

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS

ELETROMAGNETISMO AVANÇADO

A Emissão de Radiação a Partir de uma Antena

QUARTO CICLO: APRESENTAÇÃO

GRUPO LAMARR

Akira Yamashiro - 11212661

Hendrik Dumith Louzada - 11212400

Juventino José Férrer da Fonseca - 11212525

Pedro Potenza - 11212334

Supervisor: Prof. Luiz Nunes de Oliveira

*"Hope and curiosity about the future seemed better than guarantees. That's the way I was.
The unknown was always so attractive to me... and still is."*

- Hedy Lamarr

São Carlos
11/2021 & 01/2022

1 Introdução

Antenas são dispositivos utilizados em diversos aparelhos nos dias atuais, principalmente na área de comunicação. Todos nós estamos intimamente próximos a essa tecnologia, principalmente pelo uso de diversos aparelhos "sem fio". Mesmo que nos cursos de eletromagnetismo seja apresentada a base teórica para entender o comportamento de cargas, correntes, geração e interação de campos eletromagnéticos, não fica claro como é que dispositivos tão comuns como antenas conseguem transmitir e receber dados por meio desses fenômenos —Como é o funcionamento da transmissão de informações entre antenas? Quais os fatores responsáveis para a sua eficiência? Como um rádio consegue funcionar? Que possíveis interferências podem ocorrer? —Essas são algumas perguntas que esperamos sanar com este projeto.

2 Emissão de radiação

A emissão de radiação ocorre apenas para sistemas operando em corrente alternada. Em boa correspondência com a realidade, assumimos que a dependência com o tempo das correntes dos sistemas das antenas é do tipo harmônica, isto é, $I(t) = I_m \cos(\omega t)$. Por conveniência com operações matemáticas trabalha-se com as correntes complexas: $\vec{I} = \text{Re}(\vec{I}e^{i\omega t})$. Por isso, nos nossos sistemas sempre aparecerão grandezas harmônicas:

$$\vec{J} = \text{Re}(\vec{J}e^{i\omega t}) ; \vec{E} = \text{Re}(\vec{E}e^{i\omega t}) ; \vec{H} = \text{Re}(\vec{H}e^{i\omega t}) ; \vec{A} = \text{Re}(\vec{A}e^{i\omega t})$$

Em consequência da dependência harmônica, a solução da equação de onda não homogênea que resume os campos irradiados através do potencial vetor assume a seguinte forma:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}', t_r)}{R} d\tau' \Rightarrow \vec{A}e^{i\omega t} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{J}e^{i\omega(t-R/c)}}{R} d\tau'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')e^{-ikR}}{R} d\tau'$$

Desse modo, podemos suprimir a parte temporal e nos resta trabalhar apenas com a parte espacial, dada pelos fasores, dos campos e correntes. Vemos que o tempo retardado nos leva a uma expressão do potencial vetor típica de ondas esféricas.

A partir do potencial vetor, fica simples encontrar os campos irradiados pela antena:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A} ; \vec{E} = \frac{1}{i\omega\epsilon} \vec{\nabla} \times \vec{H}$$

2.1 Aproximação de campo distante

Para grandes distâncias é razoável supor que as dimensões da antena são desprezíveis e podemos aproximar: $R \approx r$. Motivados pela aparente forma de onda esférica do potencial vetor o consideramos como onda esférica de fato:

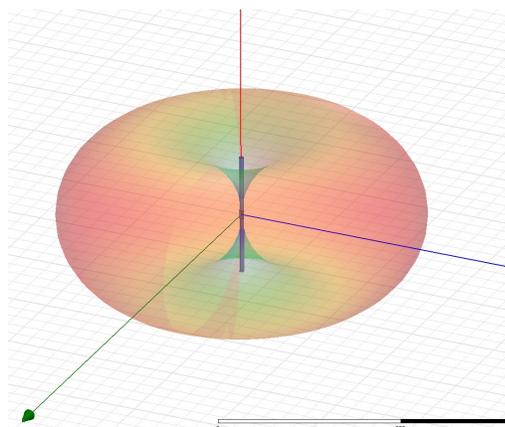
$$\vec{A} = [A_r(\theta, \phi)\hat{r} + A_\theta(\theta, \phi)\hat{\theta} + A_\phi(\theta, \phi)\hat{\phi}] \frac{e^{-ikr}}{r}$$

A partir de tal potencial vetor, vemos que os respectivos campos possuem termos de dependência $1/r$, $1/r^2$ e $1/r^3$. Nesse regime de interesse, apenas $1/r$ domina, logo desprezamos os outros e chegamos:

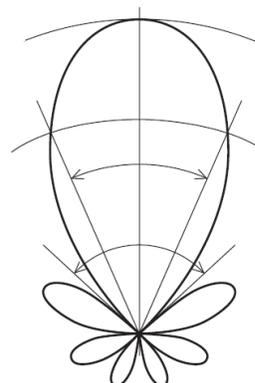
$$\vec{E} \approx 0\hat{r} - i\omega A_\theta\hat{\theta} - i\omega A_\phi\hat{\phi} ; \vec{H} \approx 0\hat{r} + i\frac{\omega}{\eta} A_\phi\hat{\theta} - i\frac{\omega}{\eta} A_\theta\hat{\phi}$$

Observamos que as componentes na direção \hat{r} vão a 0 e os campos só dependem da direção $\theta\hat{\theta} + \phi\hat{\phi}$.

3 Características de uma antena



Padrão de campo 3D de antena dipolo de meia onda. É do tipo omnidirecional



Padrão de campo 2D (escolhido um plano $\phi = \phi_0$) do tipo *endfire*, concentrado em um sentido

Para discutirmos antenas, ao longo do tempo estabeleceram-se algumas grandezas que resumem os conceitos envolvidos no seu funcionamento. Vamos apresentar tais conceitos.

- Padrão de radiação: gráfico polar da magnitude do campo elétrico, chamado padrão de campo, ou magnitude da intensidade, chamado padrão de potência. Podemos expressar, por exemplo, o padrão de campo como $F(\theta, \phi) = \frac{|E(\theta, \phi)|}{|E(\theta_m, \phi_m)|}$. São classificados quanto a sua forma e destacam-se os formatos omnidirecional, parecido com uma rosquinha, e o *endfire*, que possui um grande lobo em certa direção. O primeiro é o mais próximo de um padrão isotrópico, por isso é muito importante para disseminação de sinais em todas as direções, além de poder ser usado em antenas receptoras e captar sinais aproximadamente igualmente para quase todas as direções. Já o segundo, é importante para uma comunicação mais restrita, onde usa-se apenas uma direção e direções próximas;
- Intensidade de Radiação: potência por ângulo sólido, cuja expressão é: $U(\theta, \phi) = \langle S(\theta, \phi) \rangle r^2$. Com isso, a média ao longo de todas as direções é $U_0 = \frac{1}{4\pi} \int U(\theta, \phi) d\Omega$;
- Área efetiva: definida para relacionar diretamente a potência e potência por unidade de área sem precisar expressar a geometria da antena. Sua expressão é $A_{em} = \frac{P}{S}$, sendo S o módulo do vetor de Poynting;
- Diretividade: padrão polar de intensidade de radiação normalizada pela média, cuja expressão é $D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_0}$;
- Eficiência: razão entre a potência aproveitada por uma antena transmissora e a potência fornecida pelo gerador ou razão entre potência aproveitada por um aparelho e potência fornecida por uma antena receptora. Normalmente é denotada por e_r ou e ;
- Ganho: padrão da diretividade já corrigido pela eficiência, cuja expressão é $G(\theta, \phi) = e_r D(\theta, \phi)$.

3.1 Impedância

Antenas são sistemas por onde passam correntes elétricas, então uma boa maneira de percebê-las é como um circuito elétrico. Já que usa-se correntes do tipo complexa, aparecerão tensões e “resistências” complexas também. Mais precisamente, uma antena acoplada a um aparelho, alimentado por ela, ou a um gerador que a alimenta é um circuito RLC e a “resistência” complexa é a chamada impedância. Denotada por Z , a parte real da impedância é a resistência do conjunto ($\text{Re}(Z) = R$) e a parte imaginária, a chamada reatância ($\text{Im}(Z) = X$), então $Z = R + iX$.

A impedância do conjunto desempenha papel fundamental na transmissão e recepção de sinais, já que podemos associá-la à potência de energia transmitida entre os componentes do sistema e a potência irradiada para o meio.

3.1.1 Adaptação de impedâncias (impedance matching)

O conjunto antena-aparelho ou gerador-antena é um circuito RLC, logo, apresenta frequência de ressonância, ω_{ress} , na qual o sistema transmite e irradia a maior potência possível. Dos conhecimentos de circuitos, sabemos que $\omega_{ress} \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

A impedância do sistema está intimamente ligada a essa frequência, já que sua reatância é $X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ e a ressonância depende de L e C e note que para $\omega = \omega_{ress}$, temos $X = 0$. Ao pensar na impedância do sistema como a soma da impedância do aparelho/gerador, Z_L , com a impedância da antena, Z_A , para a configuração da ressonância, devemos ter:

$$\omega = \omega_{ress} \Leftrightarrow X_T = 0 \Leftrightarrow X + X_A = 0$$

Logo, o restante do circuito, excluída a antena, deve ser tal que sua reatância seja $X_L = -X_A$. De forma compacta, resumimos essa ideia com o complexo conjugado e temos a operação de adaptação de impedâncias:

$$Z_L = Z_A^*$$

4 Recepção de Radiação

Já estabelecida o mecanismo de emissão de radiação por uma antena emissora, devemos entender como acontece a recepção.

O campo elétrico incidente em uma antena receptora produz força elétrica nos elétrons dos condutores da antena e há surgimento de corrente elétrica. A partir disso, pode-se calcular a tensão induzida nos terminais livres da antena pela expressão:

$$V^{oc} = \vec{E}_{inc} \cdot \vec{l}_{eff}$$

A expressão da tensão nessa forma simples guarda o chamado vetor comprimento efetivo, \vec{l}_{eff} , definido a partir do campo elétrico que tal antena receptora emitiria:

$$\vec{E}_{receptora} = -i \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{k I_{in}}{4\pi r} \vec{l}_{eff} e^{-ikr}$$

Em que I_{in} é a corrente que passa na antena receptora.

5 Comunicação entre antenas

Explicadas a transmissão e recepção de antenas, para termos troca de informação entre elas basta que apontemos uma para a outra e o link está feito. Nos resta descobrir se uma antena trabalhando seja em modo de transmissão ou de recepção mantém suas características.

Um importante resultado que nos leva a boas propriedades de antenas transmissoras ou receptoras é o Teorema da Reciprocidade de Lorentz. Vejamos a seguir.

Seja uma porção do espaço de superfície S e volume V , contendo outras duas porções menores por onde passa, em cada uma, uma densidade de corrente oscilante que produz os campos \vec{E}_1, \vec{H}_1 e \vec{E}_2, \vec{H}_2 . Mostra-se que $\vec{\nabla} \cdot (\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1) = \vec{J}_1 \cdot \vec{E}_2 - \vec{J}_2 \cdot \vec{E}_1$ e que $(\vec{E}_1 \times \vec{H}_2 - \vec{E}_2 \times \vec{H}_1) \cdot \hat{n} da = 0$, logo temos a fórmula do teorema:

$$0 = \int_V (\vec{J}_1 \cdot \vec{E}_2 - \vec{J}_2 \cdot \vec{E}_1) d\tau' \Rightarrow$$

$$\int_{V_1} \vec{J}_1 \cdot \vec{E}_2 d\tau' = \int_{V_2} \vec{J}_2 \cdot \vec{E}_1 d\tau'$$

Para fios condutores passando corrente elétrica, temos $\int_{L_1} \vec{I}_1 \cdot \vec{E}_2 dl' = \int_{L_2} \vec{I}_2 \cdot \vec{E}_1 dl'$. Pensando que tais antenas são perfeitamente condutoras, os campos elétricos sobre suas superfícies são nulos, porém há produção de tensão em seus terminais, logo chegamos na reciprocidade para circuitos:

$$I_1 \int_{L_1} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l}' = I_2 \int_{L_2} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l}'$$

$$I_1 V_1^{oc} = I_2 V_2^{oc}$$

Veja que ambas as tensões são de circuito aberto, isto é, ambas as antenas são pensadas como receptoras. No primeiro membro da equação $I_1 V_1^{oc} = I_2 V_2^{oc}$ a antena 2 é transmissora e a 1 é receptora, já no segundo membro temos a situação oposta, 1 é transmissora e 2 é receptora.

Se a antena 1 está em modo de transmissão sendo excitada por corrente I , uma tensão V_2^{oc} é induzida na antena 2. Se trocamos os modos, sendo a 2 excitada por mesma corrente I , temos indução de V_1^{oc} . Segundo reciprocidade, temos $V_1^{oc} = V_2^{oc} = V$, ou seja, a fonte e o medidor podem ser alterados sem que a resposta do sistema, V , mude. Com isso podemos verificar o bom funcionamento de uma antena, seja ela transmissora ou receptora a partir de outra de referência.

Segundo reciprocidade, uma antena receptora possui padrão de radiação equivalente ao seu, caso estivesse em modo de transmissão. Vejamos o porquê.

Sejam duas antenas em modos de transmissão ou recepção. Antena 1 não é deslocada e a 2 é movimentada em torno da 1 passando por todas as direções (θ, ϕ) a uma distância r fixa. Se 1 transmite, então a tensão induzida em 2, $V_2^{oc}(\theta, \phi) = \vec{E}_1^{inc}(\theta, \phi) \cdot \vec{l}_2^{eff}$, é diretamente proporcional ao padrão de 1, como mostra a expressão, bem como $V_2^{oc}(\theta, \phi)/I_1$. Invertendo os modos de operação, se 2 transmite, 1 recebe a tensão $V_1^{oc}(\theta, \phi) = \vec{E}_2^{inc} \cdot \vec{l}_1^{eff}(\theta, \phi)$ que também guarda o padrão de radiação de 1, agora sendo o de recepção, bem como $V_1^{oc}(\theta, \phi)/I_2$. Por reciprocidade, temos $V_2^{oc}(\theta, \phi)/I_1 = V_1^{oc}(\theta, \phi)/I_2$ logo os padrões de transmissão e recepção de uma antena são iguais.

5.1 Fórmula de Friis

Para relacionar em uma expressão só as potências fornecidas pelo gerador ligado a antena transmissora e a potência recebida pelo aparelho conectado a antena receptora, produz-se a Fórmula de Friis.

Seja antena 1 a transmissora e 2 a receptora, vamos considerar que P é a potência no gerador/aparelho e W a potencia irradiada por 1 ou recebida por 2. Por isso, temos $W_1 = e_1 P_1$ e $P_2 = e_2 W_2$. Dos parâmetros de antenas definidos anteriormente, sabemos:

$$G_{t,1}(\theta_t, \phi_t) = e_{t,1} \frac{U_1(\theta_t, \phi_t)}{U_{0,t}} = e_{t,1} \frac{\langle S(\theta_t, \phi_t) \rangle R^2}{W_{t,1}/(4\pi)} \Rightarrow \langle S(\theta_t, \phi_t) \rangle = \frac{G_{t,1}(\theta_t, \phi_t) W_{t,1}}{4\pi R^2 e_{t,1}}$$

Agora podemos usar o conceito de área efetiva e encontrar a potência recebida pela antena 2:

$$W_{r,2} = \langle S(\theta_t, \phi_t) \rangle A_{em,2} \Rightarrow \frac{W_{r,2}}{W_{t,1}} = \frac{G_{t,1}(\theta_t, \phi_t) A_{em,2}}{4\pi R^2 e_{t,1}}$$

É fácil ver que $W_{r,2} = \frac{1}{2} \frac{|V_2^{oc}|^2}{R_2}$ e $W_{t,1} = \frac{1}{2} R_1 |I_1|^2$, logo, por reciprocidade, temos $\frac{W_{r,2}}{W_{t,1}} = \frac{W_{r,1}}{W_{t,2}}$. Inserindo tal relação na expressão anterior com ganho de 2, obtemos a relação entre tal grandeza e a área efetiva da antena:

$$\frac{G_{t,1}(\theta_{t,1}, \phi_{t,1}) A_{em,2}}{4\pi R^2 e_{t,1}} = \frac{G_{t,2}(\theta_{t,2}, \phi_{t,2}) A_{em,1}}{4\pi R^2 e_{t,2}} \Rightarrow \frac{G_{t,1}(\theta_{t,1}, \phi_{t,1})}{e_{t,1} A_{em,1}} = \frac{G_{t,2}(\theta_{t,2}, \phi_{t,2})}{e_{t,2} A_{em,2}} = C \text{ (constante)}$$

Como tal razão é constante, estudamos, por exemplo, o caso de uma antena de dipolo ideal (dipolo elétrico) e descobrimos o valor da constante: $C = \frac{4\pi}{\lambda^2}$.

Agora substituímos $A_{em,2}$ na expressão da razão das potências e obtemos a Fórmula de Friis:

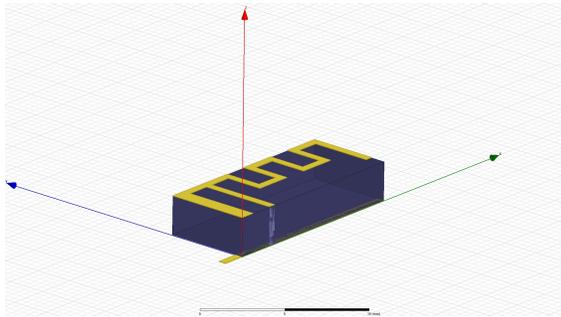
$$\frac{W_{r,2}}{W_{t,1}} = \frac{G_{t,1}(\theta_t, \phi_t) G_{r,2}(\theta_r, \phi_r)}{e_{t,1} e_{r,2}} \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \Rightarrow \frac{e_{r,2} W_{r,2}}{W_{t,1}/e_{t,1}} = G_{t,1}(\theta_t, \phi_t) G_{r,2}(\theta_r, \phi_r) \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$$

$$\frac{P_r}{P_t} = G_t(\theta_t, \phi_t)G_r(\theta_r, \phi_r) \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$$

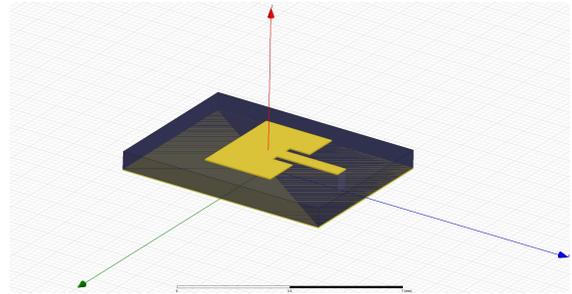
Isso nos revela a forte dependência da potência recebida com o apontamento relativo entre antenas e, por isso, quando instala-se uma antena de televisão ou de internet é fundamental que aponte-se para a direção da torre transmissora para receber um sinal de melhor qualidade.

6 Simulações de antenas Wi-Fi

Para exemplificar as características de antenas próximas do nosso cotidiano, escolhemos dois tipos de antenas para realizar uma simulação computacional por meio de cálculo numérico dos seus campos distantes. Utilizando o programa HFSS 13.0 da Anisoft, criamos dois modelos 3D de antenas, uma do "Tipo Z" encontrada no dispositivo ESP8266, cuja frequência de ressonância está em torno de 2,6 GHz, conforme os padrões de Rede Wi-Fi 4G, e a outra do tipo *Patch*, cuja frequência de ressonância está próximo de 25 GHz, de acordo com os padrões Wi-Fi 5G.



Modelo 3D de antena "Tipo Z" encontrado em chip ESP8266 4G



Modelo 3D de antena Patch 5G

Para encontrar a frequência de ressonância dessas antenas, fizemos o gráfico do vetor de Poynting em função da frequência de oscilação e chegamos a uma frequência que corrobora com o design da antena.

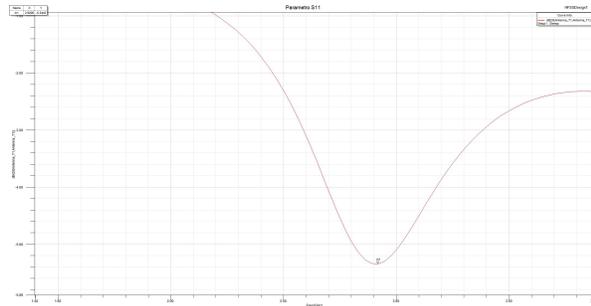


Gráfico de $S(f)$ em dB com frequência de ressonância em torno de 2,6 GHz do ESP8266.

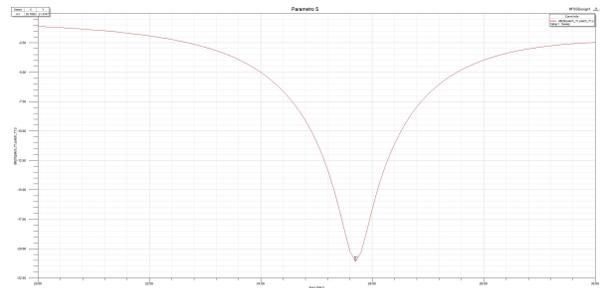
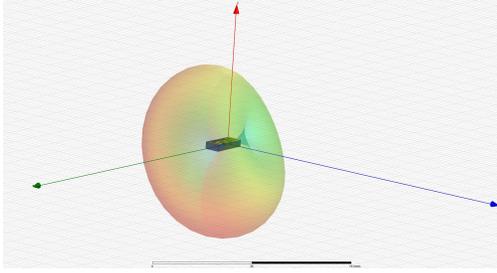
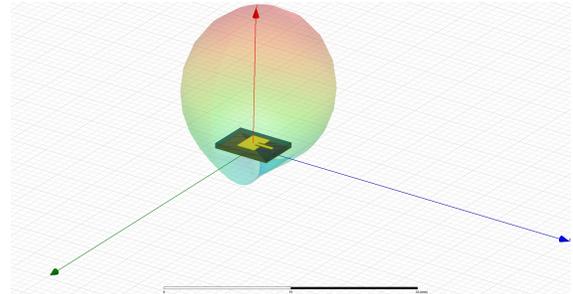


Gráfico de $S(f)$ em dB com frequência de ressonância em torno de 25 GHz da antena Patch.

A simulação do campo E e H distantes foram realizadas encontrando o valor do campo elétrico em uma esfera de raio fixo, pode-se perceber que antenas do "tipo z" apresentam um padrão do tipo omnidirecional, enquanto antenas do tipo *Patch*, padrão do tipo *endfire*.

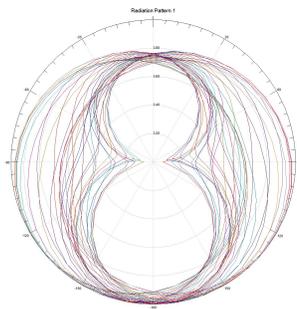


Padrão de campo distante (campo E) do ESP8266

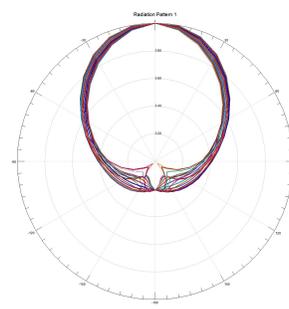


Campo de campo distante (E) da antena Patch.

A fim de visualizar melhor os padrões omnidirecional e endfire, fizemos o gráfico polar 2D do padrão de radiação $F_\phi(\theta)$, sendo cada traçado distinto para uma determinada frequência.



Padrão de radiação do ESP8266.



Parão de radiação da antena Patch

7 Princípios de Antenas no nosso Cotidiano

7.1 Sintonização

A comunicação entre as antenas, dada uma antena transmissora, necessita que a antena receptora (circuito RLC) apresente sua frequência de ressonância igual a antena de transmissão para que a potência recebida aproveitada seja máxima. Por isso, para um rádio ser sintonizado na estação desejada basta ajustar os seus componentes até atingir a frequência de ressonância do circuito da receptora, realizar o *impedance matching* descrito anteriormente. Muitos rádios utilizam um sintonizador analógico que consiste em um indutor variável e um capacitor variável capazes de alterar a frequência de ressonância da antena para o valor da frequência da estação desejada. Outro modo de realizar a sintonização seria por meio de sintonizadores digitais, que se comportam como um filtro digital e removem computacionalmente os sinais das frequências não desejadas, mantendo apenas a banda de interesse.

7.2 Baterias ou pilhas em rádios

Não é necessário que a antena receptora apresente uma fonte, para que ela capture onda incidente e oscile os seus elétrons gerando uma corrente variável. Seguindo esta ideia, então um rádio não necessitaria de baterias ou uma fonte de tensão para sua operação. O problema na recepção é a baixa potência captada por pequenas antenas, por isso, de modo a amplificar e facilitar a demodulação de sinal, introduz-se tais baterias que contribuem com tensão adicional.

Um rádio clássico que funciona desse modo é o **rádio de galena**, que possui um dos receptores mais simples de modulação AM, utilizando antenas grandes (entorno de 15m) e um diodo de galena que compõe um circuito demodulador associado a um circuito filtro passa-baixa para filtrar as altas frequências e produzir o sinal audível em um monofone de alta impedância. Esse rádio não necessita de um amplificador pois toda a energia captada pela antena são de grandes dimensões.

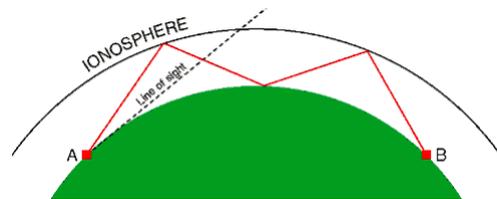
8 Atmosfera e características de propagação

8.1 Reflexão, refração e absorção

As reflexões podem ocorrer na superfície ou na própria atmosfera. No caso da atmosfera, as ondas refletem toda vez que mudam de certa porção atmosférica para outra e o índice de refração muda, além das reflexões na superfície terrestre.

O índice de refração é variável com a altura, entretanto, as reflexões ocorridas apenas pela variação de altura é desprezível. O fenômeno se torna realmente considerável quando ocorre na mudança de camadas da atmosfera, quando a variação do índice de refração é maior. Além disso, principalmente na ionosfera temos um efeito expressivo.

Durante o processo, parte da energia é perdida por meio de absorção quando as ondas são refletidas, principalmente na superfície terrestre e na ionosfera.



Se as perdas forem desconsideradas (absorção), teremos equações iguais as exibidas na seção 9.3.3 do livro Eletrodinâmica, de David J. Griffiths.

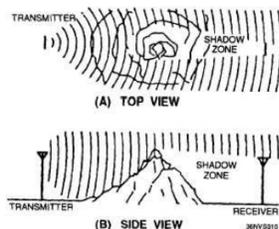
8.2 Difração

A difração permite uma maior e mais abrangente distância de propagação das ondas. Para que ela ocorra, é necessário que a onda passe por uma fenda ou um obstáculo com a mesma ordem de grandeza de seu comprimento de onda λ .

O grau de difração das ondas com menores frequências (maior comprimento de onda) é maior do que nas de alta frequência, um exemplo prático é comparar os sinais AM e FM.

No Brasil, o sinal AM (Amplitude Modulation) trabalha entre 520 e 1710 kHz, já o sinal FM (Frequency Modulation) está entre 87.5 e 108 MHz, por isso o sinal AM consegue chegar a distâncias maiores do que o FM, mas com certa perda de qualidade (ruído).

É por tal razão que os sinais Wi-Fi 5G não percorrem e chegam a longas distâncias.



Onda que não difratou



Onda difratada

9 Ionosfera

A ionosfera é uma camada da atmosfera situada entre 90 e 1000 km da superfície. Durante o dia, átomos e moléculas são ionizados pelo sol, de tal forma que é criado um espaço de íons e elétrons livres.

Perceba que íons e elétrons quando submetidos a um campo elétrico externo de sinal de rádio fará com que surja uma força, consequentemente, serão colocados em movimento. Visto que a massa dos íons é muito maior do que a massa dos elétrons, os movimentos iônicos são relativamente pequenos e serão ignorados aqui.

As ondas de rádio abaixo de 40 MHz são significativamente afetadas pela ionosfera, principalmente porque nesta faixa de frequência as ondas são efetivamente refletidas pela ionosfera. Já para frequências além de 40 MHz, a onda tende mais a penetrar do que refletir pela atmosfera.

Para encontrarmos a permissividade elétrica na ionosfera, sabemos:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} \quad (9.1)$$

Seja $-e$ a carga do elétron, então a polarização na ionosfera é dada por $\vec{P} = -Ne\vec{r}$, sendo N o número de elétrons livres e \vec{r} o deslocamento médio de cada elétron.

Podemos montar a equação de movimento dos elétrons a partir da segunda lei de Newton e considerando $r = |r|e^{i\omega t}$, temos o resultado:

$$m_e \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -e\vec{E} \Rightarrow \vec{r} = \frac{e\vec{E}}{m_e \omega^2} \quad (9.2)$$

Ao fazer as devidas substituições em 9.1, temos a constante dielétrica da ionosfera:

$$\epsilon_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (9.3)$$

Em que $\omega_p = \frac{Ne^2}{m_e \epsilon_0}$ é a chamada de frequência de plasma.

9.1 Dia e noite

A frequência de plasma ω_p possui dependência com a quantidade de elétrons livres na atmosfera, como vemos em sua expressão. Durante o dia, o sol ioniza as moléculas da atmosfera, de tal maneira que há mais elétrons livres e, portanto, a constante de plasma é maior durante o dia quando comparada com a noite.

O índice de refração pode ser aproximado para $n \approx \sqrt{\epsilon_r}$ e a constante de propagação das ondas na ionosfera se torna $k = \frac{\omega}{c}n = \frac{\omega}{c}\sqrt{\epsilon_r}$. Na forma exponencial das ondas eletromagnéticas, tal constante aparece, veja:

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)} \quad (9.4)$$

Quando ω_p se torna pequeno, vemos que $\epsilon_r < 0$, e a constante de propagação se torna imaginária, o que leva o campo elétrica e a onda em si a decair exponencialmente.

Além disso, se $\omega < \omega_p$, então toda onda transmitida em tal meio será atenuada exponencialmente, sem qualquer mudança de fase, e se tornará insignificante em uma distância relativamente curta. Por outro lado, se $\omega > \omega_p$, então o índice de refração é real e a onda é refratada pela ionosfera de acordo com seu índice de refração que varia com a altura e também se torna capaz de refletir a onda de volta para a troposfera e melhora os sinais.

Devido a incidência solar, durante o dia a constante de plasma é maior do que durante a noite, ou seja, durante a noite, mais frequências conseguem se propagar na ionosfera e é por isso que os sinais de rádio melhoram nesse período.

10 Referências e Bibliografia

- HUM, SEAN VICTOR. **Radio and Microwave Wireless Systems**. Course ECE422 at University of Toronto. 2021;
- STUTZMAN, WARREN L.; THIELE, GARY A. **Antenna Theory and Design**. 3 ed. John Wiley and Sons, Inc. 2013;
- BALANIS, CONSTANTINE A. **Antenna Theory: analysis and design**. 4 ed. John Wiley and Sons, Inc. 2016;
- LEVIS, CURT A.; JOHNSON, JOEL T.; TEIXEIRA, FERNANDO A. **Radiowave Propagation: physics and applications**. 1 ed. John Wiley and Sons, Inc. 2010