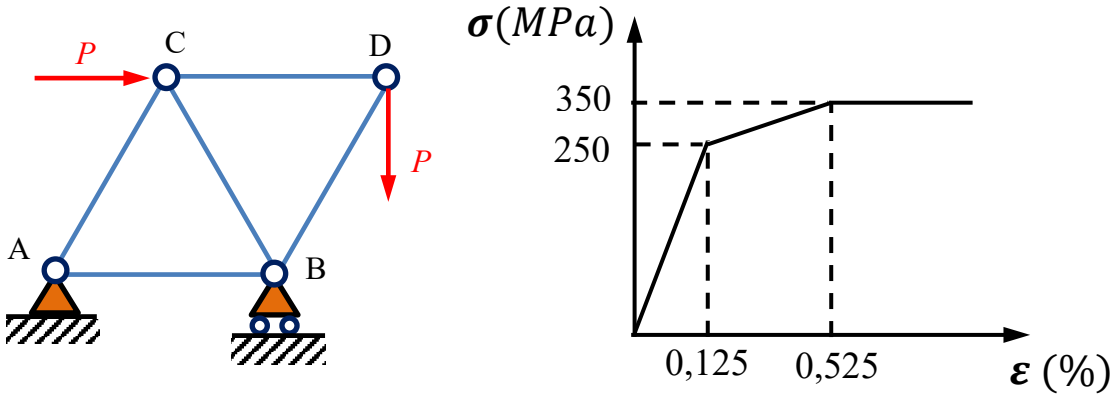
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecânica

Q1: _____
Q2: _____
Nota: _____

PME3210 – Mecânica dos Sólidos I – PSUB – 21/07/2022
Duração: 100 minutos
É permitido apenas o uso de calculadoras simples (quatro operações + raiz quadrada)
Não é permitido o uso de calculadoras científicas, celulares, relógios ou outros equipamentos eletrônicos)

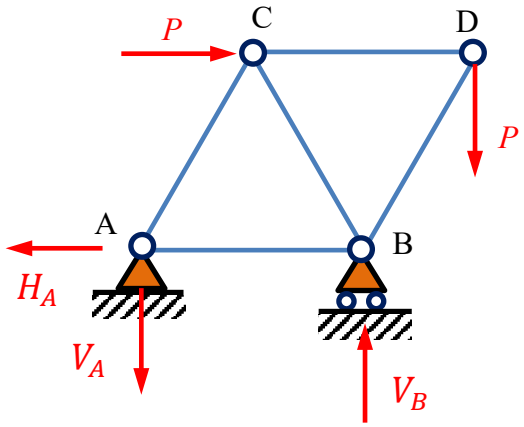
Nome: _____ N.USP: _____ Assinatura: _____

1ª Questão (5,0 pontos)
A estrutura treliçada ABCD é feita de um material cuja curva $\sigma \times \varepsilon$ está indicada abaixo. Todas as barras possuem comprimento *L* e área de seção transversal *A*. O carregamento consiste nas duas forças de intensidade *P* indicadas na figura. Pede-se:
a) Determinar a carga de início de escoamento (P_Y);
b) Determinar a carga plástica (P_p).
Dados:
A = 10 cm^2, *L* = 2 m.



Resolução:

a) Diagrama de corpo livre e determinação das reações vinculares:



$$\sum M_A = 0 \quad \Leftrightarrow \quad V_B L = P\left(\frac{3L}{2}\right) + P\left(\frac{L\sqrt{3}}{2}\right) \quad \Leftrightarrow \quad V_B = \left(\frac{3+\sqrt{3}}{2}\right)P \cong 2{,}366P$$

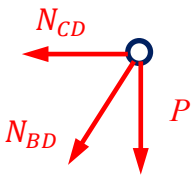
$$\sum F_x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad H_A = P$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Leftrightarrow \quad V_A = V_B - P \quad \Leftrightarrow \quad V_A = \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)P \cong 1{,}366P$$

(1,5 pto)

Determinação das forças normais em cada barra:

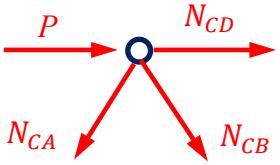
Equilíbrio do nó D:



$$N_{BD}cos(30°) + P = 0 \Leftrightarrow N_{BD}\frac{\sqrt{3}}{2} = -P \Leftrightarrow N_{BD} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}P \cong -1{,}1547P$$

$$N_{BD}cos(60°) + N_{CD} = 0 \Leftrightarrow N_{CD} = -\frac{N_{BD}}{2} \Leftrightarrow N_{CD} = \frac{\sqrt{3}}{3}P \cong 0{,}5774P$$

Equilíbrio do nó C:



$$P + N_{CD} + N_{CB}cos(60°) = N_{CA}cos(60°) \Leftrightarrow \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)P + \frac{N_{CB}}{2} = \frac{N_{CA}}{2}$$

$$N_{CA}cos(30°) + N_{CB}cos(30°) = 0 \Leftrightarrow N_{CB} = -N_{CA}$$

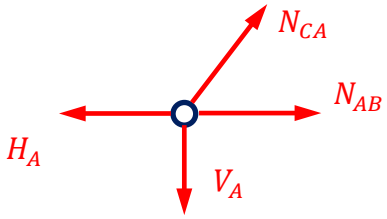
Resultam:

$$N_{CA} = \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)P \cong 1{,}5774P$$

e

$$N_{CB} = -\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)P \cong -1{,}5774P$$

Equilíbrio do nó A:



$$N_{AB} + N_{CA}cos(60°) = H_A \Leftrightarrow N_{AB} = P - \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)\frac{P}{2} \Leftrightarrow N_{AB} = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)\frac{P}{2} \cong 0{,}2113P$$

$$N_{CA}cos(30°) - V_A = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)P - \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)P = 0 \quad (ok!!)$$

Em Resumo:

Barra	Força Normal
AB	$0{,}2113P$
AC	$1{,}5774P$
CB	$-1{,}5774P$
CD	$0{,}5774P$
BD	$-1{,}1547P$

(2,5 ptos)

(0,5 pto por barra)

As barras AC e CB são, portanto, as mais solicitadas. Como todas as barras possuem a mesma área de seção transversal, as tensões nas barras AC e CB serão iguais (em módulo) e a carga de início de escoamento será dada por:

$$|\sigma_{máx}| = \frac{|N_{máx}|}{A} = \sigma_Y \quad \Leftrightarrow \quad 1{,}5774P_Y = \sigma_Y A = 250 \times (1000)N = 250\ kN$$

Logo:

$$P_Y \cong 158{,}5\ kN$$

(0,5 pto)

b) Considerando que a hipótese de linearidade geométrica seja válida, a geometria da estrutura não será alterada de modo significativo, o que faz com que as forças normais calculadas com base na configuração de referência (não deformada) da estrutura ainda possam ser consideradas na configuração deformada. Desta forma, as barras AC e CB continuam sendo as mais solicitadas e a carga de colapso (carga plástica) fica dada por:

$$|\sigma_{máx}| = \frac{|N_{máx}|}{A} = \sigma_P \quad \Leftrightarrow \quad 1{,}5774P_P = \sigma_P A = 350 \times (1000)N = 350\ kN$$

Logo:

$$P_P \cong 221{,}9\ kN$$

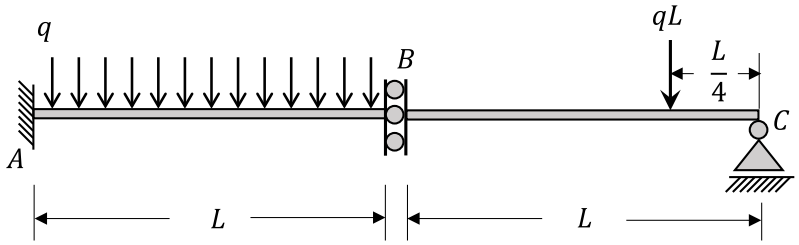
(0,5 pto)

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecânica

Nome: _____ N.USP: _____ Assinatura: _____

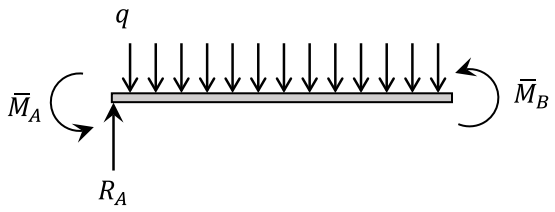
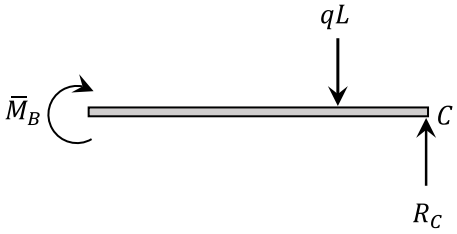
2ª Questão (5,0 pontos)
A barra *ABC* da figura está engastada em *A*, simplesmente apoiada em *C* e tem um alívio de força cortante em *B*. No trecho *AB*, a barra está submetida a uma carga uniformemente distribuída de intensidade *q* e no trecho BC está submetida a uma força concentrada de magnitude *qL* na posição indicada na figura. A barra é prismática, com seção retangular de altura *h* e largura *b*. Pedem-se:

a) as reações em *A* e em *C*;
b) o diagrama de força cortante;
c) o diagrama de momento fletor;
d) a máxima tensão normal;
e) a máxima tensão de cisalhamento atuante nas seções transversais.



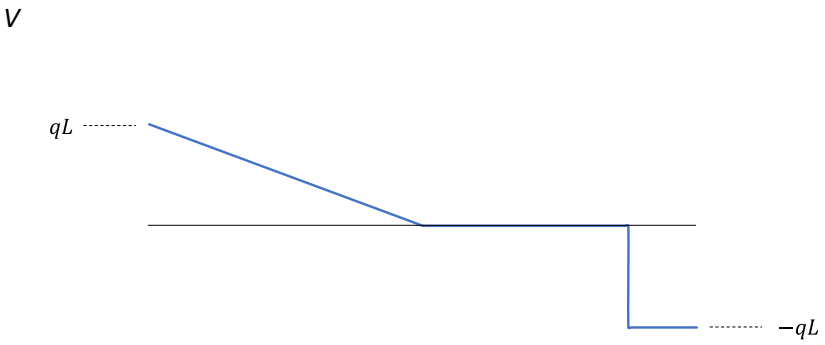
Resolução:

a)

DCL	
	
Equilíbrio: $\Sigma F_V = 0 \Rightarrow R_A = qL$ $\Sigma M_B = 0 \Rightarrow \bar{M}_A - R_A L + qL\frac{L}{2} + \bar{M}_B = 0$ $\Rightarrow \bar{M}_A + \bar{M}_B = \frac{qL^2}{2}$	$\Sigma F_V = 0 \Rightarrow R_C = qL$ $\Sigma M_C = 0 \Rightarrow -\bar{M}_B + qL\frac{L}{4} = 0$ $\Rightarrow \bar{M}_B = \frac{qL^2}{4}$ $\Rightarrow \bar{M}_A = \frac{qL^2}{4}$

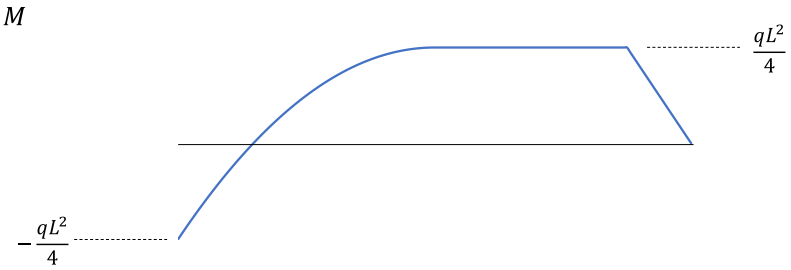
(1,0 ponto)

b)



(1,0 ponto)

c)



(1,0 ponto)

d) A máxima tensão normal ocorre na seção em que o momento fletor é máximo e ocorre nos pontos mais distantes da linha neutra:

$$\sigma_{máx} = \frac{M_{máx}}{I}\frac{h}{2}$$

$$\Rightarrow \sigma_{máx} = \frac{qL^2}{4}\frac{12}{bh^3}\frac{h}{2} = \frac{3}{2}\frac{qL^2}{bh^2}$$

(1,0 ponto)

e) A máxima tensão de cisalhamento ocorre na seção em que a força cortante é máxima e ocorre nos pontos da linha neutra:

$$\tau_{máx} = \frac{3}{2}\frac{V_{máx}}{A}$$

$$\Rightarrow \tau_{máx} = \frac{3}{2}\frac{qL}{bh}$$

(1,0 ponto)