

Energia – Conservação, dissipação

<b>Dissipação de energia pelas forças de atrito .....</b>	<b>2</b>
1. Sistema de segurança de um elevador .....	2
2. Energia no movimento de um bloco que sobe e desce um plano inclinado com atrito .....	2
3. Mudanças devidas ao atrito no movimento de um bloco que colide com uma mola .....	2
4. Mudanças devidas ao atrito no movimento de um bloco lançado por uma mola .....	2
5. Mini pista de skate.....	3
6. Atrito no fim da montanha russa para segurar o carrinho .....	3
7. Determinar a relação entre potência e aceleração para um veículo a partir do movimento numa rampa.....	3
8. Efeito do atrito no movimento de um esquiador numa pista de salto.....	4
9. Velocidade da pedra que um trator puxa com uma força variável .....	4
10. Colisão bloco-mola em um plano inclinado com atrito .....	4
11. Colisão bloco-mola em um plano inclinado com atrito cinético diferente do estático .....	4
12. A mecânica de um teleférico .....	5
<b>Conservação de Energia em um sistema de partículas.....</b>	<b>5</b>
13. Colisão inelástica entre pêndulo e bloco .....	5
14. Determinar a velocidade do projétil a partir do trabalho do atrito no deslizamento do alvo .....	5
15. Achar o coeficiente de atrito a partir da velocidade do projétil que colide inelasticamente com o alvo .....	6
16. Atrito em um movimento circular .....	6
17. Colisão elástica de um carrinho de supermercado com uma caixa em um plano inclinado com atrito .....	6
<b>Análise do movimento a partir do gráfico da energia Potencial .....</b>	<b>7</b>
18. (HRK 8.40) Partícula no potencial, formal I.....	7
19. Movimento de um átomo leve em relação a um átomo pesado .....	7
20. Movimento da partícula sob ação de uma força proporcional ao cubo da distância .....	7
21. O modelo de Bohr para o átomo .....	8
22. Partícula em movimento sob ação de um potencial cujo gráfico é conhecido, formal I.....	8
23. Cálculo do período de oscilação a partir da energia potencial, formal .....	8
24. (RHK 12-P.18 modificado) Energia potencial de interação entre nucleons.....	9
25. Partícula em movimento sob ação de um potencial cujo gráfico é conhecido, formal II.....	9
26. Partícula em movimento sob ação de um potencial cuja forma analítica é conhecida, formal .....	9
27. Partícula em um poço de potencial, formal .....	10
28. Movimento de uma massa presa a uma mola em um campo de força uniforme.....	10

## Dissipação de energia pelas forças de atrito

### 1. Sistema de segurança de um elevador

O cabo de um elevador de 2000 kg quebra quando está parado no 1º andar, de modo que a base da cabine está à distância  $d = 4,0$  m acima da mola amortecedora, de constante elástica  $k = 1,5 \times 10^5$  N/m. Um dispositivo de segurança nos trilhos remove 15 kJ de energia mecânica a cada 1,00 m que o elevador se move.

Determine:

- a velocidade do elevador imediatamente antes dele atingir a mola.
- a compressão da mola.
- a distância que o elevador subirá após atingir a mola.
- um valor aproximado da distância total que o elevador percorre antes de alcançar o repouso e explique o que não foi considerado no seu cálculo.

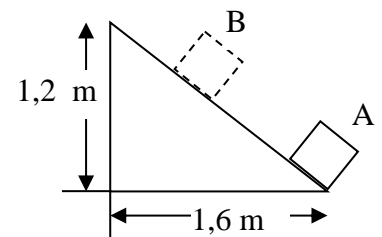
Adote  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

### 2. Energia no movimento de um bloco que sobe e desce um plano inclinado com atrito

Um corpo de massa  $m = 2$  kg é lançado do ponto A da base do plano inclinado representado na figura ao lado, desloca-se 1,0 m até o ponto B e retorna ao ponto A com velocidade de 2,0 m/s.

Calcule:

- o trabalho da força de atrito no trajeto de descida.
- o trabalho da força de atrito do início ao fim do movimento.
- o trabalho da força peso do início ao fim do movimento.
- o trabalho da força resultante do início ao fim do movimento.
- o coeficiente de atrito cinético.
- a velocidade com que o corpo foi lançado do ponto A.

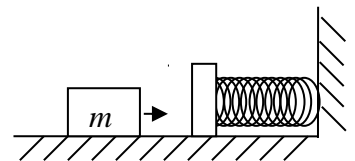


### 3. Mudanças devidas ao atrito no movimento de um bloco que colide com uma mola

Um bloco de massa  $m = 5,0$  kg desliza sobre uma mesa horizontal com coeficientes de atrito estático e cinético 0,6 e 0,5 respectivamente, colide com uma mola de massa muito menor que  $m$ , de constante  $k = 250$  N/m, inicialmente na posição relaxada. O bloco atinge a mola com velocidade de 1,0 m/s.

Determine

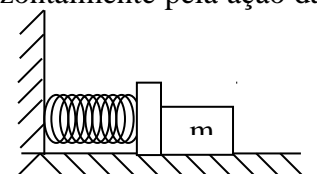
- a deformação máxima da mola.
- o que acontece depois que a mola atinge sua deformação máxima.
- a fração da energia inicial que é dissipada pelo atrito nesse processo.



### 4. Mudanças devidas ao atrito no movimento de um bloco lançado por uma mola

Um corpo de massa  $m = 8,0$  kg está apoiado em um plano horizontal e em contato com uma mola horizontal de constante elástica 1000 N/m. A outra extremidade da mola está presa na parede. O corpo é empurrado contra a parede, comprime a mola em 15 cm e é abandonado, projetando-se horizontalmente pela ação da mola. A força de atrito entre o corpo e o plano é constante e igual a 5 N.

Calcule:

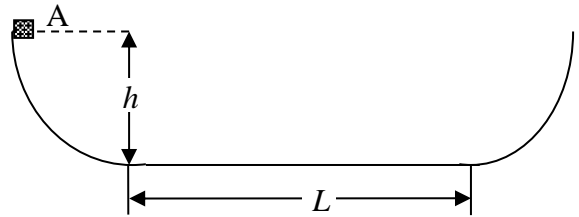


- as energias cinética e potencial do sistema no instante em que a mola passa pelo seu comprimento original.
- a velocidade do corpo no instante em que a mola retorna ao seu comprimento original (mola relaxada).
- a distância percorrida pelo corpo até ficar em repouso novamente, se a ação da mola cessa quando passa pelo seu comprimento original.

### 5. Mini pista de skate

Um pequeno objeto de massa  $m = 234$  g desliza ao longo de uma pista com extremidades elevadas e a parte central horizontal, conforme mostrado na figura ao lado.

A parte plana tem um comprimento  $L = 2,16$  m. Não há atrito no movimento nas partes curvas da pista, mas, durante o percurso na parte plana, o objeto perde 688 mJ de energia mecânica, devido ao atrito. O objeto é solto no ponto A, que está a uma altura  $h = 1,05$  m acima da parte plana da pista.



**Determine** em que ponto o objeto chega finalmente ao repouso.

### 6. Atrito no fim da montanha russa para segurar o carrinho

Um carrinho, inicialmente parado, desliza da montanha russa de uma altura de 5 m. Enquanto está na parte inclinada da pista, o atrito pode ser ignorado. Chegando ao sopé da montanha, o carrinho é freado pelo terreno coberto de areia, parando em 1,25 s.

**Determine** o coeficiente de atrito cinético entre o carrinho e a areia.

### 7. Determinar a relação entre potência e aceleração para um veículo a partir do movimento numa rampa

Enquanto um automóvel de 1700 kg está se movendo a uma velocidade constante de 15 m/s numa superfície horizontal, o motor fornece 16 kW de potência para superar o atrito, a resistência ao ar e outras forças dissipativas.

Determine:

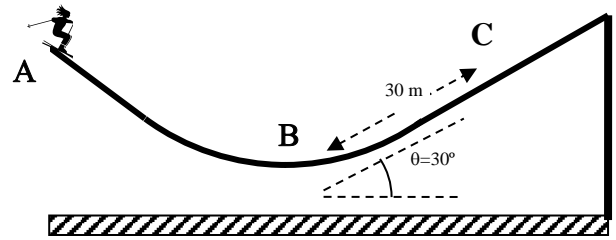
- a potência que o motor fornece quando o carro sobe uma ladeira com inclinação de 8,0 % (8,0 m na vertical para cada 100 m na horizontal) a 15 m/s.
- a inclinação para baixo de uma rampa que o carro descera à velocidade de 15 m/s constante quando desengrenado. Expresse a inclinação em porcentual.

8. *Efeito do atrito no movimento de um esquiador numa pista de salto*

Um esquiador parte do repouso na posição A da figura, chega a B com velocidade de 30 m/s e a C com velocidade 23 m/s. Adote que a distância BC é igual a 30 m, que B é o início da rampa e que o trajeto BC é retilíneo.

Determine

- o coeficiente de atrito entre os esquis e a neve.
- a altura máxima atingida pelo esquiador acima do ponto C.

9. *Velocidade da pedra que um trator puxa com uma força variável*

Um bloco de pedra com massa  $m = 200$  kg está em repouso sobre uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito, tanto estático quanto cinético, entre o bloco e a superfície é  $\mu = 0,3$ . Um trator puxa o bloco aplicando-lhe uma força que forma um ângulo de  $37^\circ$  acima da horizontal e tem módulo, em newtons, dado pela expressão  $F = 20x + 1500$ , em que  $x$  mede a posição em m do trator em relação ao ponto de partida.

**Determine** a velocidade do bloco após percorrer 10 m.

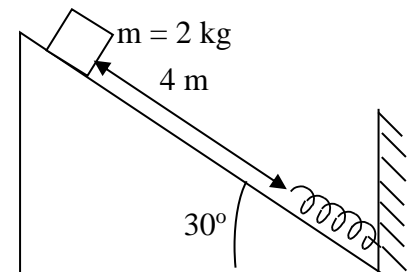
Adote  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

10. *Colisão bloco-mola em um plano inclinado com atrito.*

Um corpo de massa 2,0 kg, inicialmente em repouso, começa a escorregar sobre um plano inclinado em  $30^\circ$  em relação à horizontal, desliza 4,0 m e atinge uma mola fixa na base do plano inclinado, de constante  $k = 100$  N/m e massa que pode ser ignorada. O coeficiente de atrito cinético entre o plano e o corpo é  $\mu = 0,2$ .

Determine:

- a compressão máxima que a mola teria se não houvesse atrito (ignore o coeficiente de atrito dado na questão).
- a compressão máxima da mola.
- a distância percorrida pelo corpo **plano acima** (considere o atrito).

11. *Colisão bloco-mola em um plano inclinado com atrito cinético diferente do estático*

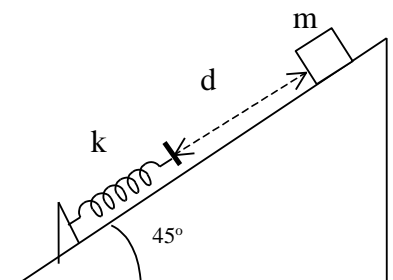
Um bloco de massa  $m = 10$  kg é solto do repouso no topo de um plano inclinado de  $45^\circ$  em relação ao plano horizontal, com coeficiente de atrito cinético de 0,5 e estático igual a 0,8.

Depois de percorrer uma distância  $d = 2,0$  m ao longo do plano inclinado, o bloco colide com uma mola de constante  $k = 800$  N/m, cuja massa pode ser ignorada e que se encontrava relaxada.

Determine:

- a compressão da mola.

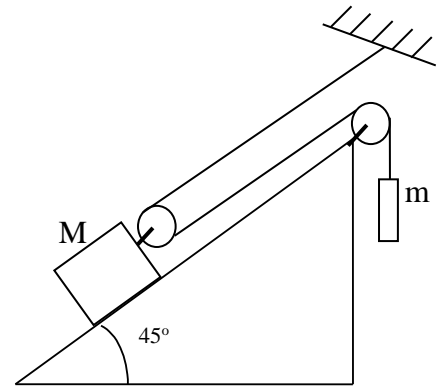
Adote  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.



- b) a energia dissipada pelo atrito durante o trajeto do bloco desde o alto do plano até a compressão máxima da mola, e a fração que essa energia representa da variação total da energia potencial durante o trajeto.
- c) o que acontece com o bloco quando para o movimento, na posição da contração máxima da mola.

### 12. A mecânica de um teleférico

Um vagão de massa  $M = 4$  toneladas está sobre um plano inclinado ( $45^\circ$ ), ligado a uma massa suspensa  $m = 500$  kg, pelo sistema de cabos e polias ilustrado na figura. O cabo é inextensível, fica paralelo à superfície do plano inclinado, e as massas do cabo e das polias podem ser ignoradas em comparação com as demais. O coeficiente de atrito cinético entre o vagão e o plano inclinado é 0,5. O sistema é liberado para mover-se a partir do repouso.



Determine:

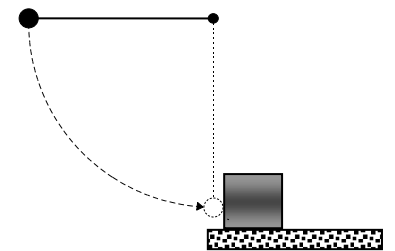
- a) as relações entre os deslocamentos e as velocidades das massas  $m$  e  $M$ .
- b) o diagrama de corpo livre do vagão.
- c) o módulo da força de atrito.
- d) a distância  $D$  percorrida pelo vagão ao longo do plano inclinado desde o repouso até atingir 4,5 km/h.

A energia mecânica perdida por esse sistema deve-se ao trabalho da força de atrito.

### Conservação de Energia em um sistema de partículas

#### 13. Colisão inelástica entre pêndulo e bloco

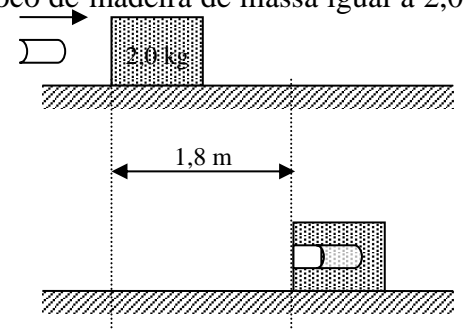
Uma bola de aço de 0,514 kg e presa a uma corda de 68,7 m de comprimento é solta quando a corda está na horizontal. Na parte inferior do seu caminho, a bola atinge um bloco de aço de 2,63 kg inicialmente em repouso sobre uma superfície sem atrito. Na colisão, metade da energia cinética mecânica é convertida em energia interna.



**Determine** as intensidades das velocidades finais da bola e do bloco.

#### 14. Determinar a velocidade do projétil a partir do trabalho do atrito no deslizamento do alvo

Uma bala de massa igual a 6,0 g é disparada horizontalmente num bloco de madeira de massa igual a 2,0 kg, em repouso sobre uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície vale 0,25. A bala fica retida no bloco que sofre um deslocamento total de 1,8 m até parar.



Determine

- a) a velocidade do bloco imediatamente após a bala parar em seu interior.
- b) a velocidade inicial da bala.

15. Achar o coeficiente de atrito a partir da velocidade do projétil que colide inelasticamente com o alvo

Um projétil de massa 40 g é disparado com uma velocidade horizontal  $v = 500$  m/s contra um bloco de massa 760 g que se encontrava em repouso sobre uma superfície horizontal. Com o impacto, o bloco, com o projétil encravado, desliza por 50 m sobre a superfície até parar, devido ao atrito, uniforme ao longo do trajeto.

Determine:

- a velocidade do centro de massa imediatamente após a colisão.
- a variação da energia do sistema devido somente à colisão.
- a força de atrito.
- e o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície (adote  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>).
- Aponte as características irrealistas deste problema.

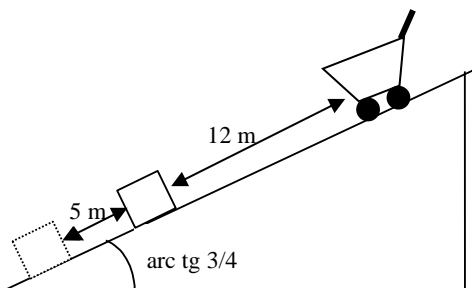
16. Atrito em um movimento circular

Uma partícula de massa  $m$  movimenta-se num círculo horizontal de raio  $r$  sobre uma mesa áspera. A partícula está presa a um fio fixo no centro do círculo. A velocidade escalar inicial da partícula é  $v_0$ . Depois de completar uma volta inteira, a velocidade escalar da partícula é  $v_0/2$ .

Determine

- o trabalho efetuado pela força de atrito durante uma volta.
- o número de voltas que a partícula dá até parar.
- o coeficiente de atrito cinético.

17. Colisão elástica de um carrinho de supermercado com uma caixa em um plano inclinado com atrito



Um carrinho de supermercado, de massa 100 kg, está parado quando escapa da mão do seu condutor no topo de uma ladeira atingindo, em uma colisão central e elástica, um caixote de 300 kg que estava 12 m abaixo ao longo da rampa. Em função da colisão, o caixote se movimenta e para 5,0 m abaixo da sua posição original como mostra a figura. Só há atrito entre o caixote e o piso. Determine:

- a velocidade do carrinho imediatamente antes da colisão.
- a velocidade do carrinho imediatamente após a colisão.
- a força de atrito entre o caixote e o piso.

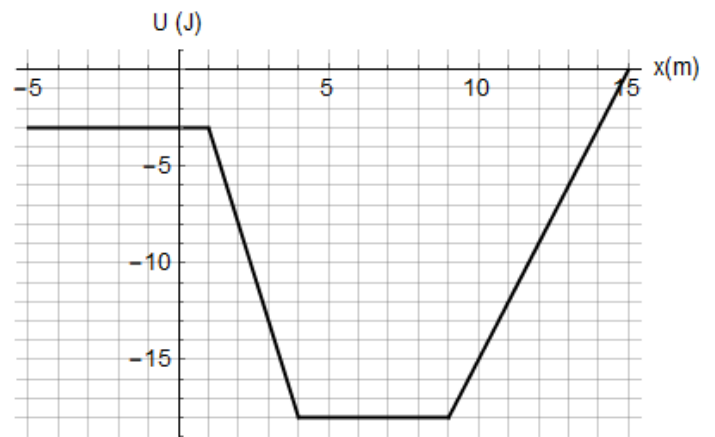
## Análise do movimento a partir do gráfico da energia Potencial

### 18. (HRK 8.40) Partícula no potencial, formal I

Uma partícula de massa 2,0 kg move-se ao longo do eixo  $x$  numa região em que a energia potencial  $U(x)$  varia conforme a figura ao lado. Quando a partícula se encontra em  $x = 2,0$  m, sua velocidade é  $-1,0$  m/s.

Determine

- a força atuante na partícula nessa posição.
- os limites do movimento da partícula.
- a velocidade da partícula em  $x = 7,0$  m.



### 19. Movimento de um átomo leve em relação a um átomo pesado

A figura abaixo mostra um átomo de massa  $m$  à distância  $r$  de outro átomo de massa  $M$ , sendo  $m \ll M$ . O gráfico representa a função energia potencial  $U(r)$  para várias posições do átomo mais leve.

Descreva o movimento desse átomo quando a energia mecânica total:

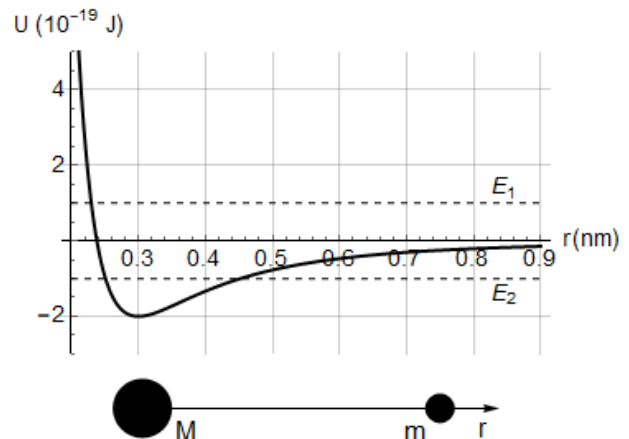
- for maior que zero, como  $E_1$  representada no gráfico.
- for menor que zero, como em  $E_2$ .

Para  $E_1 = 1,0 \times 10^{-19}$  J e  $r = 0,40$  nm, determine:

- o valor da energia potencial;
- a energia cinética
- a força atuante no átomo mais leve – indique claramente seu sentido.

Para  $E_2 = -1,0 \times 10^{-19}$  J e  $r = 0,40$  nm, determine:

- o valor da energia potencial;
- a energia cinética
- a força atuante no átomo mais leve – indique claramente seu sentido.



### 20. Movimento da partícula sob ação de uma força proporcional ao cubo da distância

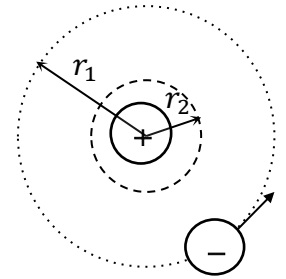
Uma partícula de massa  $m = 4$  kg move-se ao longo do eixo  $x$  sob a influência de uma única força descrita por  $F = -8x^3$ , em que  $F$  está em newtons com  $x$  em metros. Considere  $x = 0$  m correspondente ao zero de energia potencial e que nesse ponto a partícula tem uma velocidade igual a 2 m/s, no sentido positivo.

Determine:

- a energia potencial  $U(x)$  e represente-a em um gráfico.
- a energia cinética em  $x = 0$  m.
- a energia mecânica total da partícula.
- o gráfico da energia cinética  $K$  em função da posição,  $K(x)$ .
- os pontos de retorno.
- Descreva qualitativamente o movimento da partícula.

## 21. O modelo de Bohr para o átomo

A força de atração entre o próton positivamente carregado e o elétron negativamente carregado no átomo de hidrogênio é dada por:  $F = -k \frac{e^2}{r^2}$ , com  $e$  a carga do elétron,  $k$  uma constante e  $r$  a distância entre as duas partículas. Suponha que o próton esteja fixo e que o elétron, que se movia inicialmente em um círculo de raio  $r_1$  em torno do próton, repentinamente passasse para outra órbita circular de raio menor,  $r_2$  (veja figura).

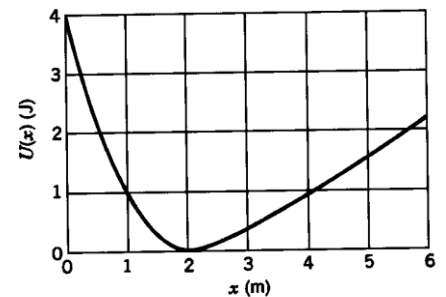


Determine a variação:

- da energia cinética do elétron, considerando que  $F$  é a força resultante responsável pelo movimento circular.
- na energia potencial do átomo usando a relação entre força e energia potencial.
- da energia total do átomo nesse processo (essa energia é perdida sob a forma de radiação).

## 22. Partícula em movimento sob ação de um potencial cujo gráfico é conhecido, formal I

Uma partícula move-se ao longo do eixo  $x$  em uma região na qual a energia potencial  $U(x)$  varia como na figura ao lado. A energia total (cinética mais potencial) vale 4 J.

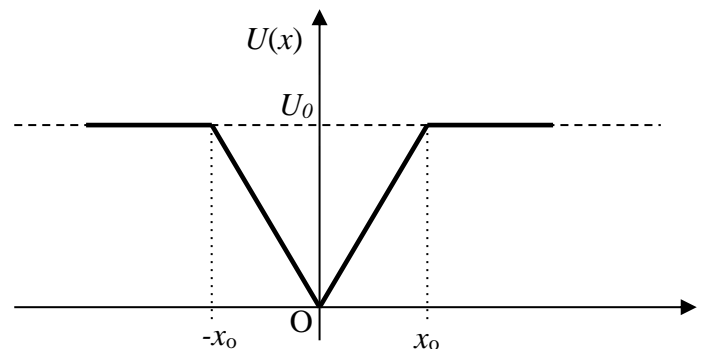


- Faça um gráfico quantitativo da força  $F(x)$  que atua na partícula, como função da distância.
- Esboce, diretamente sobre a figura, o gráfico de sua energia cinética  $K(x)$ .

## 23. Cálculo do período de oscilação a partir da energia potencial, formal

Uma partícula de massa  $m$  executa um movimento unidimensional sob a ação de uma força conservativa correspondente à energia potencial cujo gráfico está esquematizado abaixo.

- Obtenha a força  $F(x)$  que atua sobre a partícula e esboce o gráfico de  $F$  contra  $x$ .
- Descreva qualitativamente o movimento de uma partícula cuja energia mecânica seja  $E_1 = 2U_0$  e esteja movendo-se da esquerda para a direita, vinda de um ponto  $x < -x_0$ , com  $x_0 > 0$ . Qual é o valor máximo do módulo da velocidade e para que valor de  $x$  a velocidade é máxima?
- Descreva qualitativamente o movimento de uma partícula cuja energia mecânica seja  $E_2 = U_0/2$ . Qual o valor máximo do módulo da velocidade e para que valor de  $x$  a velocidade é máxima?
- No movimento com energia total igual a  $E_2 = U_0/2$ , obtenha os valores das coordenadas dos pontos de retorno.
- Ainda no caso  $E_2 = U_0/2$ , calcule o período de oscilação. Neste item você pode precisar da integral:  $\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx}} = \frac{2}{b} \sqrt{a+bx} + C$ , onde  $C$  é uma constante.





## 24. (RHK 12-P.18 modificado) Energia potencial de interação entre nucleons

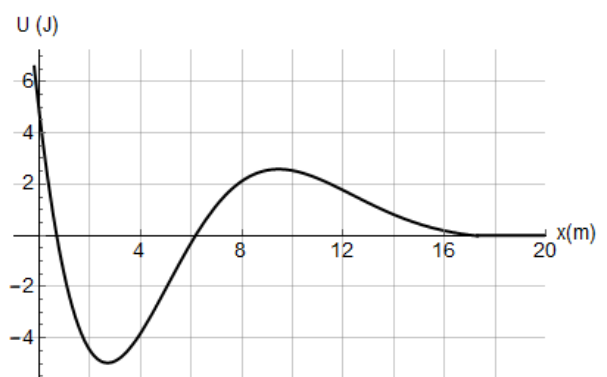
A interação entre nucleons (prótons e nêutrons, os constituintes dos núcleos) pode ser representada, com razoável precisão, pelo potencial de Yukawa,  $U(r) = -U_0 \frac{r_0}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right)$ . As constantes  $r_0$  e  $U_0$  valem cerca de  $1,5 \times 10^{-15}$  m e 50 MeV, respectivamente.

Adote  $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$  e determine:

- a fórmula que dá a força de atração em função da distância e dos parâmetros do potencial.
- a força que age sobre o nêutron que se encontra a uma distância, em relação a um próton, igual a:  $r_0$ ;  $2r_0$ ;  $3r_0$ .
- o esboço do gráfico da força.
- a energia mecânica do nêutron em eV, quando  $2r_0$  é o ponto de retorno do nêutron que se move no potencial de um próton.

## 25. Partícula em movimento sob ação de um potencial cujo gráfico é conhecido, formal II

O gráfico ao lado representa a energia potencial de uma partícula de massa  $m = 2 \text{ kg}$ , sob a ação de uma força conservativa  $F(x)$  em função de sua posição  $x$ . A energia mecânica total da partícula é 2 J.



Determine:

- os pontos de equilíbrio e classifique-os de acordo com sua estabilidade.
- as regiões permitidas para o movimento ao longo do eixo  $x$ .
- a energia cinética da partícula se ela está em  $x = 0,4 \text{ m}$ .
- a energia cinética da partícula se ela está em  $x = 20 \text{ m}$ .
- a energia mínima que deve ser fornecida a ela para que possa atingir  $x = 20 \text{ m}$ , se a partícula se encontra em  $x = 1,5 \text{ m}$  com energia cinética nula, e a energia cinética que terá em  $x = 20 \text{ m}$ .
- o trabalho realizado por  $F(x)$  ao deslocar a partícula de  $x = 1,5 \text{ m}$  até  $x = 20 \text{ m}$ .

## 26. Partícula em movimento sob ação de um potencial cuja forma analítica é conhecida, formal

Uma partícula de massa 66 kg pode se deslocar ao longo do eixo  $x$ , com energia potencial dada por  $U(x) = x^2(x^2 - 8)$  em J quando  $x$  está em metros. Ela é abandonada em  $x = 1 \text{ m}$ .

Determine

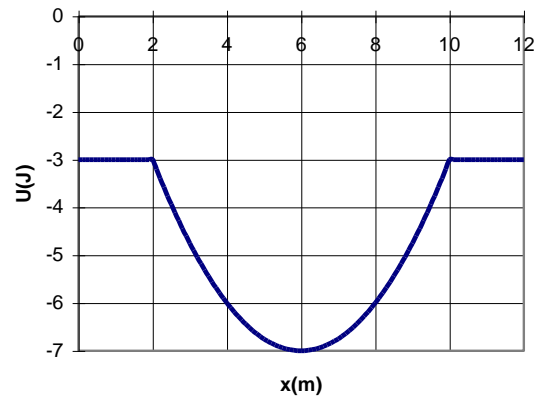
- os pontos em que  $U(x)$  é nula.
- os pontos em que  $U(x)$  apresenta valores extremos (máximo e mínimo).
- o esboço do gráfico de  $U(x)$  no intervalo  $-3 \leq x \leq 3$  (não deixe de calcular alguns valores numéricos para definir bem a curva), destacando as posições onde  $U(x)$  apresenta valores extremos.
- a intensidade da força que agirá inicialmente sobre a partícula.
- em que sentido a partícula se deslocará inicialmente.
- a energia total da partícula (cinética + potencial).
- o maior valor da energia cinética que essa partícula pode atingir.
- as posições em que a partícula para.
- Descreva o movimento que a partícula teria se fosse colocada em  $x = 4 \text{ m}$  e, parada nessa posição, recebesse um impulso de módulo  $198 \text{ kg m/s}$  e orientado para a esquerda.

27. *Partícula em um poço de potencial, formal*

Uma partícula, de massa  $m = 0,5$  kg, move-se sob a ação de uma força conservativa, e o potencial associado a esse sistema está representado na figura ao lado.

Determine:

- os valores de  $x$  para os quais a força aponta no sentido do eixo, e aqueles em que aponta no sentido contrário.
- os valores de  $x$  em que a força é nula.
- a mínima energia total que esse sistema pode ter e o ponto (ou pontos) de equilíbrio.
- o movimento dessa partícula e a velocidade máxima quando a energia total for  $-6$  J.
- a faixa de valores da energia total do sistema para que o movimento seja periódico.
- a maior energia cinética que a partícula pode ter quando está em  $x = 6$  m para que o movimento seja periódico.



Suponha que, quando ela passe pelo ponto  $x = 4$  m, a velocidade seja 2 m/s. Nesse caso, usando valores obtidos do gráfico, determine:

- a energia total da partícula.
- o maior valor de  $x$  que a partícula alcança.

28. *Movimento de uma massa presa a uma mola em um campo de força uniforme*

A energia potencial de uma partícula de massa  $m = 2,0$  kg que se move ao longo da parte **positiva** do eixo  $x$  é dada pela fórmula

$$U(x) = \begin{cases} U_0 \left( \frac{x^2}{a^2} - 2 \frac{x}{a} \right), & 0 < x < 2a \\ 2U_0 \left( \frac{x}{a} - 2 \right), & x \geq 2a \end{cases}$$

em que  $U_0$  e  $a$  são constantes positivas, com  $U_0$  em joules e  $x$  e  $a$  em metros. Em todas as respostas abaixo, considere APENAS  $x > 0$ .

Determine:

- o esboço do gráfico de  $U(x)$ , na escala ao lado.
- as faixas de valores de posição em que a força tem o sentido do eixo  $Ox$ , e oposto a  $Ox$ ?
- o ponto de equilíbrio.
- o valor da velocidade da partícula ao passar pelo ponto de equilíbrio quando  $U_0 = 20$  J e a energia total do sistema (cinética mais potencial) é 16 J.
- o movimento da partícula quando  $a = 0,1$  m e a energia total é  $-15$  j; não deixe de determinar o ou os pontos de retorno.

