Calculando Integrais 1

$$uv\Big|_a^b = (uv)(b) - (uv)(a)$$

* **Integração por partes**. Sejam f e g deriváveis e tais que f' e g' sejam integráveis em $[a,b]$. Então

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx = f(x)g(x)\Big|_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)\,dx.$$

<u>dem</u>. É consequência da regra do produto para derivada

$$\big(f(x)g(x)\big)' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

Integrando dos dois lados temos:

Teo. Fundamental do Cálculo

$$\int_a^b f'(x)g(x)\,dx + \int_a^b f(x)g'(x)\,dx = \int_a^b \big(f(x)g(x)\big)'\,dx = f(x)g(x)\Big|_a^b$$

OBS: Notação de Leibniz.

$$\int_a^b u\,dv = uv\Big|_a^b - \int_a^b v\,du$$

Exemplos:

1) $$\int_0^1 x\cos x\,dx = x\,\text{sen}\,x\Big|_0^1 - \int_0^1 \text{sen}\,x\,dx$$

$$= x\,\text{sen}\,x\Big|_0^1 + \cos x\Big|_0^1 = 1\,\text{sen}\,1 - 0.\cancel{\text{sen}\,0}^{\,0} + \cos 1 - \cancel{\cos 0}^{\,1}$$

$$= \text{sen}\,1 + \cos 1 - 1$$

OBS: $\int x\cos x\,dx = x\,\text{sen}\,x + \cos x$

Rascunho:

$u = x \rightsquigarrow du = 1\,dx$

$dv = \cos x\,dx$ ie. $\dfrac{dv}{dx} = \cos x \rightsquigarrow v(x) = \text{sen}\,x$

2) $\int x^2 \operatorname{sen} x \, dx = -x^2 \cos x + 2\int x \cos x \, dx$

$= -x^2 \cos x + 2x \operatorname{sen} x + 2\cos x$

$u = x^2 \rightsquigarrow \frac{du}{dx} = 2x \rightsquigarrow du = 2x\,dx$

$dv = \operatorname{sen} x \, dx \rightsquigarrow \frac{dv}{dx} = \operatorname{sen} x \rightsquigarrow v = -\cos x$

$$\int x\cos x\,dx = x\,\mathrm{sen}\,x + \cos x$$

$$\left(x\,\mathrm{sen}\,x + \cos x\right)' = \cancel{\mathrm{sen}\,x} + x\cos x + (-1)\,\cancel{\mathrm{sen}\,x} = x\cos x \,.$$