MAP 3122: Métodos Numéricos e Aplicações

Prova de recuperação 2 - 05/05/2021
(Método dos mínimos quadrados)

Prof. Antoine Laurain

A prova é individual. Utilize somente resultados dados em sala de aula. Calculadora e notas de aula são permitidos. **Justifique suas respostas e verifique seus cálculos**.

Exercício 1. *(2.5 pontos) Consideramos os pontos:* $(-1,0),(-2,a),(0,0),(2,1),(1,2a)$

1. *Mostre usando o método dos mínimos quadrados que se* $a=1$ *não existe polinômio de grau menor ou igual a* 2 *que passe por todos estes pontos.*

2. *Seja* p *o polinômio de grau* 2 *que minimiza o erro quadrático referente a estes cinco pontos. Encontre o valor de* a *tal que a distância entre os pontos* $(0,p(0))$ *e o ponto* $(0,0)$ *seja a menor possível.*

Exercício 2. *(2.5 pontos) Sabemos que os polinômios*

$$p_1(x)=1,\quad p_2(x)=x,\quad p_3(x)=x^2-\frac{1}{3},\quad p_4(x)=x^3-\frac{3x}{5}$$

são ortogonais relativamente ao produto escalar $\langle f,g\rangle=\int_{-1}^{1}f(x)g(x)dx$.

1. *Determine* q_1,q_2,q_3,q_4 *base ortogonal dos polinômios de grau menor ou igual a* 3 *em relação ao produto escalar* $\langle F,G\rangle=\int_0^4 F(t)G(t)dt$.

2. *Determine* α_i, $i=1,2,3,4$, *tal que* $q(t)=\sum_{i=1}^{4}\alpha_i q_i(t)$ *seja a melhor aproximação de* $g(t)=t^3$ *em* $[0,4]$ *relativamente ao produto escalar* $\langle F,G\rangle=\int_0^4 F(t)G(t)dt$, *segundo o método dos mínimos quadrados (observação: tem duas maneiras de resolver esta questão, uma destas maneiras sendo mais eficiente que a outra).*