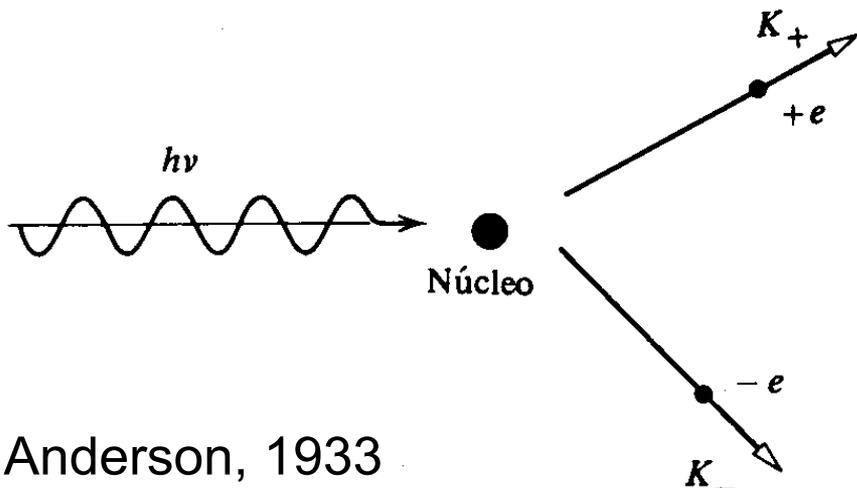


Propriedades corpusculares da radiação e.m.

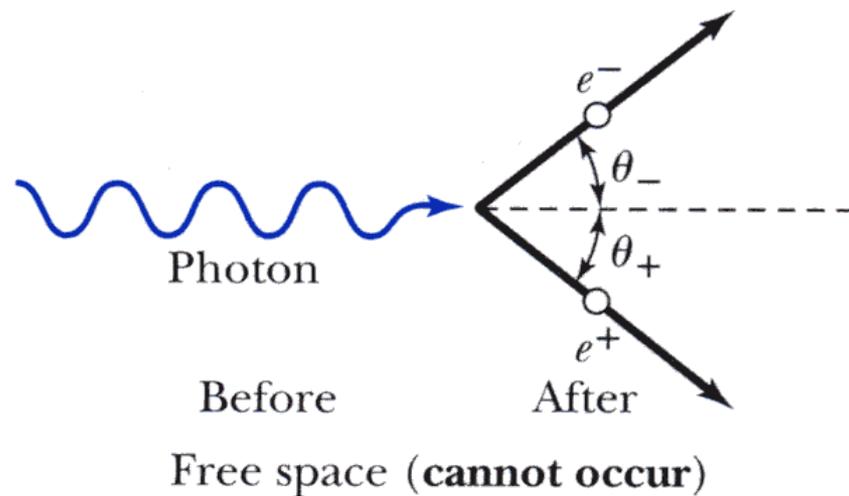
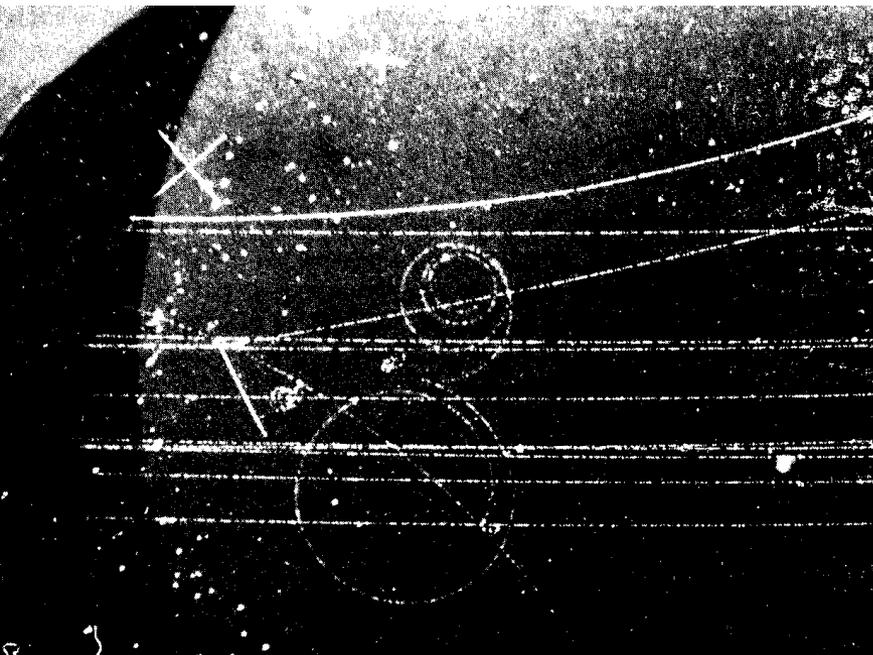
Fenômenos que evidenciam a natureza corpuscular da radiação eletromagnética:

- efeito fotoelétrico; ✓
- produção de raios-X (bremsstrahlung) ✓
- espalhamento Compton ✓
- produção e aniquilação de pares (e^+/e^-)

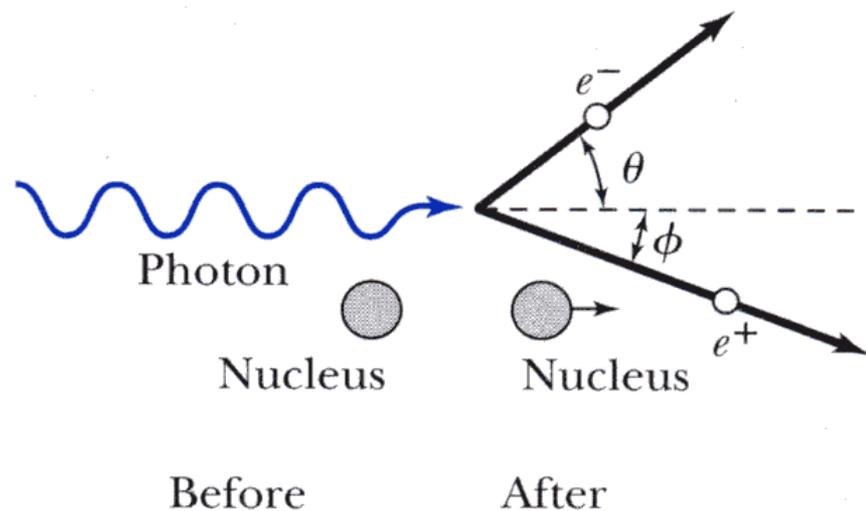
Produção e aniquilação de pares



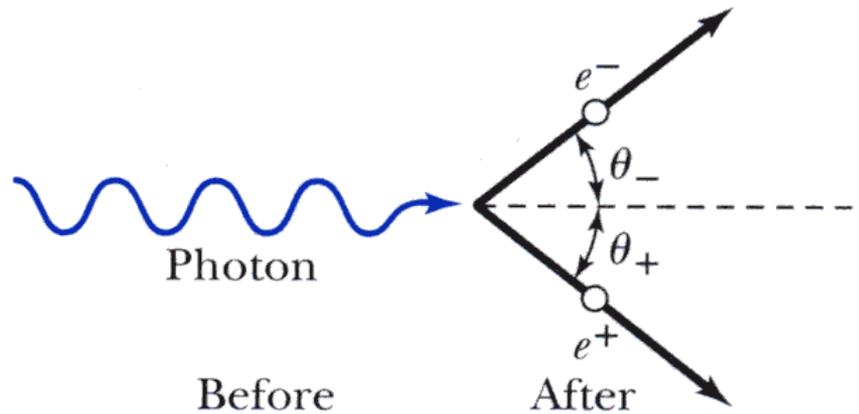
Anderson, 1933



(a)



Produção de pares (no espaço livre)



Conservação da energia:

$$E_\gamma = h\nu = E_+ + E_- = (m_0c^2 + K_+) + (m_0c^2 + K_-)$$

$$= K_+ + K_- + 2m_0c^2 = \sqrt{p_+^2c^2 + m_0^2c^4} + \sqrt{p_-^2c^2 + m_0^2c^4}$$

Conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{h\nu}{c} = p_+ \cos\theta_+ + p_- \cos\theta_- \Rightarrow h\nu = p_+ c \cos\theta_+ + p_- c \cos\theta_- \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h\nu = (p_+ c + p_- c)_{\text{máx}} < \sqrt{p_+^2c^2 + m_0^2c^4} + \sqrt{p_-^2c^2 + m_0^2c^4}$$

Conservação
de energia
e momento

Fazer probl. 9 da lista 1

Aniquilação de pares – PET

Antes



Depois



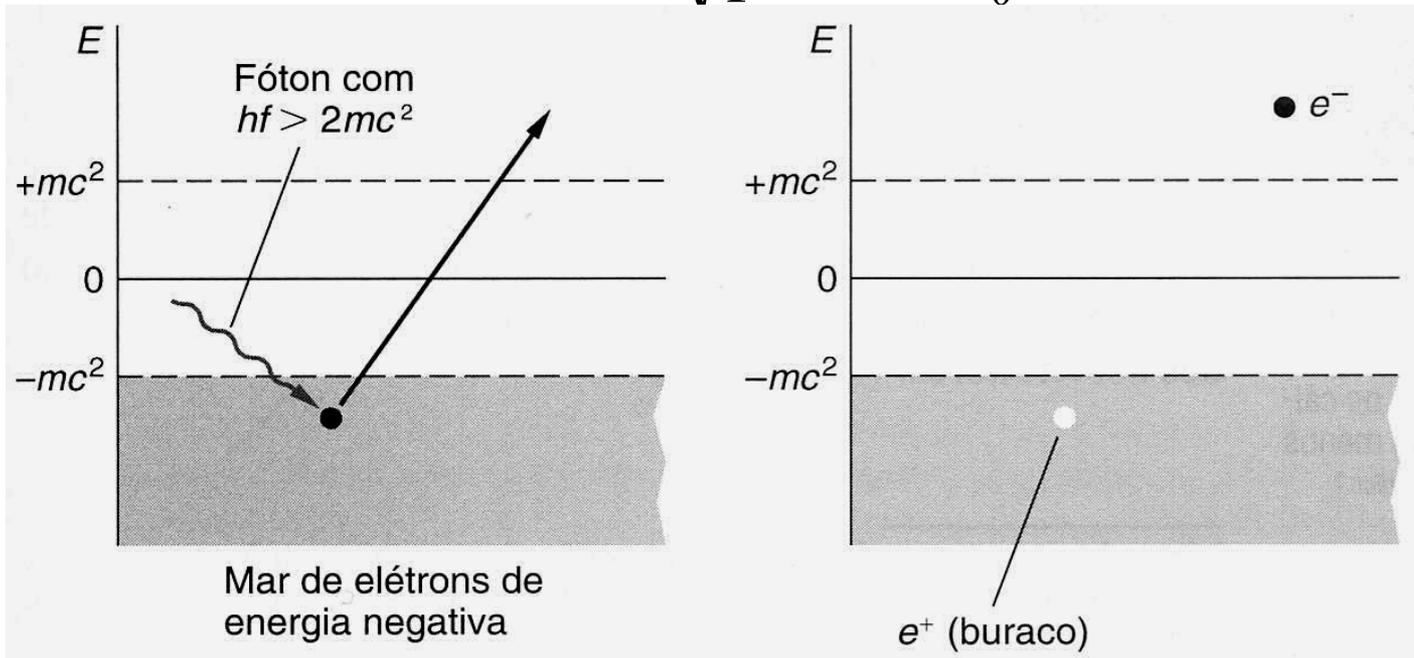
Par e^+ , e^- em repouso \Rightarrow

$$p_{\text{inicial}} = p_{\text{final}} = 0 \Rightarrow \frac{h\nu_1}{c} = \frac{h\nu_2}{c}$$

$$\Rightarrow E_{\gamma_1} = E_{\gamma_2} = m_0c^2$$

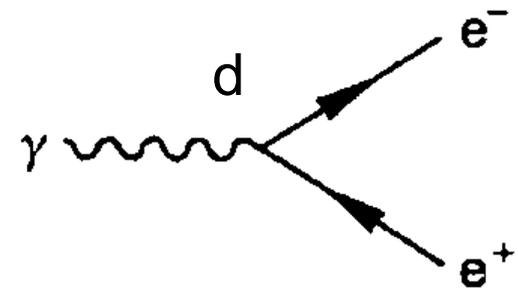
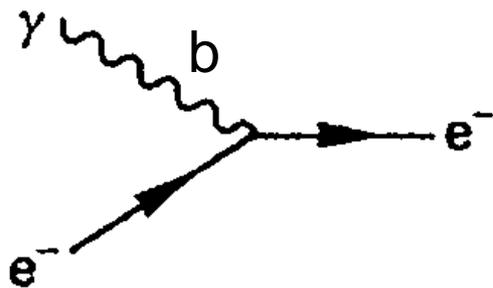
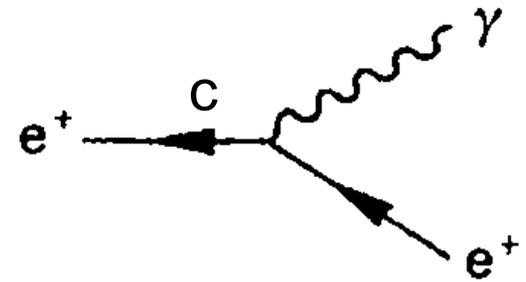
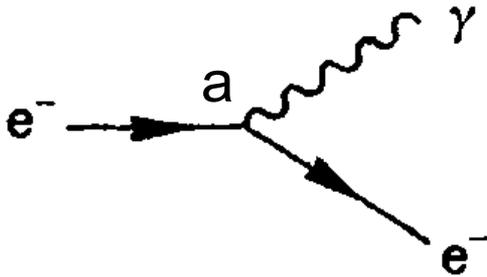
Produção e aniquilação de pares

Paul A. M. Dirac: $E = \pm \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} \Rightarrow$

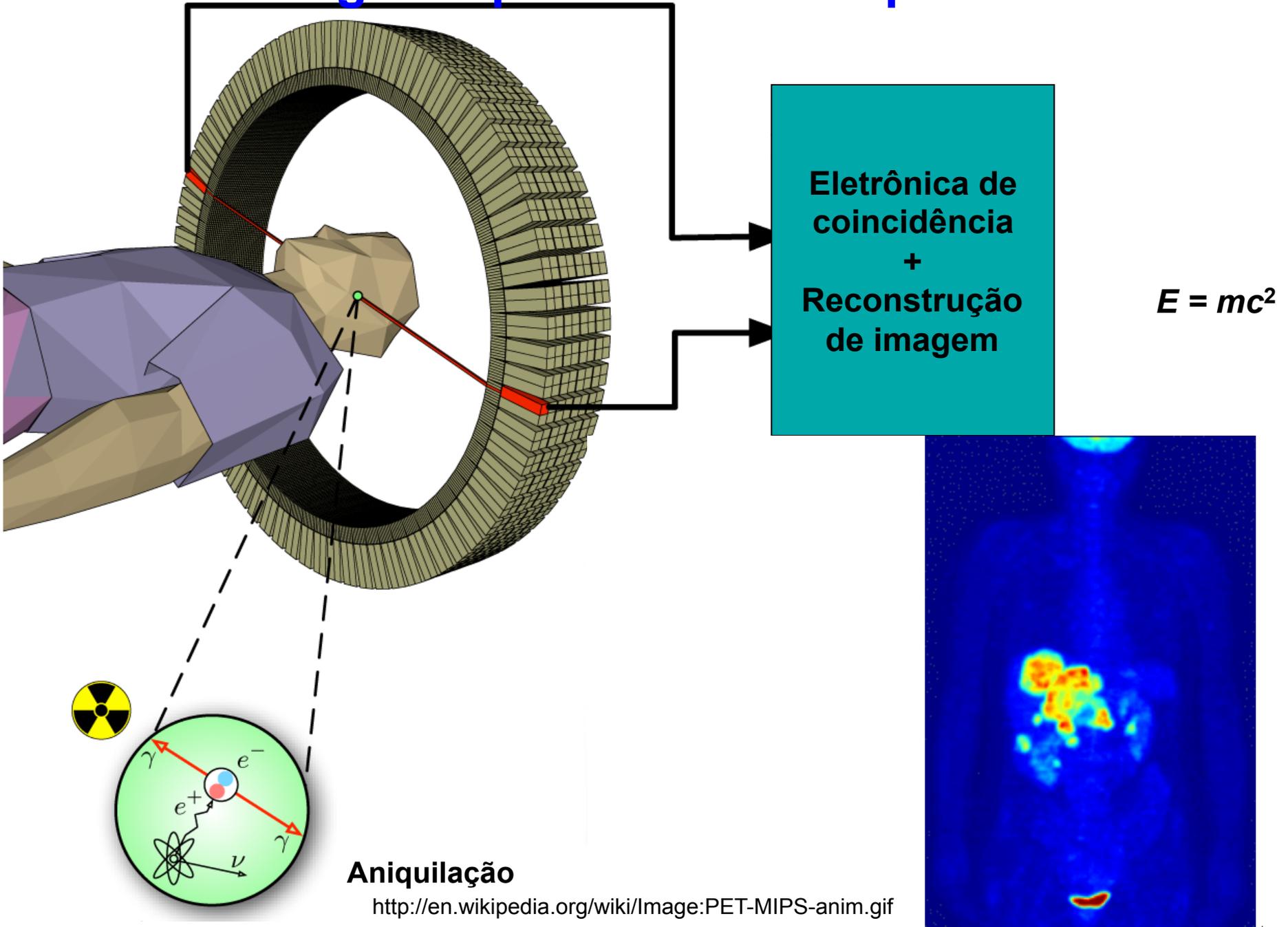


Quatro processos básicos na QED:

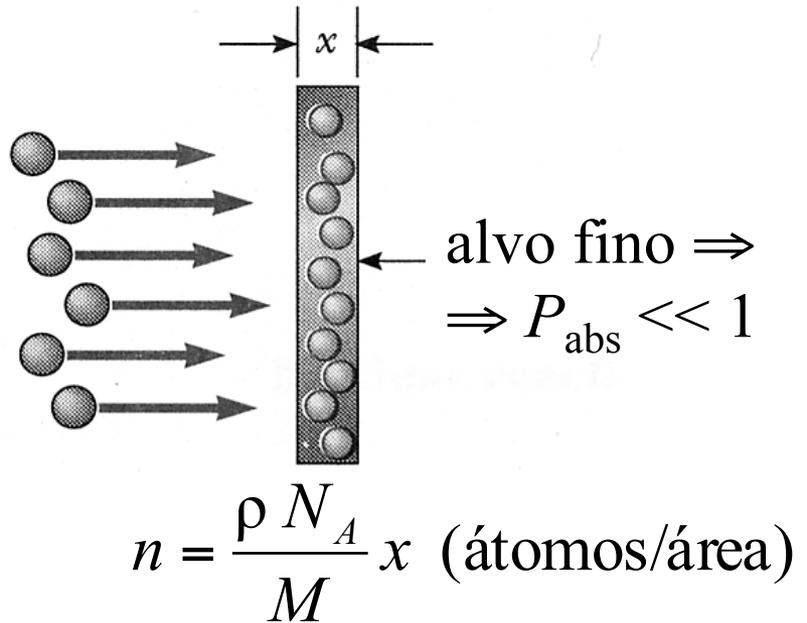
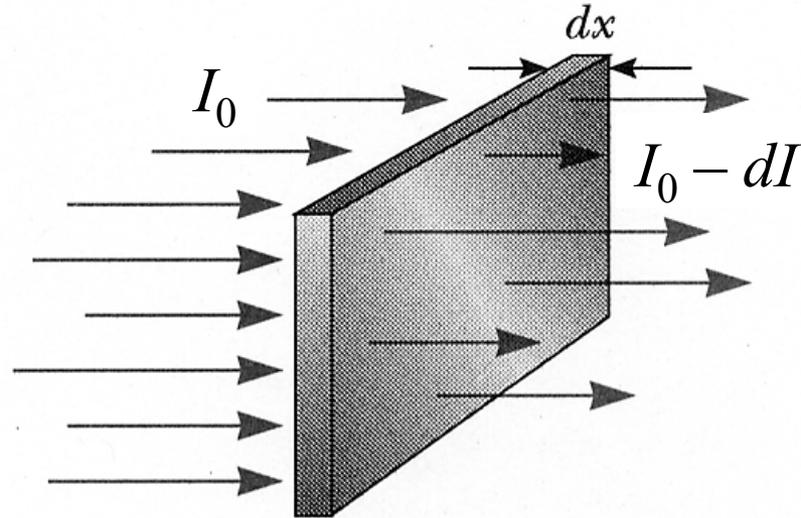
- emissão de fóton por um elétron (bremsstrahlung);
- absorção de fóton pelo elétron;
- emissão de fóton por um pósitron;
- o fóton transforma-se num par $e^- + e^+$.



Tomografia por emissão de pósitrons



Seção de choque



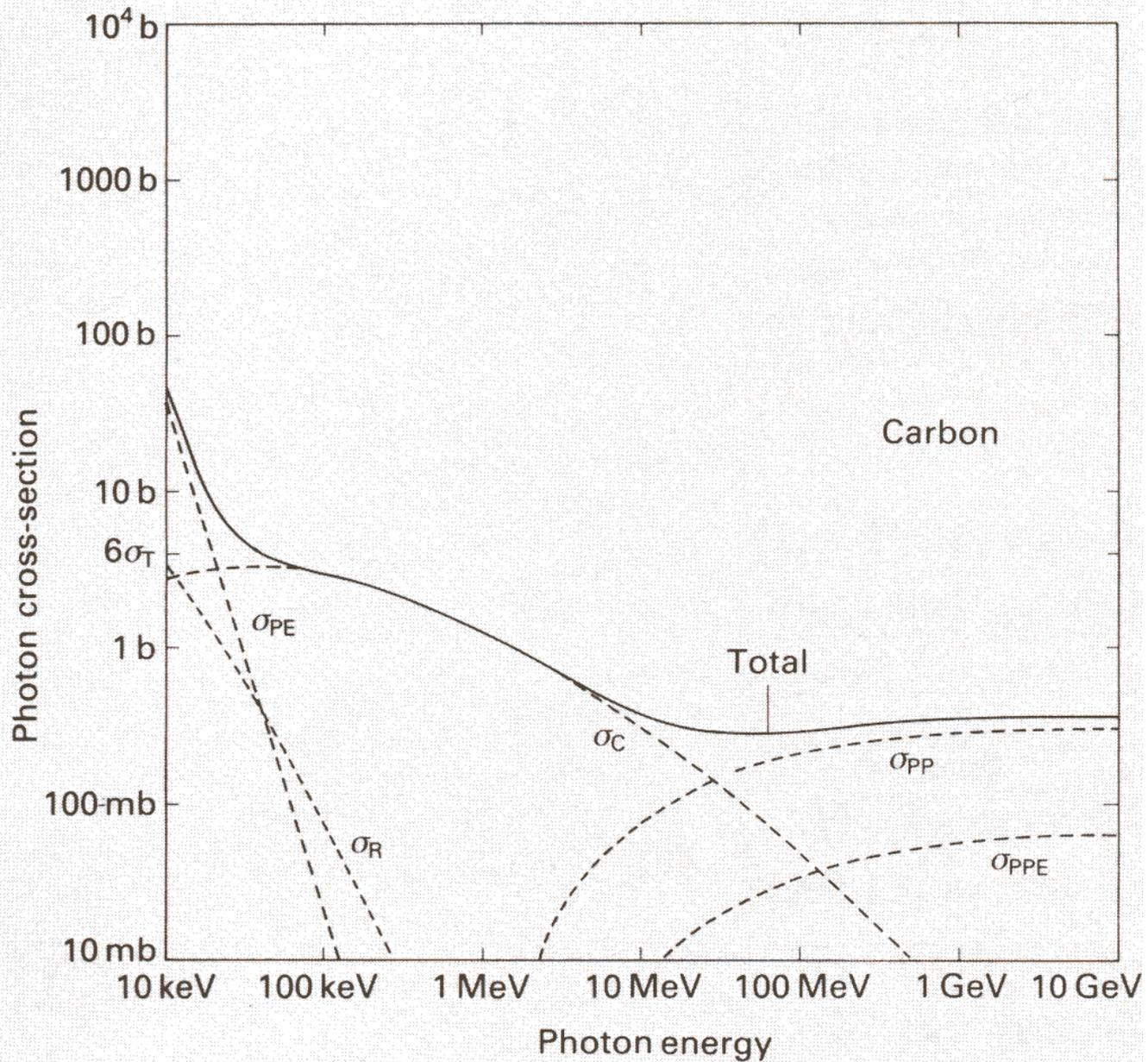
Número de eventos de fotoelétrico: $N_{FE} \propto In \Rightarrow \sigma_{FE} = \frac{N_{FE}}{In}$ (cm²)

Depende de E_γ e Z_{alvo}

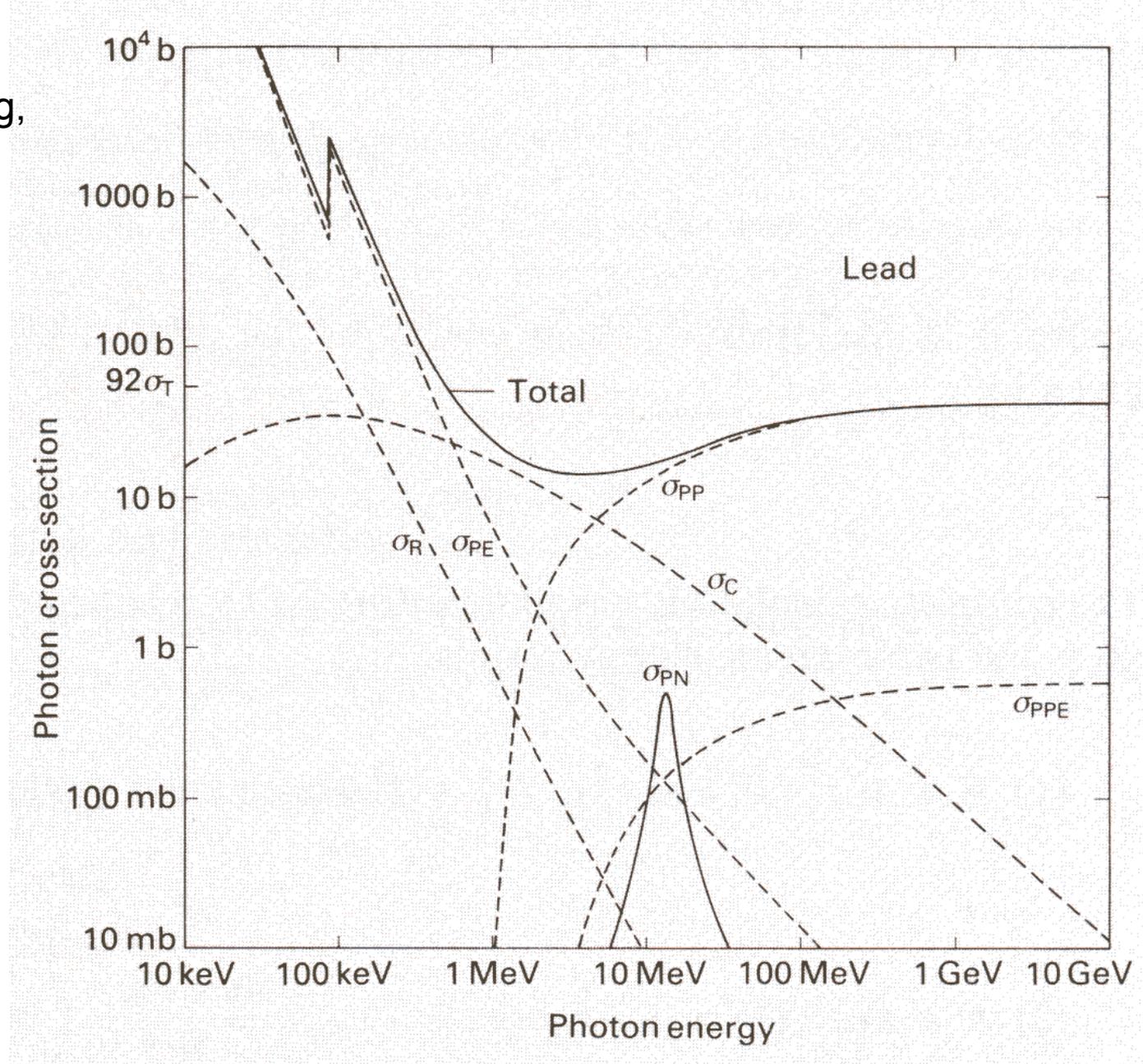
Atenuação:

$$I(x + dx) = I(x) - I(x)\sigma ndx \Rightarrow \frac{dI(x)}{I(x)} = -\sigma ndx \Rightarrow$$

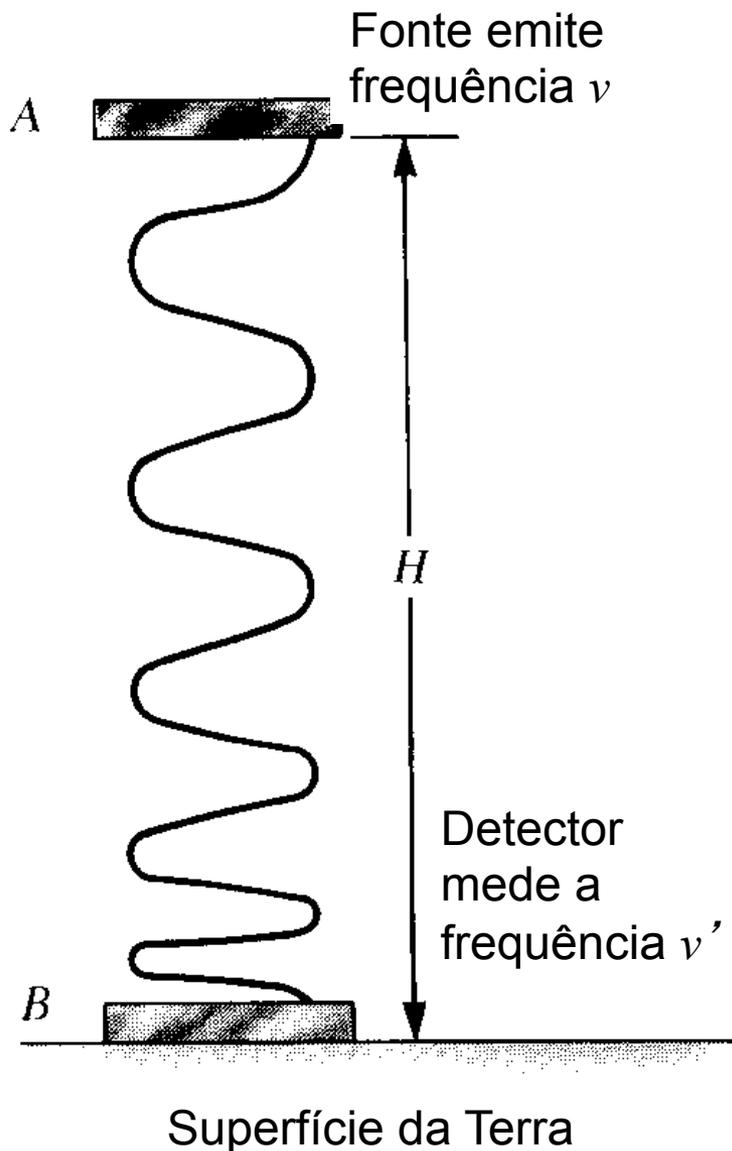
$$\int_0^t \frac{dI(x)}{I(x)} = -\sigma n \int_0^t dx \Rightarrow \ln I(x) \Big|_0^t = -\sigma nt \Rightarrow \frac{I(t)}{I_0} = e^{-\sigma nt} \Rightarrow I(t) = I_0 e^{-\sigma nt}$$



Fazer E. 2.8 (Eisberg, pág. 77).



A massa do fóton



$$p = m_f v = \frac{h\nu}{c}, \text{ mas } v = c,$$

$$\text{portanto : } m_f = \frac{h\nu}{c^2}$$

Conservação da energia :

$$E_{K,A} + E_{P,A} = E_{K,B} + E_{P,B}$$

$$h\nu + \left(\frac{h\nu}{c^2}\right)gH = h\nu' + 0 \Rightarrow \nu' = \nu \left(1 + \frac{gH}{c^2}\right)$$

Efeito conhecido como **desvio para o azul, ou para o vermelho** (se estiver subindo).

Cuidado com os desvios para o vermelho!

Temos 2 tipos: o gravitacional e o Doppler.

Desvio para o vermelho **gravitacional**. Um fóton tem energia proporcional à sua frequência: $E = hf$. Mas sabemos que $E = mc^2$. Daí podemos concluir que o fóton tem uma massa equivalente a $m_\gamma = hf/c^2$.

Dessa forma, um fóton que deixe a superfície de um corpo de massa M e raio R perde energia para deixar o campo gravitacional.

$$U_m = -\frac{GMm}{R} \Rightarrow U_\gamma = -\frac{GMhf}{Rc^2}$$

Portanto um fóton de energia $E_0 = hf_0$ perde uma fração de sua energia ao deixar o corpo: $E_0 = E_\infty + U_\gamma \Rightarrow$ sua frequência deve ser reduzida.

$$E_\infty = hf_\infty = hf_0 - \frac{GMhf_0}{Rc^2} = hf_0 \left(1 - \frac{GM}{Rc^2} \right) \Rightarrow f_\infty = f_0 \left(1 - \frac{GM}{Rc^2} \right)$$

Na verdade essa conta não está correta, pois foi feita a partir da gravitação newtoniana.

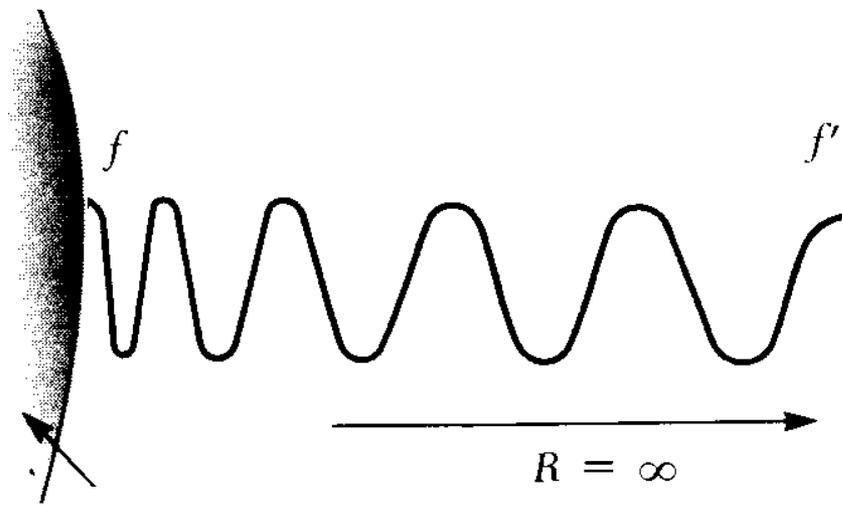
Quando se usa a TRG, a expressão é:

$$f_{\infty} = f_0 \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 R}}$$

Que, no caso de efeitos pequenos, $\frac{2GM}{c^2 R} \ll 1$, pode ser aproximada por:

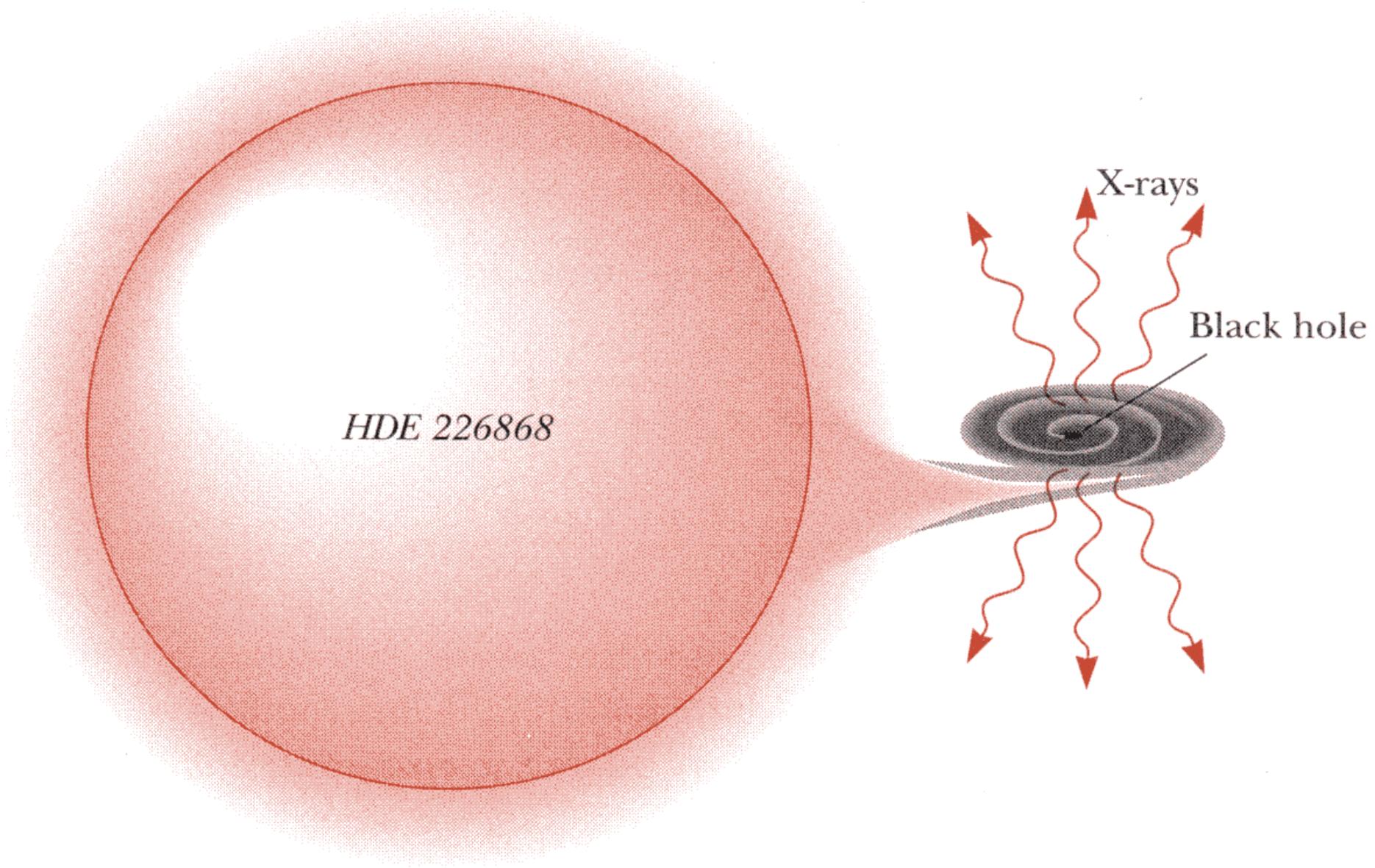
$$f_{\infty} = f_0 \left(1 - \frac{GM}{c^2 R} \right)$$

No caso de um fóton deixando uma estrela: $f' = f \left(1 - \frac{2GM}{R_E c^2} \right)^{1/2}$



Estrela de
massa M e
raio R_E

Buraco negro:
caso em que $M \geq R_E c^2 / 2G$



A natureza corpuscular da matéria

Vimos as evidências da natureza corpuscular da radiação:

- quantização dos osciladores → Planck
- quantização da luz → Einstein
- fótons como partículas → Compton

Evidências da natureza corpuscular da matéria vêm de muito longe, mas vamos falar apenas de ~1700 em diante. Vamos nos concentrar nos experimentos e argumentos que levaram à descoberta do e^- , à formulação do modelo de átomo nucleado de Rutherford-Bohr, à descoberta do núcleo atômico, do próton, nêutron, etc. ...

Conceito de átomo: hoje é óbvio, mas chegar até aí exigiu muito estudo e engenhosidade. Tamanho \Rightarrow dificuldades experimentais.

Evolução das idéias \Leftrightarrow interdependência entre física, química, matemática e tecnologia. Balança (final do séc. XIX): precisão de 10^{-8} (científica) x 10^{-3} (comum).

Alguns dos gigantes (vejam cap. 2 do Caruso & Oguri):

- Newton: corpos x interações;
- Lavoisier: conservação da matéria (exp. cuidadosas);
- Dalton: atomicidade na lei de proporções múltiplas dos compostos;
- Avogadro: gases às mesmas T e p têm o mesmo número de moléculas/volume;
- Maxwell e Boltzmann: teoria cinética dos gases \Rightarrow propriedades macroscópicas correspondem a médias sobre distribuições de propriedades moleculares;
- Jean Perrin: movimento browniano (experimental);
- Einstein: movimento browniano (teoria).

Lei da Eletrólise — Faraday

$$m = KQ \text{ com } K \propto \frac{\mu}{n} \Rightarrow$$

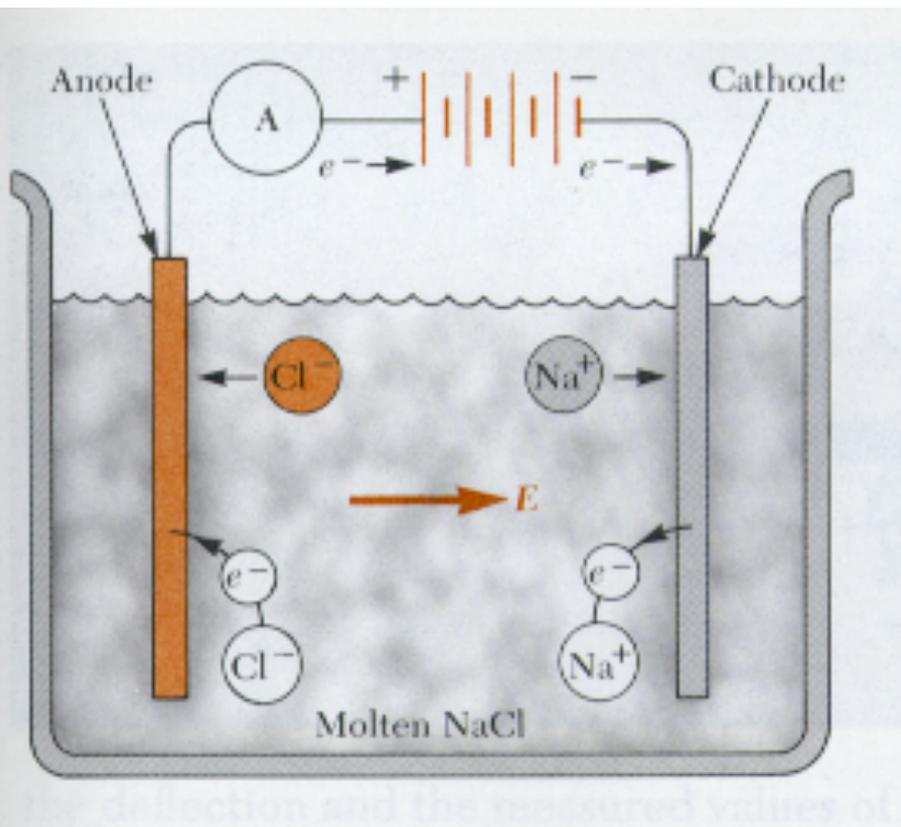
$$\Rightarrow FK = \frac{\mu}{n}, \text{ com } F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C}$$

$$m = \frac{Q \text{ (peso molecular)}}{96500C \text{ (valencia)}}$$

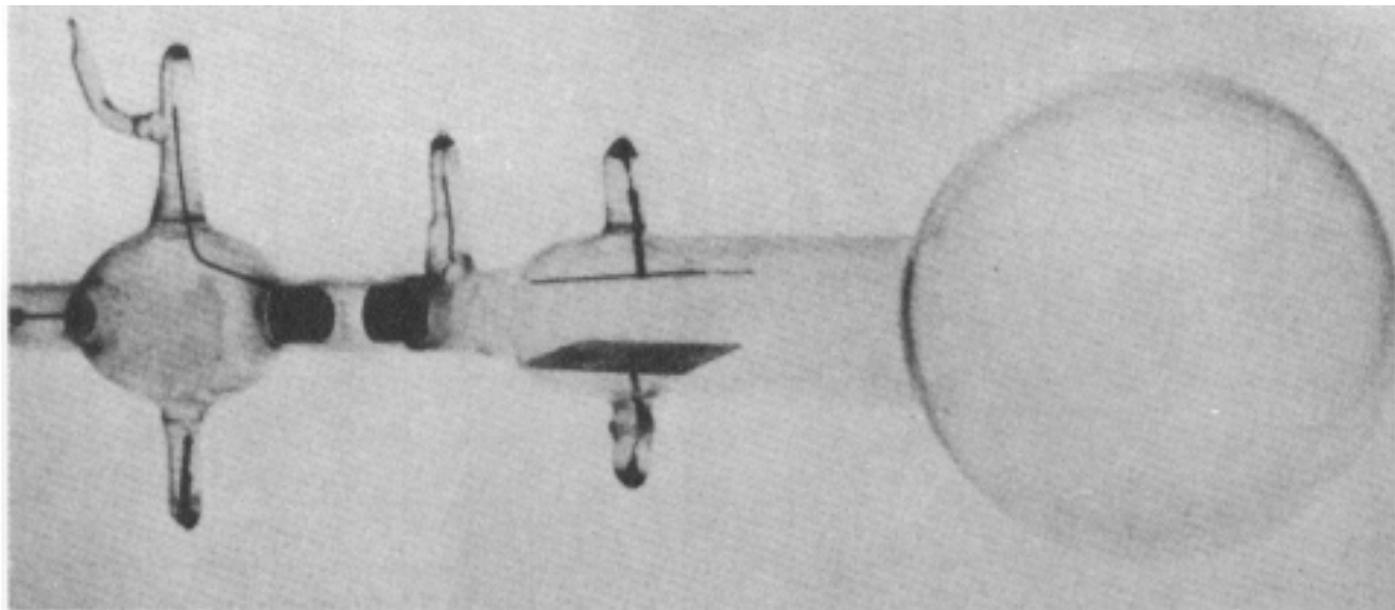
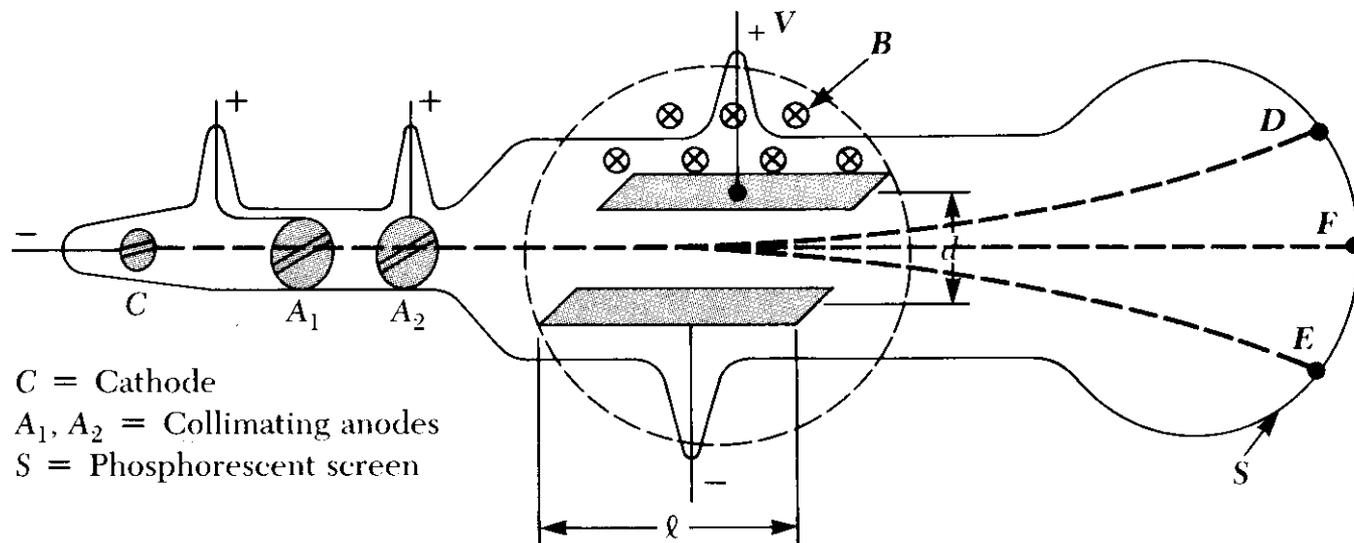
Nada claro em 1833, mas as exp. de Faraday confirmam 3 aspectos importantes da teoria atômica:

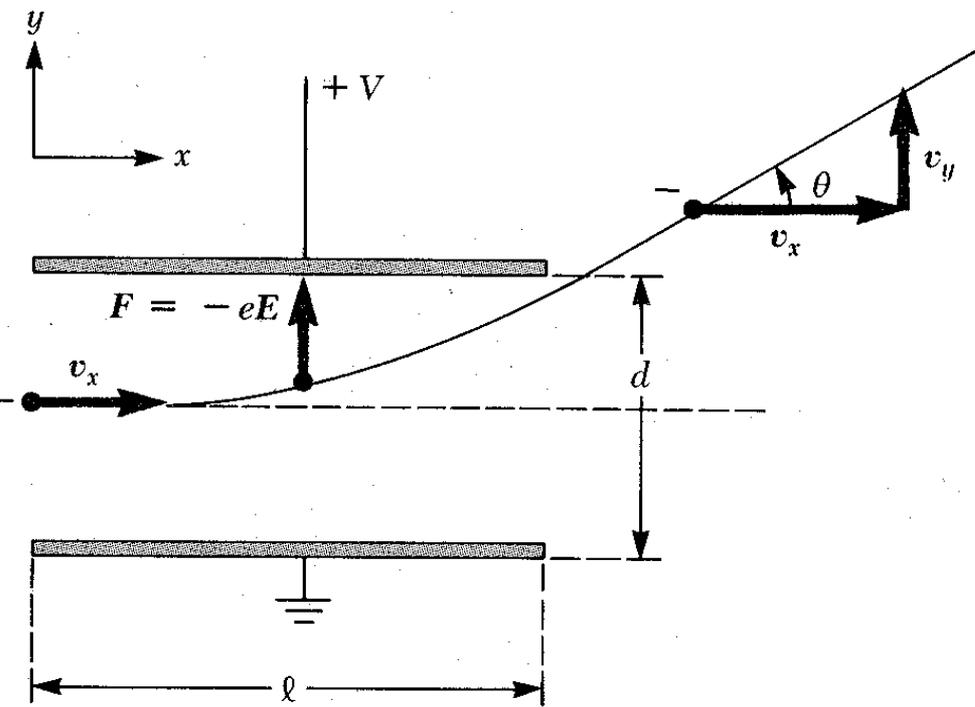
- matéria \Leftrightarrow moléculas e átomos
- carga elétrica é quantizada
- átomos e moléculas \Leftrightarrow cargas positivas e negativas

Próximo passo: 1897, J.J. Thomson mostra que raios catódicos são partículas de carga negativa.



A descoberta do elétron: J.J. Thomson, 1897





$$v_y = a_y t; \quad a_y = \frac{Ee}{m} = \frac{Ve}{md}$$

$$E \quad t = \frac{l}{v_x} \quad \therefore \quad v_y = \frac{Vle}{mv_x d}$$

$$\text{tg}\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{Vl}{v_x^2 d} \left(\frac{e}{m} \right); \quad \text{mas}$$

$$\text{tg}\theta \approx \theta \Rightarrow \theta \approx \frac{Vl}{v_x^2 d} \left(\frac{e}{m} \right)$$

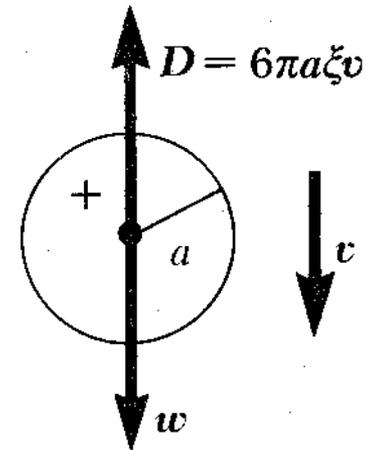
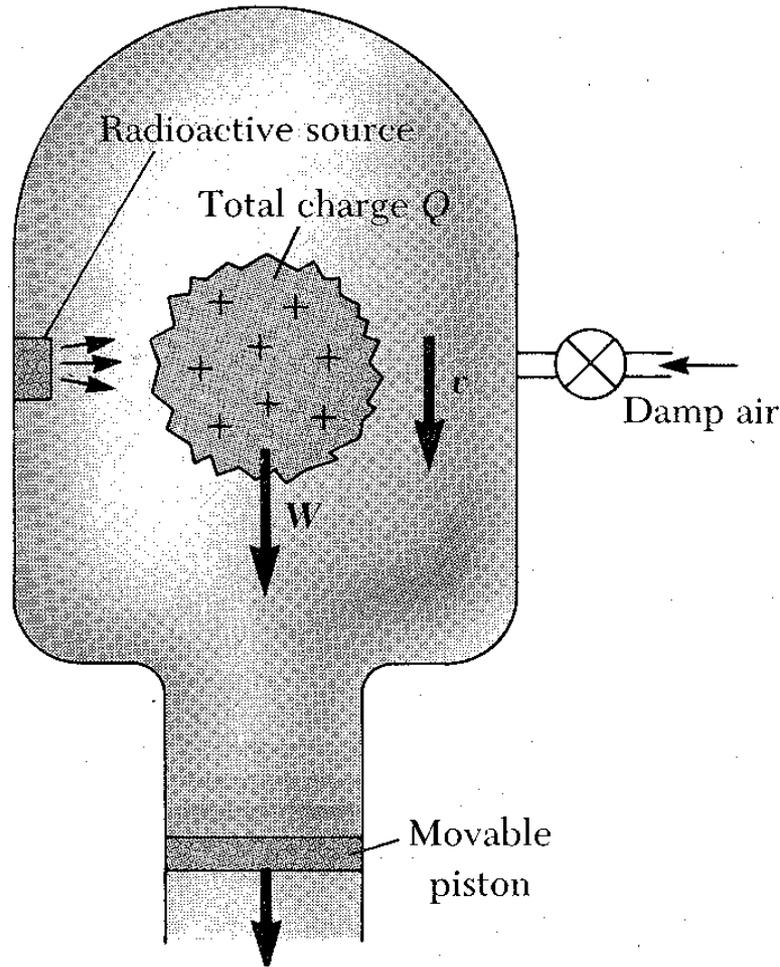
Filtro de velocidades:

$$qE = qv_x B \Rightarrow v_x = \frac{E}{B} = \frac{V}{Bd}$$

Portanto:
$$\frac{e}{m} = \frac{V\theta}{B^2 ld}$$

O valor de e : a experiência de Millikan

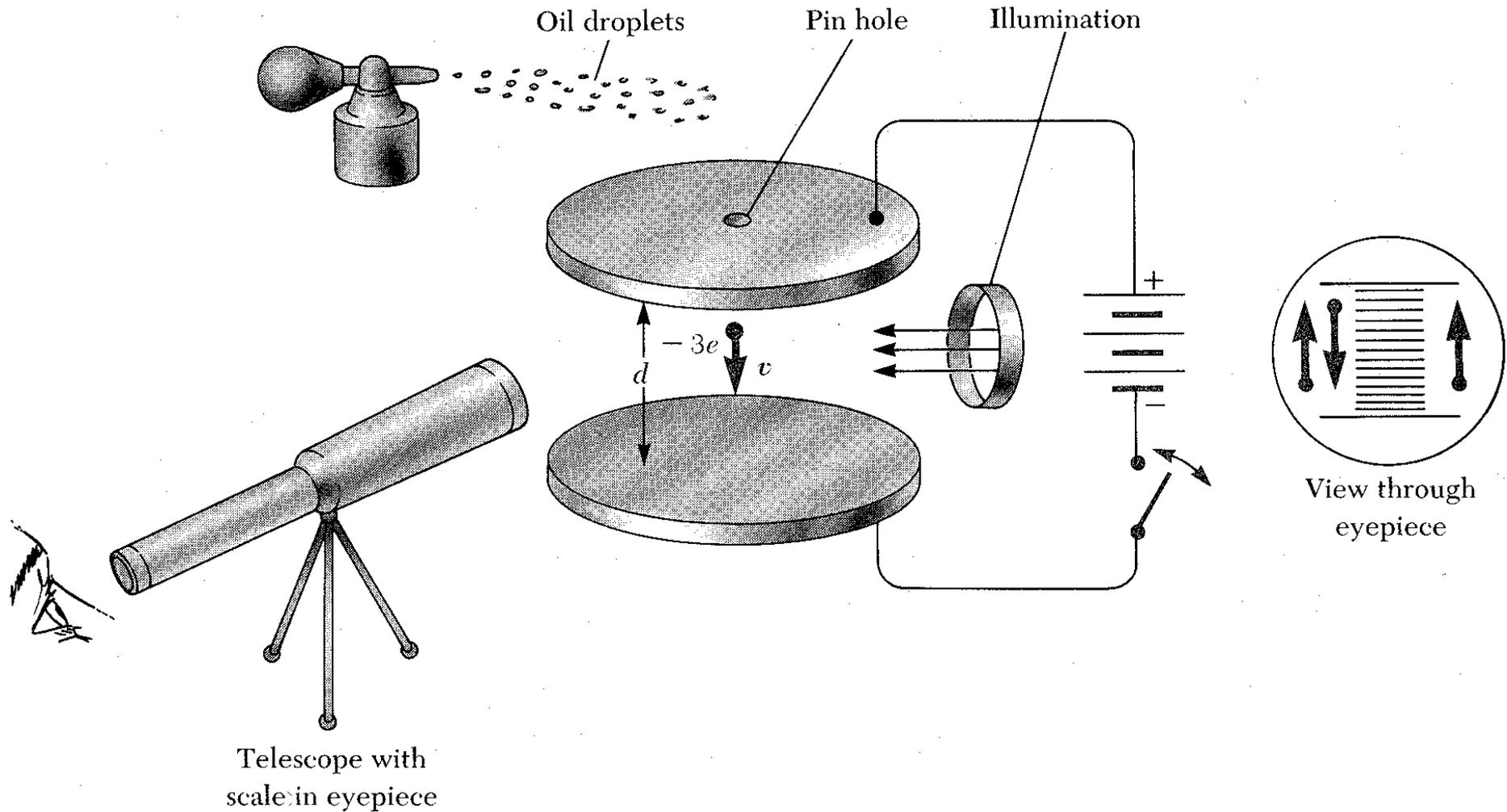
Thomson, em 1899: $1,1 \times 10^{-19} \text{ C} < e < 2,3 \times 10^{-19} \text{ C}$: mesma carga do átomo de H liberado na eletrólise.

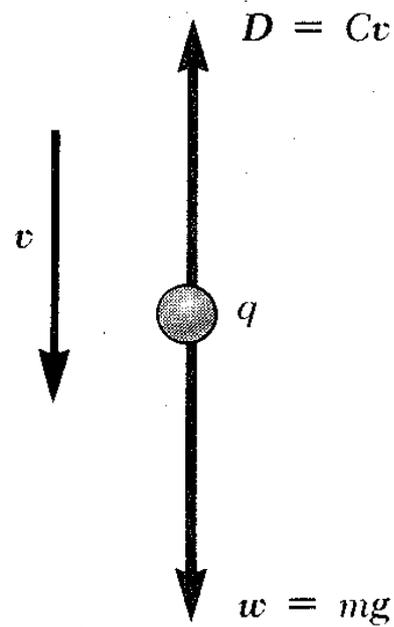


$$w = D \Rightarrow w = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho g = D = 6\pi a \xi v$$

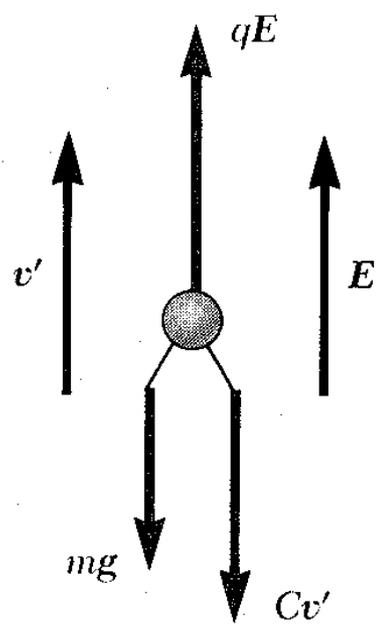
$$\therefore a = \sqrt{\frac{9\xi v}{2\rho g}}$$

Millikan, 1911: PR 32(1911)349





(a) Field off



(b) Field on

$$Cv - mg = 0 \text{ (sem campo)}$$

$$qE - mg - Cv' = 0 \text{ (com campo)}$$

$$C \frac{y}{t_0} = mg \text{ (sem campo)}$$

$$neE = mg + C \frac{y}{t}$$

$$= Cy \left(\frac{1}{t_0} + \frac{1}{t} \right)$$

Mudando o estado de carga (raios - X)

$$n'eE = Cy \left(\frac{1}{t_0} + \frac{1}{t'} \right)$$

Subtraindo :

$$(n' - n)e = \frac{Cy}{E} \left(\frac{1}{t'} - \frac{1}{t} \right)$$

Correção à lei de Stokes :

$$D = \frac{6\pi a \xi v}{1 + \alpha \frac{L}{a}}, \text{ com } \alpha = 0,81 e$$

L o livre caminho médio das moléculas

Modelos atômicos

Antes de ~1910 → presença de e^- no átomo. $Z e^-$ em cada átomo, sendo $Z \sim A/2$, com A o peso atômico (química).

Átomos neutros \Rightarrow carga positiva $+Ze$.

$m_e \ll M_{\text{átomo}} \Rightarrow$ massa nas cargas positivas. $R_{\text{átomo}} \sim 10^{-10}$ m.

Modelo de Thomson (J.J.): pudim de ameixas. Esfera com $R_{\text{átomo}}$, carregada positivamente, com os e^- uniformemente distribuídos.

Átomo aquecido (excitado) $\Rightarrow e^-$ oscilando em torno da posição de equilíbrio \Rightarrow irradiação. Concordância qualitativa.

Quantitativa: Ex. 4.1, pág. 124 (Eisberg).

EXEMPLO 4-1

(a) Suponha a existência de um elétron de carga $-e$ dentro de uma região esférica com densidade de carga positiva uniforme ρ (um modelo do átomo de hidrogênio segundo Thomson). Mostre que seu movimento, se ele tem energia cinética, pode ser de oscilações harmônicas simples em torno do centro da esfera.

Suponhamos que o elétron esteja a uma distância a do centro, com a menor do que o raio da esfera. Da lei de Gauss, sabemos que podemos calcular a força que atua sobre o elétron usando a lei de Coulomb

$$F = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{4}{3} \pi a^3 \rho \right) \frac{e}{a^2} = -\frac{\rho e a}{3\epsilon_0}$$

onde $(4/3)\pi a^3 \rho$ é a carga positiva total em uma esfera de raio a . Portanto podemos escrever $F = -ka$, onde a constante $k = \rho e/3\epsilon_0$. Se o elétron inicialmente em repouso em a é deixado livre, sem velocidade inicial, essa força vai produzir movimento harmônico simples ao longo de um diâmetro da esfera, pois ela está sempre dirigida para o centro e tem módulo proporcional à distância ao centro.

(b) Suponhamos que a carga positiva total tenha um valor igual em módulo à carga de um elétron (de forma que a carga total do átomo seja zero), e suponhamos que esteja distribuída sobre uma esfera de raio $r' = 1,0 \times 10^{-10}$ m. Ache a constante da força k e a frequência do movimento do elétron.

Temos

$$\rho = \frac{e}{\frac{4}{3} \pi r'^3}$$

de modo que

$$k = \frac{\rho e}{3\epsilon_0} = \frac{e}{\frac{4}{3} \pi r'^3} \frac{e}{3\epsilon_0} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r'^3}$$

$$= \frac{9,0 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2 \times (1,6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(1,0 \times 10^{-10} \text{ m})^3} = 2,3 \times 10^2 \text{ N/m}$$

A frequência do movimento harmônico simples é então

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2,3 \times 10^2 \text{ N/m}}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 2,5 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

Como (em analogia com a radiação emitida por elétrons oscilando em uma antena) a radiação emitida pelo átomo terá esta mesma frequência, ela corresponderá a um comprimento de onda

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3,0 \times 10^8 \text{ m/s}}{2,5 \times 10^{15} / \text{s}} = 1,2 \times 10^{-7} \text{ m} = 1200 \text{ \AA}$$

que está na região do ultravioleta longínquo do espectro eletromagnético. É fácil mostrar que um elétron que se move em uma órbita circular estável de qualquer raio dentro do átomo de Thomson gira com essa mesma frequência, e portanto irradia com essa frequência também.

Evidentemente, se supusermos um raio diferente para a esfera de carga positiva, teríamos uma frequência diferente. Mas o fato de um átomo de hidrogênio, segundo Thomson, ter apenas uma frequência de emissão característica é conflitante com o grande número de frequências diferentes observadas no espectro do hidrogênio. ▲