

4300270 – Eletricidade e Magnetismo I

Prova Substitutiva – 17/12/2021

Nome: _____ Nº USP _____

AVISOS:

- Escolha apenas dois exercícios, resolva e entregue no site da disciplina no “local para entrega das provas” até 13:00 hs do dia 17 de dezembro.
- O prazo para entrega dos outros dois exercícios será 20 de dezembro (segunda-feira) até as 23:59 hs, no novo link que será criado para este fim. A prova contém 5 questões e o aluno entregará apenas quatro questões.
- É permitido o uso de calculadoras, consulta a livros e slides das aulas mas NÃO aos colegas.
- Escreva de maneira legível e entregue uma cópia também legível.
- Justifique TODAS as suas respostas, bem como fórmulas utilizadas fora deste formulário.
- Para facilitar a correção, sempre que possível encontre a solução em função das variáveis literais e só no final substitua pelos valores numéricos.

Formulário

$$k = 8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\int \frac{x \, dx}{x+d} = x - d \ln(x+d)$$

$$\vec{F}_{ij} = \frac{kq_i q_j}{r_{ij}^2} \hat{r}_{ij} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_S}{\epsilon_0}$$

$$U = qV \quad \Delta U = q\Delta V \quad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i} \quad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \sum_{j<i} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \quad V_{ab} = V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \Delta V = V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$E = -\vec{\nabla}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} \right)$$

$$C = \frac{Q}{V} \quad C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CV^2}{2} = \frac{QV}{2}$$

∴

Formulário

capacitores em série: $\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$ em paralelo: $C_{eq} = \sum_{i=1}^N C_i$

constante dielétrica: $\kappa = \frac{C}{C_0}$ $\sigma_i = \sigma \left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)$

$J = \frac{I}{A}$ $\vec{J} = nq\vec{v}_d$ $R = \frac{\rho l}{A}$

$J = \sigma E$ $E = \rho J$ $\sigma = \frac{1}{\rho}$

$V = RI$ $P = \varepsilon I$ $P = RI^2$

Resistor em série: $R_{eq} = \sum_{i=1}^N R_i$ em paralelo: $\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{\text{Wb}}{\text{A.m}}$ $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}$

$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ $\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$ $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$ $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^2}$

$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{env}$ $\varepsilon = \oint E \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}$ $\varepsilon = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(I_C + \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right) = \mu_0 (I_C + I_d)$ $I_d = \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$

$L = \frac{N\phi_B}{I}$ $\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$ $U = \frac{1}{2} LI^2$

$u = \frac{B^2}{2\mu_0}$ $M = \frac{N_2\phi_{B2}}{I_1} = \frac{N_1\phi_{B1}}{I_2}$

$\varepsilon_2 = -M \frac{dI_1}{dt}$ $\varepsilon_1 = -M \frac{dI_2}{dt}$

Campo no eixo de um anel de raio R, carga Q, com o centro do anel na origem no plano yz

$$\vec{E} = \frac{kQx}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{i}$$

Campo no eixo de um disco de raio R, carga Q, com o centro do disco na origem no plano yz

$$\vec{E} = \frac{2kQ}{R^2} \left(1 - \frac{x}{(x^2 + R^2)^{\frac{1}{2}}} \right) \vec{i}$$

Lei de Gauss para dielétricos:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{\text{livre}}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

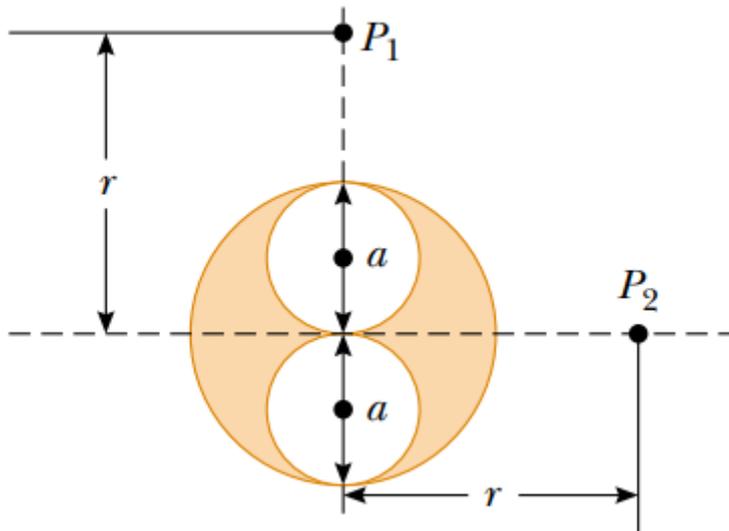
$$\kappa = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

1) Um cilindro longo de raio a tem duas cavidades cilíndricas de diâmetro a através de todo o seu comprimento, como mostrado na figura abaixo, que representa uma seção transversal. Uma corrente I é dirigida para fora da página e é uniforme ao longo da seção transversal do condutor. Em termos de μ_0 , I , r e a , responda:

(0,5): (a) Determine a densidade de corrente J do condutor.

(1,0): (b) Encontre o módulo e a direção do campo magnético em P_1 .

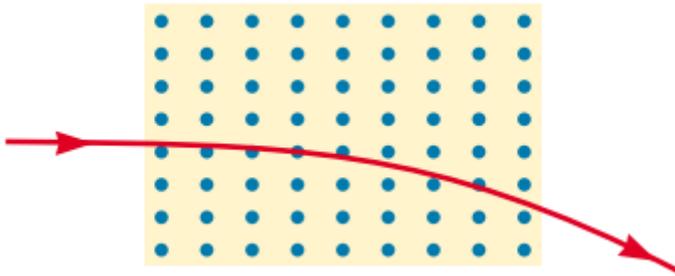
(1,0): (c) Encontre o módulo e a direção do campo magnético em P_2 .



2) Prótons com energia cinética de 5,00 MeV estão movendo na direção x e entra em um campo magnético $\mathbf{B}=(0,0500 \mathbf{k})$ T dirigido para fora da página e se estendendo de $x=0$ até $x=1,00$ m, como mostrado na figura. Use $1 \text{ eV}=1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$ e adote o eixo x para a direita e o eixo y para cima. \mathbf{k} é o versor do eixo z .

(1,5): (a) Calcule a componente y da velocidade do próton quando ele deixa o campo magnético.

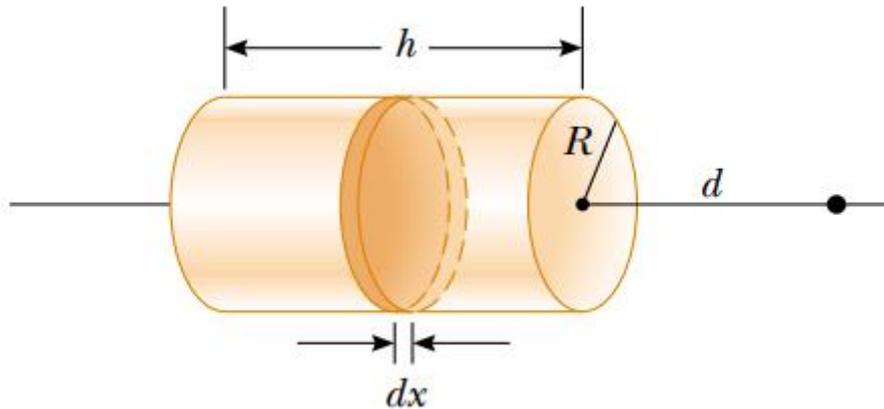
(1,0): (b) Encontre o ângulo α entre o vetor velocidade do fluxo de prótons antes de entrar na região de campo e imediatamente depois de sair da região de campo.



3) Considere uma casca cilíndrica uniformemente carregada tendo carga total Q distribuída em toda superfície, raio R e altura h . Dica: (Use o campo elétrico de um anel de corrente ou o campo elétrico de um disco, considerando o sistema como sobreposição de vários anéis ou discos, ver formulário).

(1,25): a) Determine o campo elétrico a uma distância d da borda direita, como mostrado na figura.

(1,25): b) Considere agora um cilindro sólido com as mesmas dimensões, carregando a mesma carga Q , uniformemente distribuída em todo o seu volume. Encontre o campo elétrico criado no mesmo ponto.



4) Um disco de dióxido de titânio ($\kappa=173$) tem uma área de $1,00 \text{ cm}^2$ e espessura de $0,100 \text{ mm}$. Alumínio é evaporado sobre as placas para formar um capacitor de placas paralelas, onde κ é a constante dielétrica.

(1,0): a) Calcule a capacitância.

(0,5): b) Quando este capacitor é carregado com uma bateria de $12,0 \text{ V}$ por um tempo suficientemente longo, qual é a carga armazenada no capacitor.

(0,5): c) Para a situação na parte b, qual é a densidade da carga superficial induzida.

(0,5): d) Qual é o campo elétrico E dentro do capacitor.

5) Uma bobina retangular de resistêcia R tem N voltas, comprimento l e largura w , como mostrado na figura. A bobina move na horizontal, da esquerda para a direita, com velocidade v e ela passa por uma região com campo magnético \mathbf{B} entrando na página. Determine o módulo e a direção da força \mathbf{F} resultante sobre a bobina.

(1,0): a) Quando ela entra na região do campo magnético (mas não totalmente).

(1,0): b) Quando ela move completamente dentro do campo.

(0,5): c) Quando ela deixa a região do campo (mas não totalmente).

