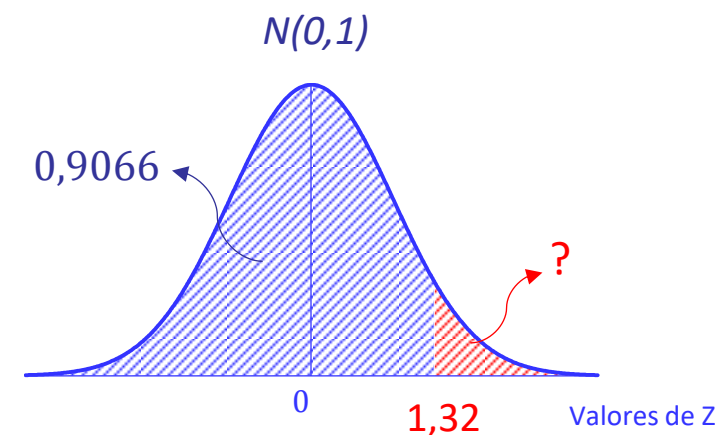
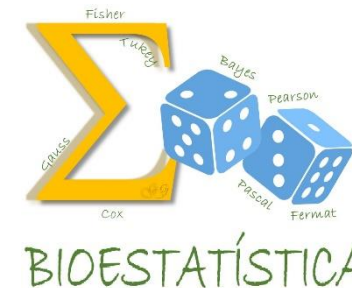


Tabela da distribuição Normal (0, 1)



$P(Z \leq z)$	z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	...
	0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	
	0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	
	0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	
	0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	
	0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	
	0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	
	0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	
	0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	
	0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	
	0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	
	1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	
	1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	
	1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	
	1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	
	1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	
	1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	
	1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	
	...							

$$P(Z < -1,32) = ?$$

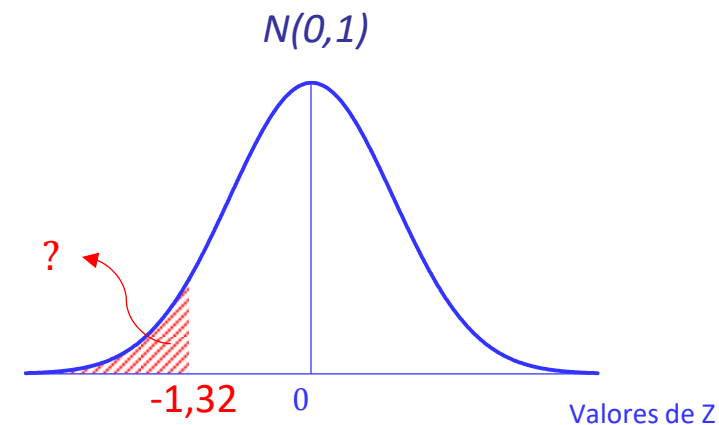
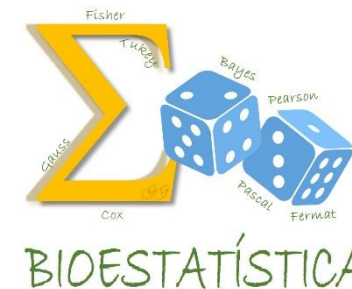


Tabela da distribuição Normal (0, 1)



$P(Z \leq z)$	z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	...
	0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	
	0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	
	0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	
	0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	
	0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	
	0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	
	0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	
	0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	
	0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	
	0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	
	1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	
	1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	
	1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	
	1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	
	1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	
	1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	
	1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	
	...							

$$P(Z < -1,32) = 1 - P(Z > 1,32)$$

$$= 1 - 0,9066 = 0,0934$$

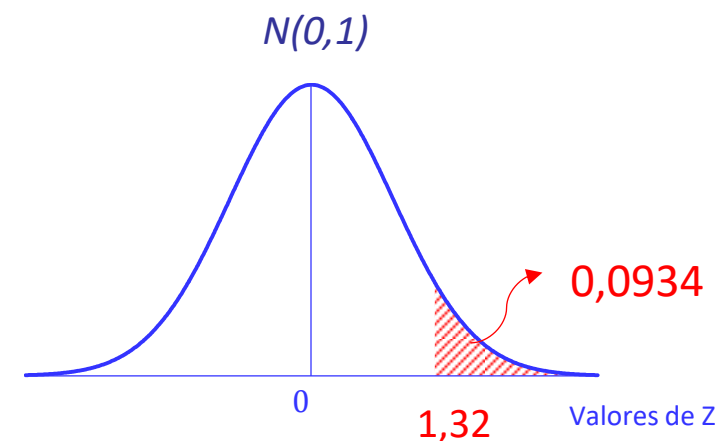
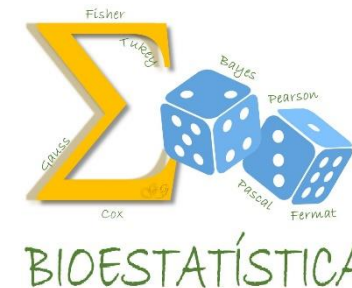


Tabela da distribuição Normal (0, 1)



$P(Z \leq z)$	z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	...
	0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	
	0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	
	0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	
	0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	
	0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	
	0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	
	0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	
	0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	
	0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	
	0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	
	1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	
	1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	
	1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	
	1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	
	1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	
	1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	
	1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	
	...							

$$P(-1,32 < Z < 1,32) = ?$$

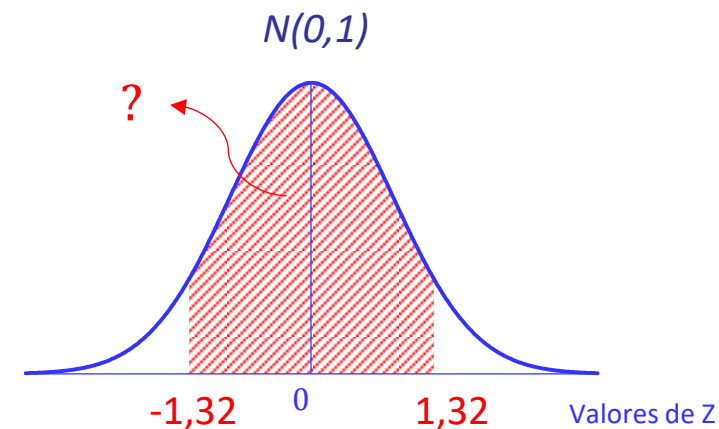
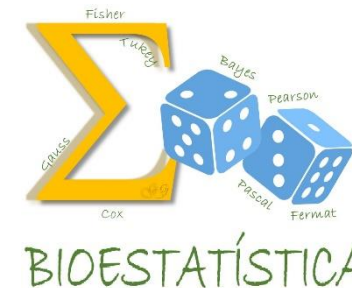


Tabela da distribuição Normal (0, 1)



$P(Z \leq z)$

z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	...
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	
...							

$$P(1,32 < Z < 1,32) =$$

$$P(Z < 1,32) - P(Z < -1,32) =$$

$$= 0,9066 - (1 - 0,9066) = 0,8132$$

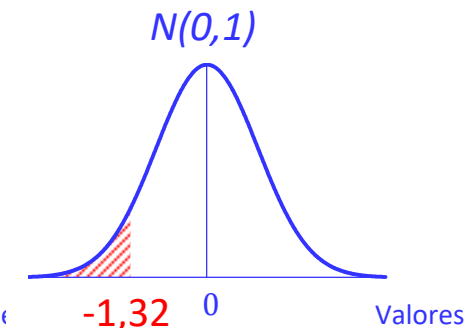
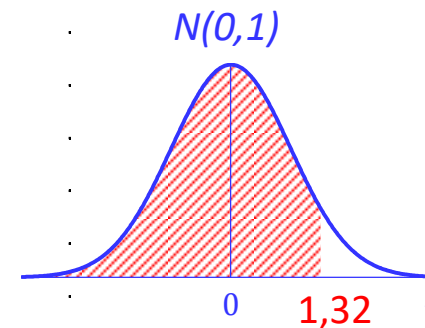
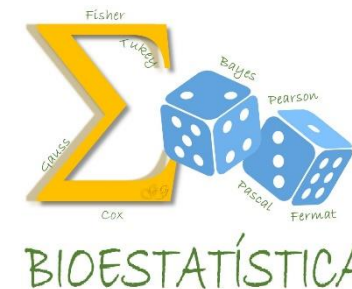


Tabela da distribuição Normal (0, 1)



$P(Z \leq z)$	z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	...
	0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	
	0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	
	0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	
	0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	
	0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	
	0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	
	0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	
	0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	
	0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	
	0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	
	1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	
	1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	
	1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	
	1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	
	1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	
	1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	
	1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	
	...							

$$P(-z < Z < z) = 0,9$$

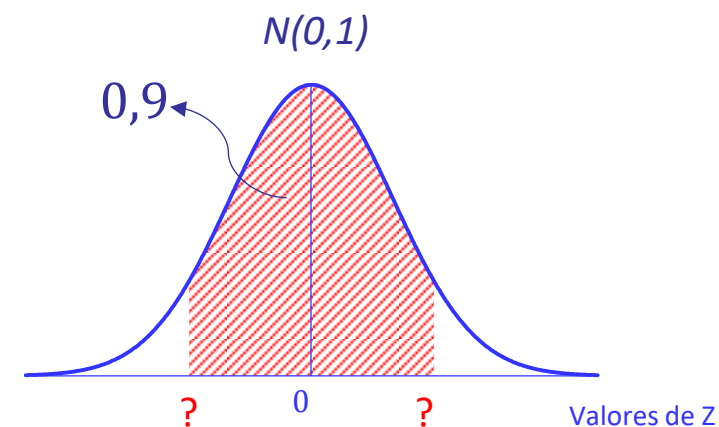
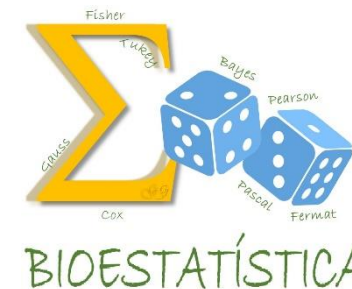


Tabela da distribuição Normal (0, 1)



$P(Z \leq z)$	z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	...
	0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	
	0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	
	0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	
	0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	
	0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	
	0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	
	0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	
	0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	
	0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	
	0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	
	1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	
	1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	
	1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	
	1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	
	1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	
	1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	
	1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	
	...							

$$P(-z < Z < z) = 0,9$$

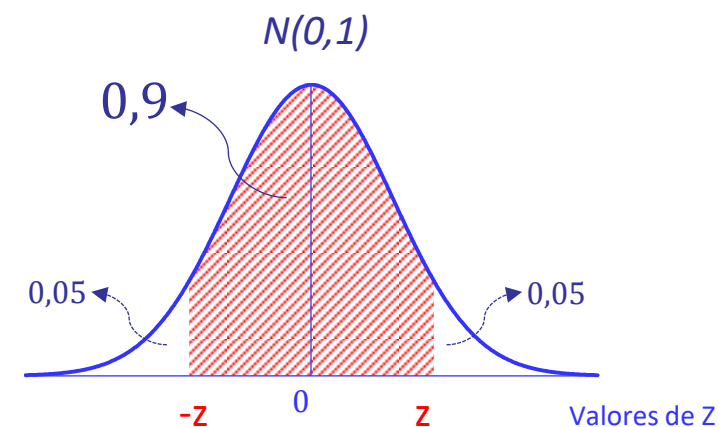
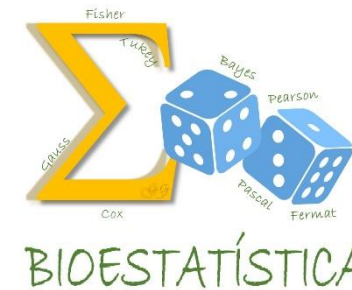


Tabela da distribuição Normal (0, 1)



$P(Z \leq z)$	z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	...
	0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	
	0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	
	0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	
	0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	
	0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	
	0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	
	0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	
	0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	
	0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	
	0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	
	1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	
	1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	
	1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	
	1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	
	1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	
	1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	
	1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	
	...							

$$P(-z < Z < z) = 0,9$$

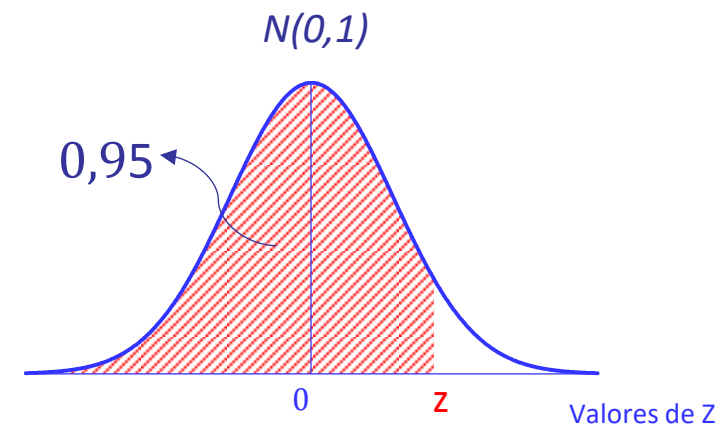
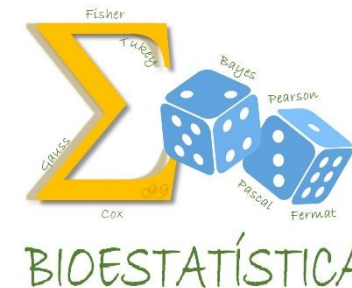


Tabela da distribuição Normal (0, 1)



$P(Z \leq z)$	z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	...
	0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	
	0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	
	0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	
	0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	
	0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	
	0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	
	0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	
	0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	
	0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	
	0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	
	1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	
	1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	
	1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	
	1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	
	1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	
	1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	
	1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	
	...							

$$P(-z < Z < z) = 0,9$$

$$\Rightarrow z = 1,645$$

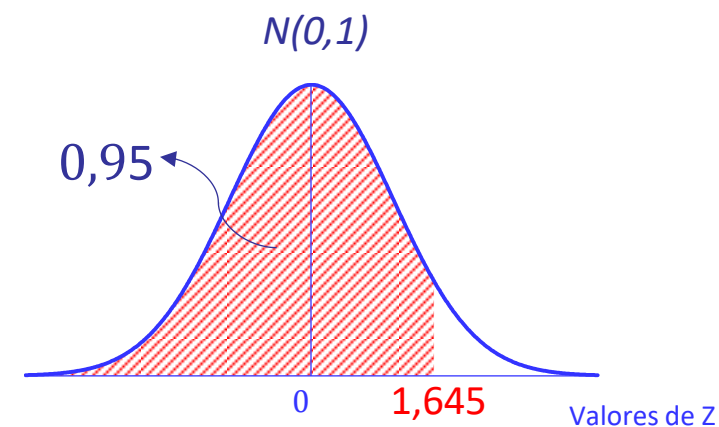
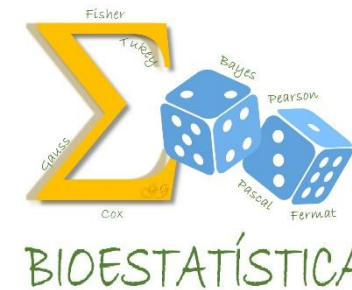


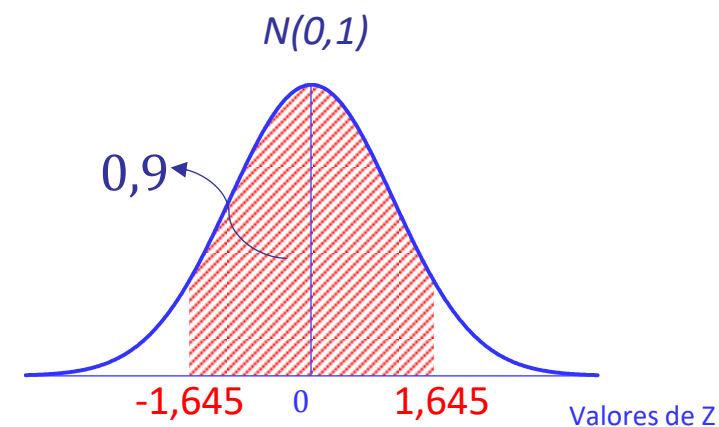
Tabela da distribuição Normal (0, 1)



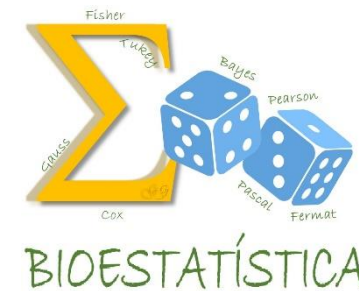
$P(Z \leq z)$	z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	...
	0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	
	0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	
	0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	
	0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	
	0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	
	0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	
	0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	
	0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	
	0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	
	0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	
	1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	
	1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	
	1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	
	1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	
	1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	
	1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	
	1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	
	...							

$$P(-z < Z < z) = 0,9$$

$$\Rightarrow z = 1,645$$



Exercício 1

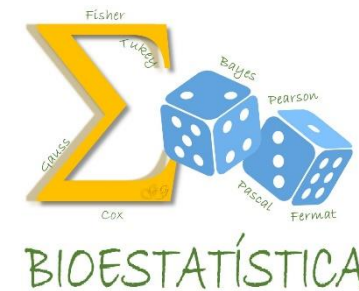


Para a variável $Z \sim N(0,1)$:

Obtenha as probabilidades:

- a) $P(Z < 1)$
- b) $P(Z < -1)$
- c) $P(-1 < Z < 1)$
- d) $P(-2 < Z < 2)$
- e) $P(-3 < Z < 3)$
- f) $P(Z < 1,64)$
- g) $P(Z < 1,96)$
- h) $P(-1,96 < Z < 1,96)$

Exercício 1

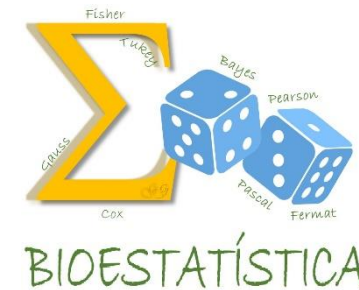


Para a variável $Z \sim N(0,1)$:

Obtenha as probabilidades:

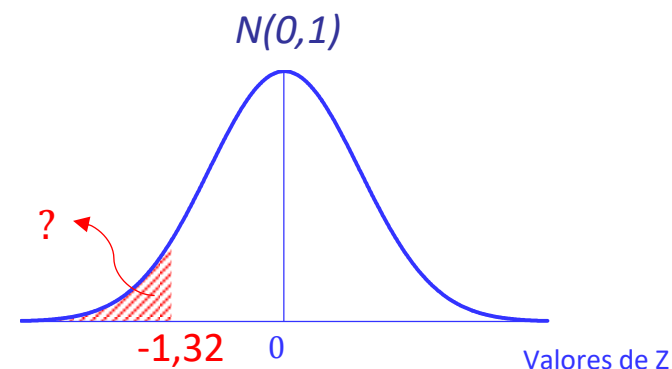
- a) $P(Z < 1) = 0,8413$
- b) $P(Z < -1) = 1 - 0,8413 = 0,1587$
- c) $P(-1 < Z < 1) = 0,8413 - (1 - 0,8413) = 0,6826$
- d) $P(-2 < Z < 2) = 0,9772 - (1 - 0,9772) = 0,9544$
- e) $P(-3 < Z < 3) = 0,9987 - (1 - 0,9987) = 0,9974$
- f) $P(Z < 1,64) = 0,9495$
- g) $P(Z < 1,96) = 0,9750$
- h) $P(-1,96 < Z < 1,96) = 0,9750 - (1 - 0,9750) = 0,95$

Em geral, utilizamos a tabela da Normal(0,1)
de duas formas:



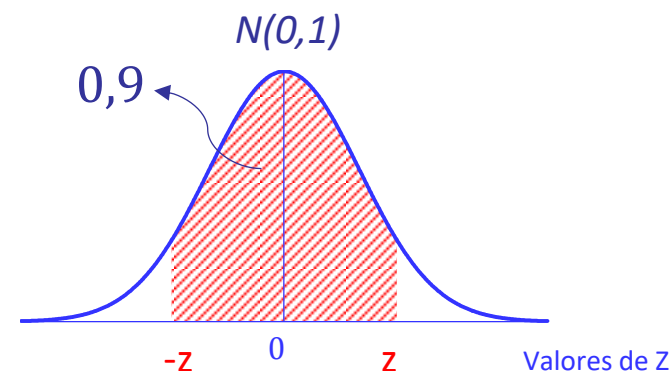
1. Para obter a área sob a curva (probabilidade) correspondente a um determinado o valor de z

Por ex., $P(Z < 1,32) = ?$

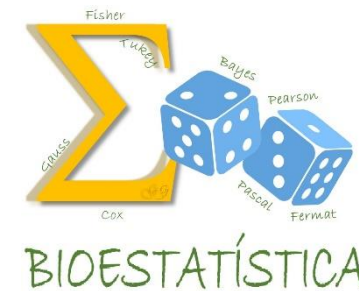


2. Para obter o valor de z correspondente a uma determinada área sob a curva (probabilidade)

Por ex., obter z tal que $P(-z < Z < z) = 0,9$



Exercício 2

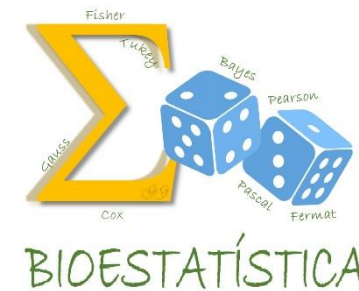


Para a variável $Z \sim N(0,1)$:

Obtenha os valores $-z$ e z tal que:

- a) $P(-z < Z < z) = 0,90$
- b) $P(-z < Z < z) = 0,95$
- c) $P(-z < Z < z) = 0,96$
- d) $P(-z < Z < z) = 0,99$

Exercício 2



Para a variável $Z \sim N(0,1)$:

Obtenha os valores $-z$ e z tal que:

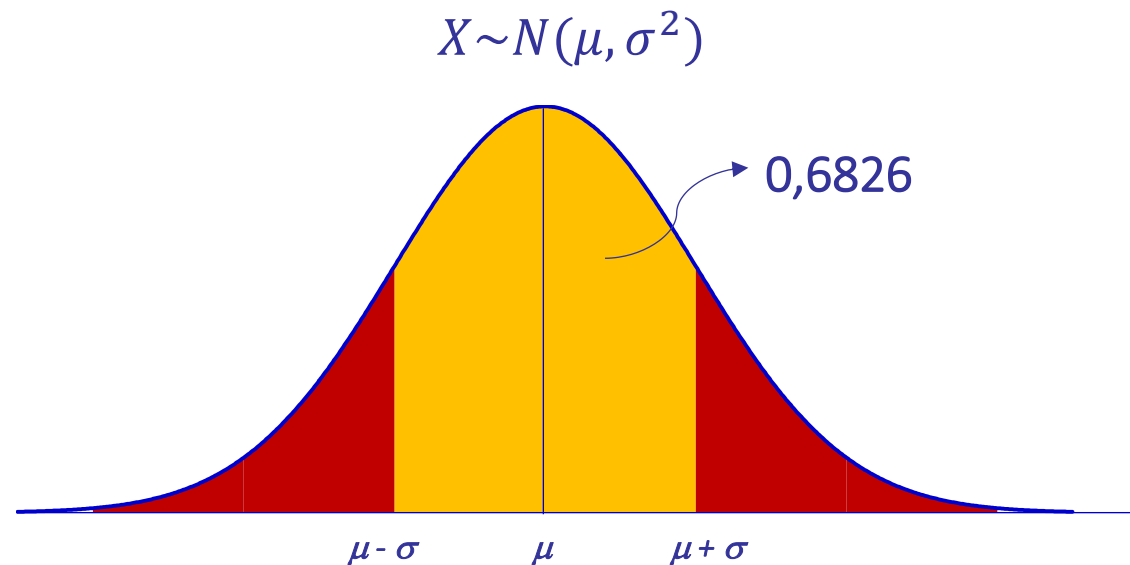
- a) $P(-z < Z < z) = 0,90 \Rightarrow z=1,645$
- b) $P(-z < Z < z) = 0,95 \Rightarrow z=1,96$
- c) $P(-z < Z < z) = 0,96 \Rightarrow z=2,055$
- d) $P(-z < Z < z) = 0,99 \Rightarrow z=2,575$

Distribuição Normal (μ, σ^2)

Algumas Propriedades:

e) interpretação para “intervalos de normalidade”

68,3% dos valores de X estão entre $(\mu - \sigma)$ e $(\mu + \sigma)$



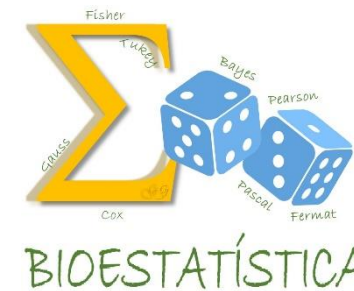
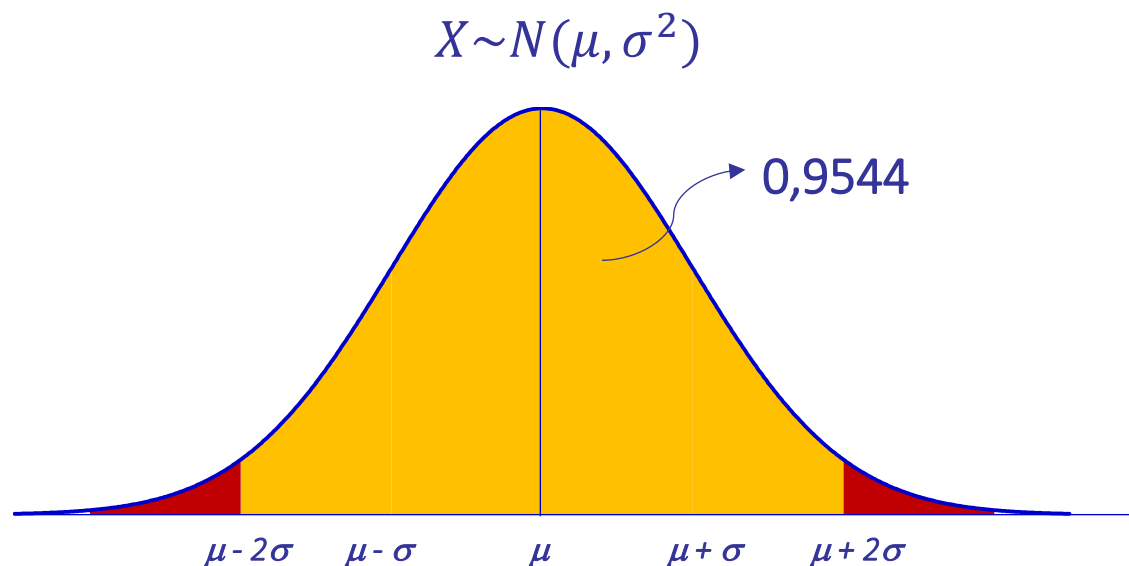
Distribuição Normal (μ, σ^2)

Algumas Propriedades:

e) interpretação para “intervalos de normalidade”

68,3% dos valores de X estão entre $(\mu - \sigma)$ e $(\mu + \sigma)$

95,4% dos valores de X estão entre $(\mu - 2\sigma)$ e $(\mu + 2\sigma)$



Distribuição Normal (μ, σ^2)

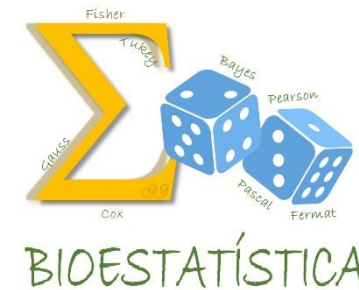
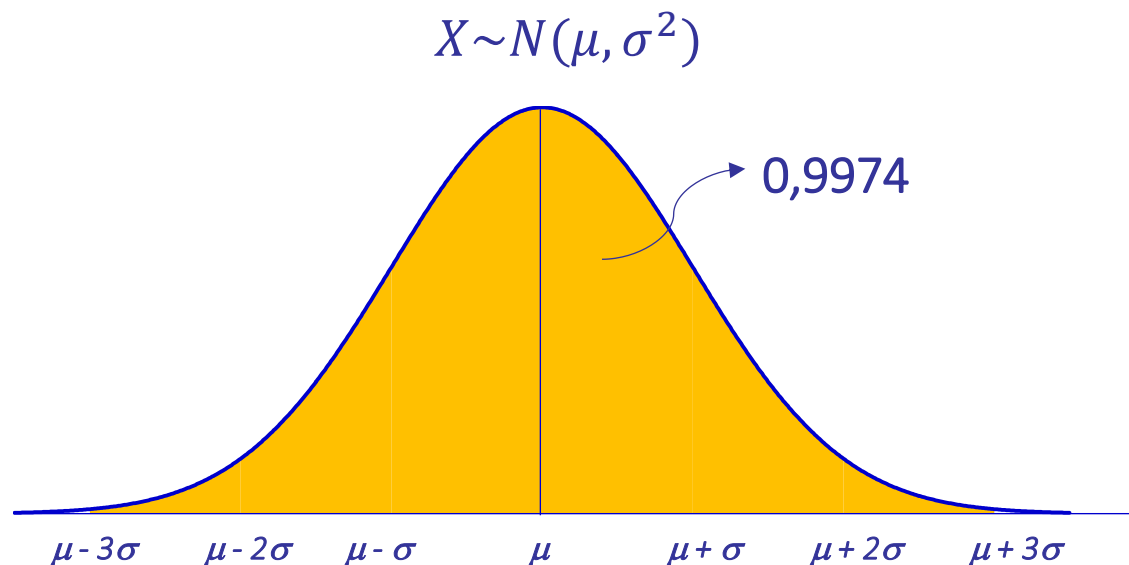
Algumas Propriedades:

e) interpretação para “intervalos de normalidade”

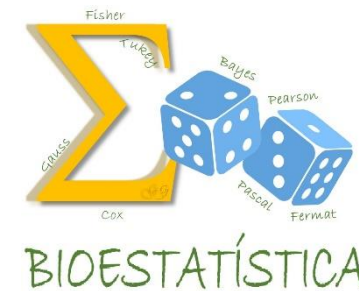
68,3% dos valores de X estão entre $(\mu - \sigma)$ e $(\mu + \sigma)$

95,4% dos valores de X estão entre $(\mu - 2\sigma)$ e $(\mu + 2\sigma)$

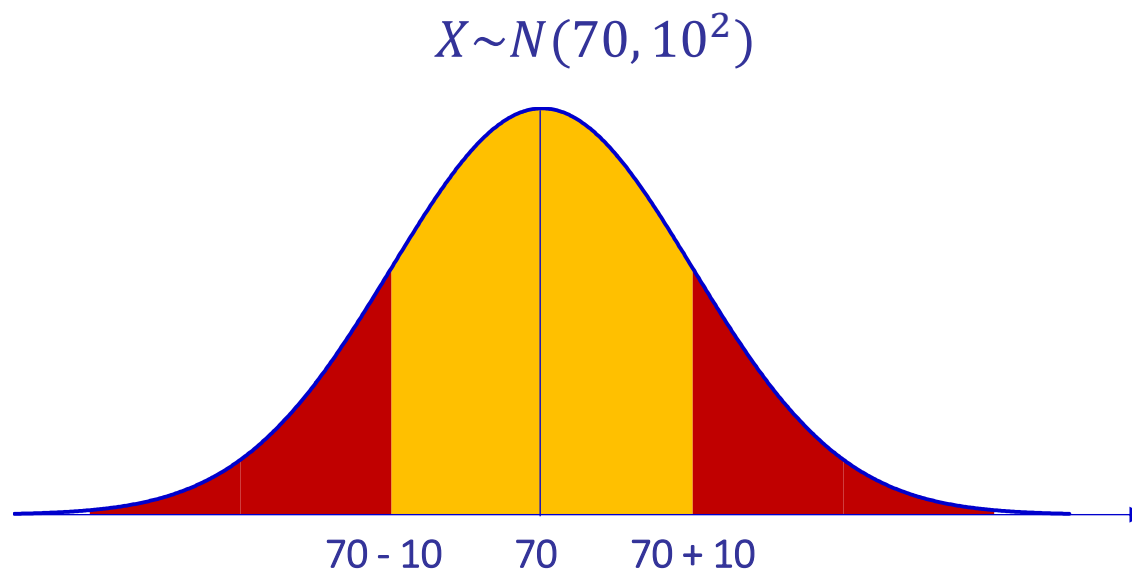
99,7% dos valores de X estão entre $(\mu - 3\sigma)$ e $(\mu + 3\sigma)$



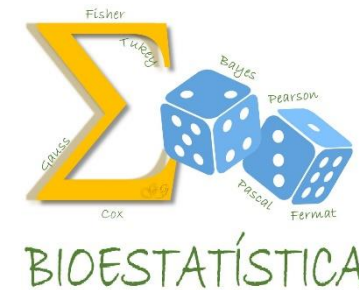
Exemplo



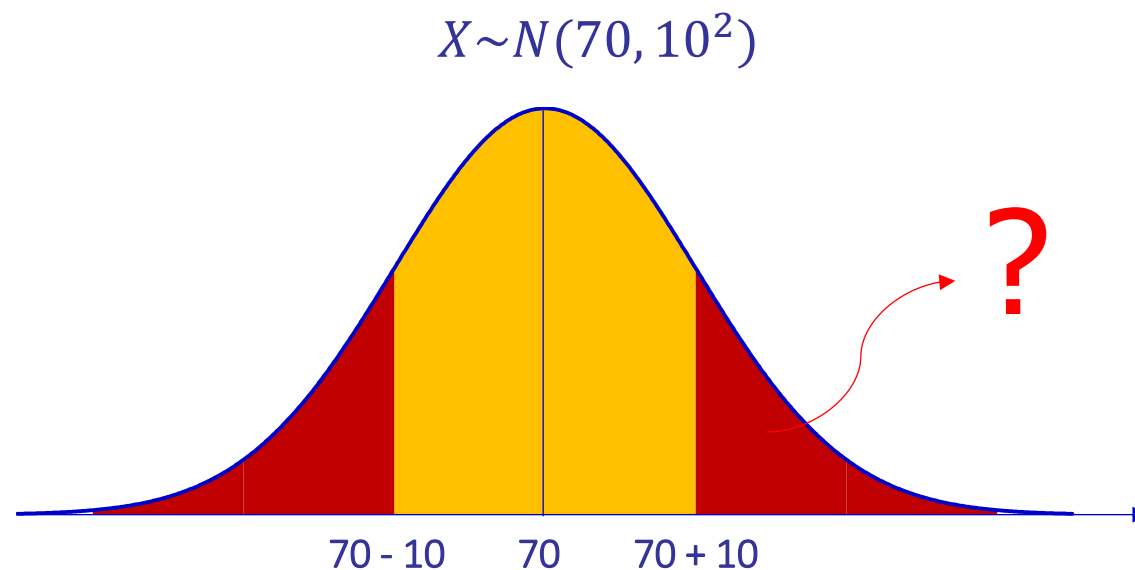
1. Suponha que as medidas de peso do corpo seguem uma distribuição Normal com $\mu = 70$ e $\sigma = 10$. Como os dados seguem uma distribuição Normal, podemos dizer que 68,3% das medidas de peso estão entre . . .



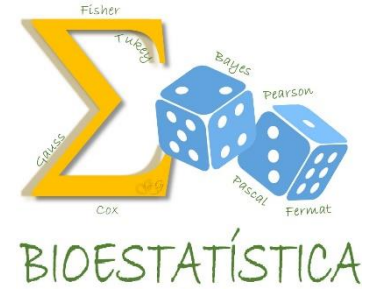
Exemplo



2. Qual a proporção de valores que está acima de 80 kg ?



Distribuição Normal



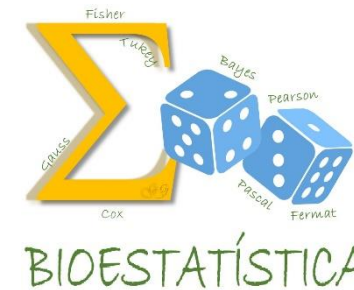
- ✓ As probabilidades para a Normal(0,1) estão dispostas em tabelas.
- ✓ O que fazer quando quisermos obter probabilidades (áreas) para uma Normal(μ, σ^2) ?
- ✓ Não é difícil mostrar que:

- Se $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

- Então $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$

- ✓ E podemos utilizar a tabela da N(0,1) para obter quaisquer probabilidades

Exemplo



3. Qual é a probabilidade de encontrar indivíduos nessa população com peso superior a 95kg?

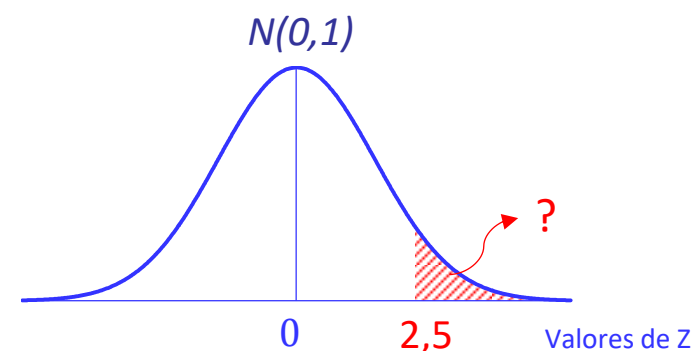
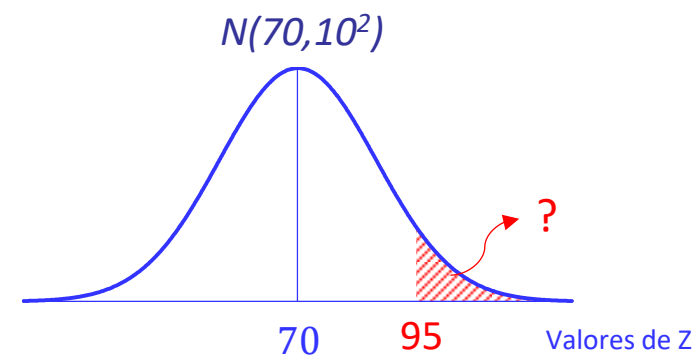
Vamos reduzir o problema ao uso da curva padrão:

$$X \sim N(70, 10^2)$$

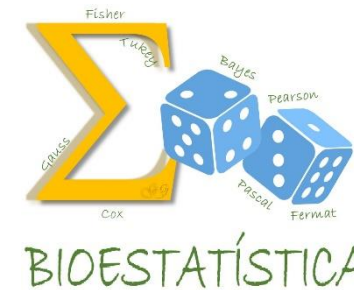
$$P(X > 95) = P\left(\frac{X - 70}{10} > \frac{95 - 70}{10}\right)$$

$$= P(Z > 2,5)$$

$$= 1 - 0,9938 = 0,0062$$



Distribuição Normal (μ, σ^2)



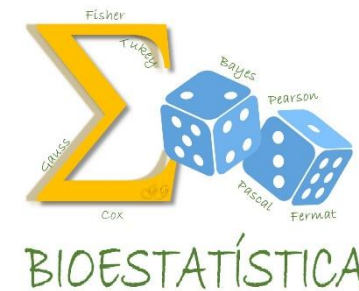
Vimos que para obter probabilidades (áreas) para uma Normal(μ, σ^2) ,
basta reduzir o problema ao uso da curva padrão, através do seguinte resultado:

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

Então, por exemplo:

$$P(X \leq a) = P(X - \mu \leq a - \mu) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{a - \mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \leq \frac{a - \mu}{\sigma}\right)$$

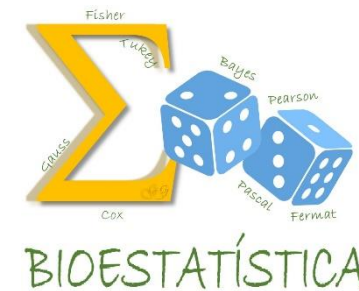
Exercício 3



Suponha que a quantidade de C_{14} , liberada sob a forma de CO_2 , para pacientes não portadores da bactéria *H. pylori*, seja uma variável com distribuição Normal, com média 0,07 e desvio padrão igual a 0,03 unidades de C_{14} . A partir destas informações, obtenha a probabilidade de uma pessoa não infectada liberar:

- a) Entre 0,04 e 0,10 unidades de C_{14} .
- b) Mais de 0,15 unidades de C_{14} .
- c) Quais valores, simétricos em relação à média, incluem 80% dos pacientes não infectados?

Exercício 3



X - quantidade de C_{14} em pacientes não portadores da bactéria *H. pylori*

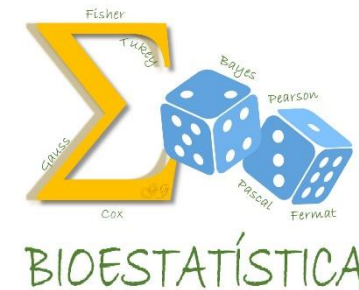
$$X \sim N(0,07; 0,03^2)$$

A probabilidade de uma pessoa não infectada liberar:

a) Entre 0,04 e 0,10 unidades de C_{14}

$$\begin{aligned} P(0,04 \leq X \leq 0,10) &= P(0,04 - 0,07 \leq X - 0,07 \leq 0,10 - 0,07) \\ &= P\left(\frac{0,04 - 0,07}{0,03} \leq \frac{X - 0,07}{0,03} \leq \frac{0,10 - 0,07}{0,03}\right) \\ &= P(-1 \leq Z \leq 1) = 0,8413 - (1 - 0,8413) = 0,6826 \end{aligned}$$

Exercício 3



X - quantidade de C_{14} em pacientes não portadores da bactéria *H. pylori*

$$X \sim N(0,07; 0,03^2)$$

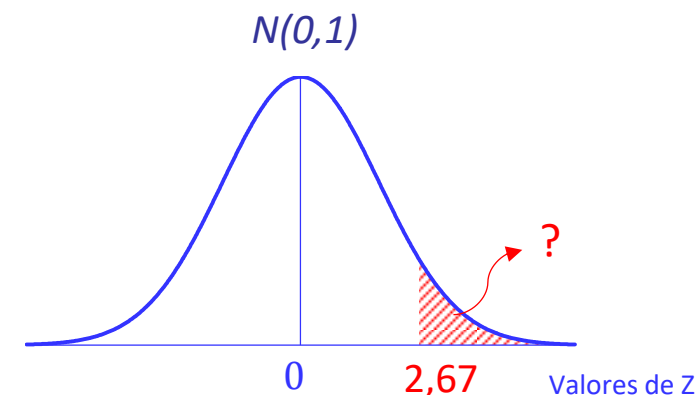
A probabilidade de uma pessoa não infectada liberar:

b) Mais de 0,15 unidades de C_{14} .

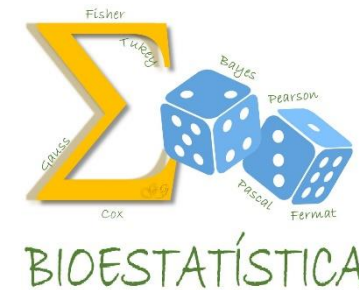
$$P(X > 0,15) = P(X - 0,07 > 0,15 - 0,07)$$

$$= P\left(\frac{X - 0,07}{0,03} \leq \frac{0,15 - 0,07}{0,03}\right)$$

$$= P(Z > 2,67) = 1 - 0,9962 = 0,0038$$



Exercício 3



X - quantidade de C_{14} em pacientes não portadores da bactéria *H. pylori*

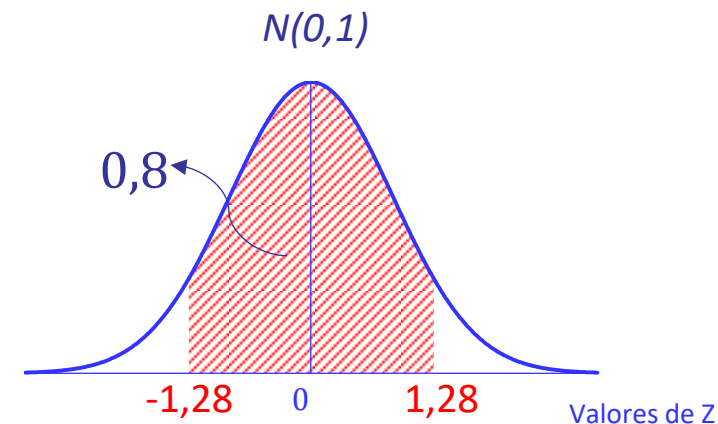
$$X \sim N(0,07; 0,03^2)$$

c) Quais valores, simétricos em relação à média, incluem 80% dos pacientes não infectados?

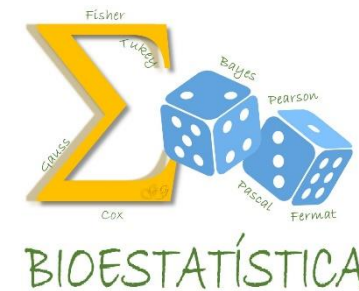
$$P(a \leq X \leq b) = 0,8 \Rightarrow P\left(\frac{a - 0,07}{0,03} \leq \frac{X - 0,07}{0,03} \leq \frac{b - 0,07}{0,03}\right) = 0,8$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{a - 0,07}{0,03} \leq Z \leq \frac{b - 0,07}{0,03}\right) = 0,8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a - 0,07}{0,03} = -1,28 \Rightarrow a = 0,0316 \\ \frac{b - 0,07}{0,03} = 1,28 \Rightarrow b = 0,1084 \end{cases}$$



Exercício 4



Seja X uma variável aleatória normalmente distribuída, com média 8 e desvio padrão 4 ($X \sim N(8; 4^2)$). Calcular:

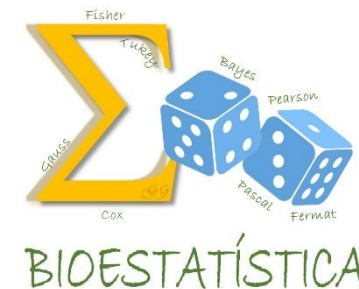
a) $P(5 < X < 10)$

b) $P(9 < X)$

c) $P(X < 2)$

d) $P(10 < X < 15)$

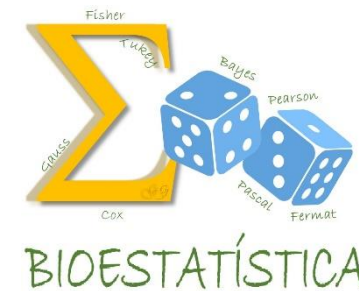
Exercício 5



Admitindo-se que a estatura dos habitantes de uma localidade seja uma variável aleatória com distribuição normal, com média 170 cm e desvio padrão de 25 cm, calcular:

- a) a probabilidade de se encontrar na população indivíduos com mais de 190 cm de estatura.
- b) a probabilidade de se encontrar na população indivíduos com menos de 158 cm de estatura.
- c) a probabilidade de se encontrar na população indivíduos entre 140 e 180 cm de estatura.
- d) o número de indivíduos com menos de 187 cm de estatura, assumindo que o total da população é de 5000 habitantes.

Exercício 6

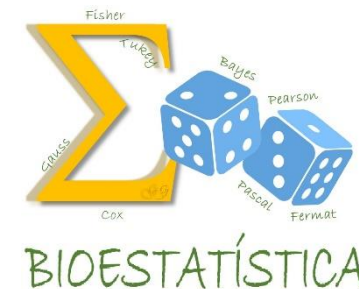


As notas de Bioestatística em um determinado curso ocorrem segundo uma distribuição

$N(7,0 ; 1,6)$. Calcular a probabilidade de um aluno:

- a) tirar menos do que 5.
- b) tirar acima de 8.
- c) tirar nota entre 4,5 e 6.
- d) ser aprovado (ié, tirar no mínimo 7)
- e) tirar acima de 4.

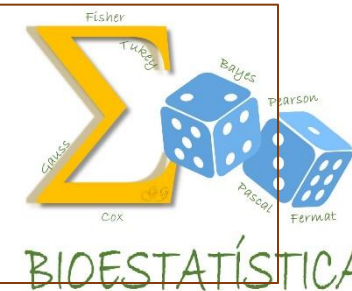
Exercício 7



Supondo-se que a distribuição etária, para uma determinada população com 100000 habitantes, é uma variável aleatória normalmente distribuída com média de 40 anos e desvio padrão de 10 anos, calcular:

- a) quantas pessoas têm idade acima de 50 anos?
- b) quantas pessoas têm idade abaixo de 30 anos?
- c) quantas pessoas têm idade acima de 35 anos?
- d) quantas pessoas têm entre 20 e 40 anos?
- e) quantas pessoas têm entre 25 e 60 anos?

Gabarito



Ex.4

- a)46,5%
- b)40,1%
- c)6,7%
- d)26,85%

Ex. 5

- a)21,19%
- b)31,56%
- c)54,03%
- d)3759 indivíduos

Ex. 6

- a)10,56%
- b)25,99%
- c)20,66%
- d)50%
- e)96,93%

Ex. 7

- a)15866 indivíduos
- b)15866 indivíduos
- c)69146 indivíduos
- d)47725 indivíduos
- e)91044 indivíduos