



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



# ENGENHARIA FÍSICA

## Fenômenos de Transporte - A

**Prof. Dr. Sérgio R. Montoro**

[sergio.montoro@usp.br](mailto:sergio.montoro@usp.br)

[srmontoro@dequi.eel.usp.br](mailto:srmontoro@dequi.eel.usp.br)



**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



**AULA 6**  
**CINEMÁTICA DOS FLUIDOS**  
**EXERCÍCIOS**



**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



# **CINEMÁTICA DOS FLUIDOS**



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



# **REGIMES OU MOVIMENTOS VARIADO E PERMANENTE**



## **CINEMÁTICA DOS FLUIDOS**

### **Regimes ou movimentos variado e permanente**

Regime permanente é aquele em que as propriedades do fluido são invariáveis em cada ponto com o passar do tempo.

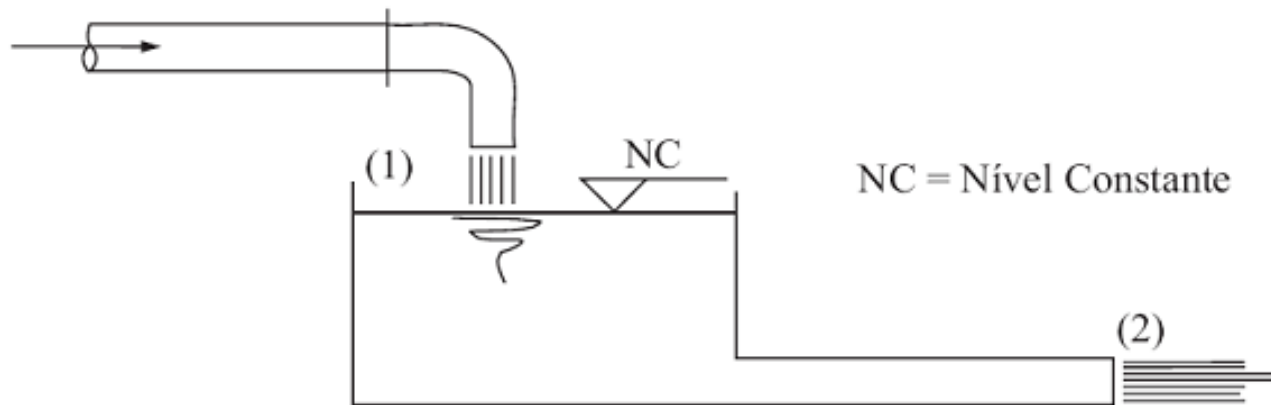
Isso significa que, apesar de um certo fluido estar em movimento, a configuração de suas propriedades em qualquer instante permanece a mesma.

Um exemplo prático disso será o escoamento pela tubulação do tanque da figura a seguir, desde que o nível dele seja mantido constante.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Regimes ou movimentos variado e permanente



Nesse tanque, a quantidade de água que entra em (1) é idêntica à quantidade de água que sai por (2); nessas condições, a configuração de todas as propriedades do fluido, como velocidade, massa específica, pressão, etc., será, em cada ponto, a mesma em qualquer instante.



## **CINEMÁTICA DOS FLUIDOS**

### **Regimes ou movimentos variado e permanente**

Regime variado é aquele em que as condições do fluido em alguns pontos ou regiões de pontos variam com o passar do tempo. Se no exemplo da figura anterior não houver fornecimento de água por (1), o regime será variado em todos os pontos.

Denomina-se reservatório de grandes dimensões um reservatório do qual se extrai ou no qual se admite fluido, mas, devido à sua dimensão transversal muito extensa, o nível não varia sensivelmente com o passar do tempo.



## **CINEMÁTICA DOS FLUIDOS**

### **Regimes ou movimentos variado e permanente**

Em um reservatório de grandes dimensões, o nível mantém-se aproximadamente constante com o passar do tempo, de forma que o regime pode ser considerado aproximadamente permanente.

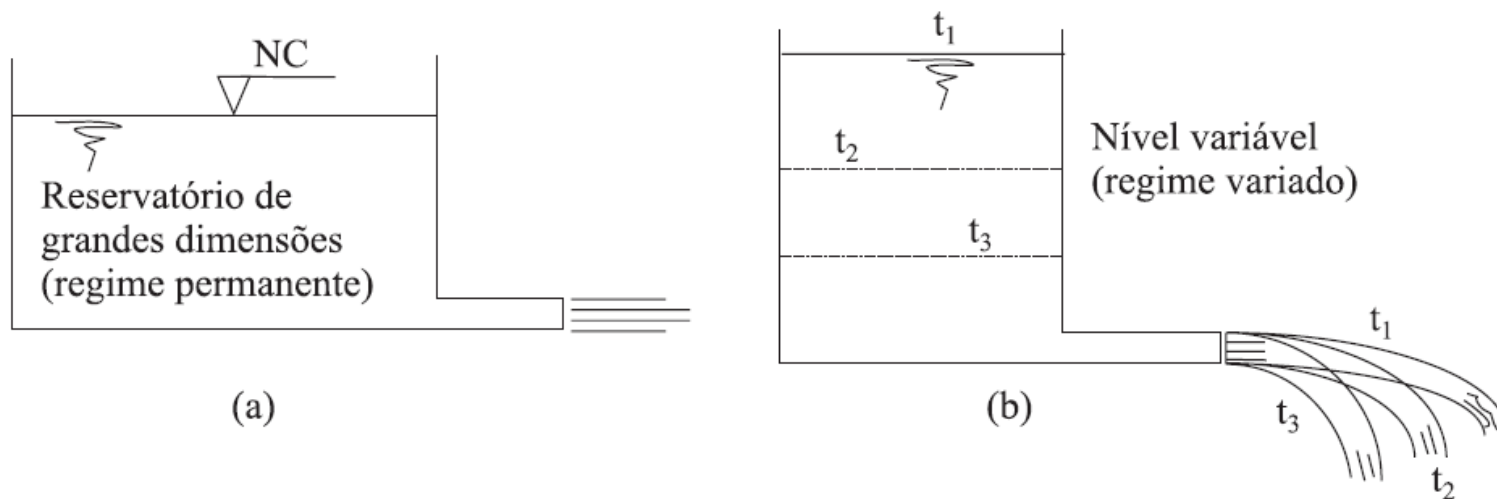
A figura (a) mostra um reservatório de grandes dimensões, em que, apesar de haver uma descarga do fluido, o nível não varia sensivelmente com o passar do tempo, e o regime pode ser considerado permanente.





## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Regimes ou movimentos variado e permanente





## **CINEMÁTICA DOS FLUIDOS**

### **Regimes ou movimentos variado e permanente**

A figura (b) mostra um reservatório em que a seção transversal é relativamente pequena em face da descarga do fluido. Isso faz com que o nível dele varie sensivelmente com o passar do tempo, havendo uma variação sensível da configuração do sistema, caracterizando um regime variado.



**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



# **ESCOAMENTO LAMINAR E TURBULENTO**



## **CINEMÁTICA DOS FLUIDOS**

### **Escoamento laminar e turbulento**

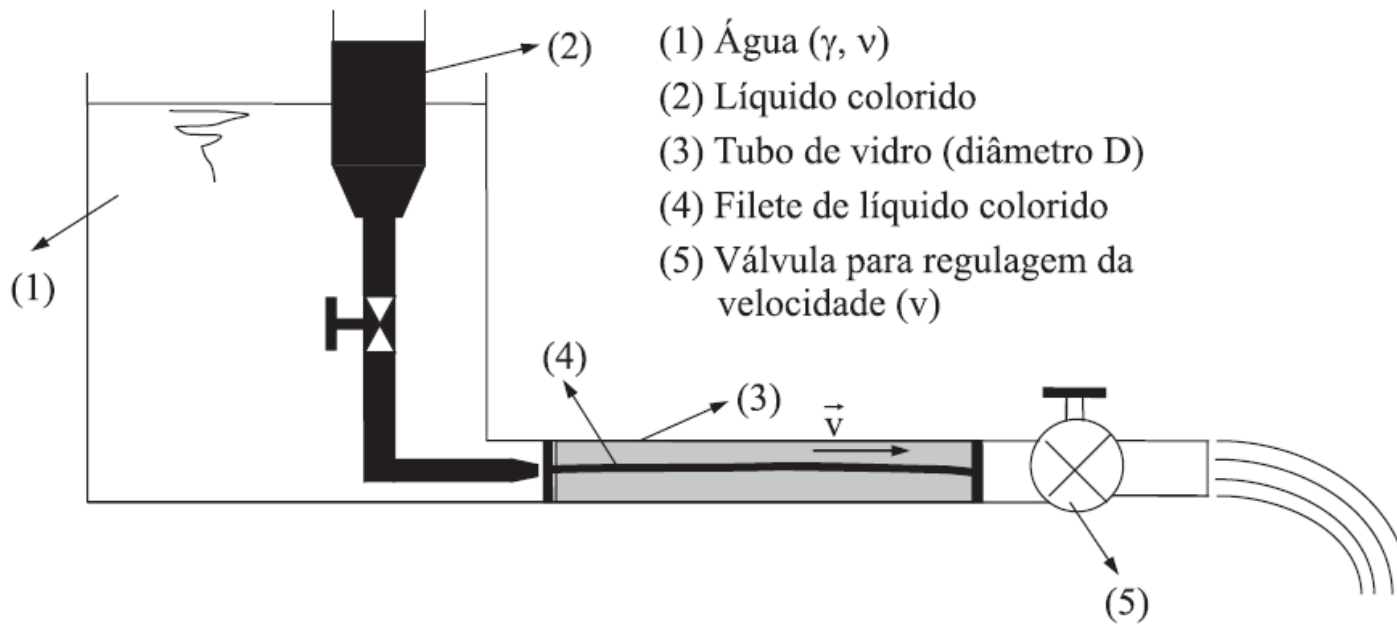
Para definir esses dois tipos de escoamentos, recorre-se à experiência de Reynolds (1883), que demonstrou a sua existência.

Seja, por exemplo, um reservatório que contém água. Um tubo transparente é ligado ao reservatório e, no fim deste, uma válvula permite a variação da velocidade de descarga da água. No eixo do tubo é injetado um líquido corante do qual se deseja observar o comportamento, conforme mostrado na figura a seguir.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Escoamento laminar e turbulento





## **CINEMÁTICA DOS FLUIDOS**

### **Escoamento laminar e turbulento**

Nota-se que ao abrir pouco a válvula, portanto para pequenas velocidades de descarga, forma-se um filete reto e contínuo de fluido colorido no eixo do tubo (3). Ao abrir mais a válvula (5), o filete começa a apresentar ondulações e finalmente desaparece a uma pequena distância do ponto de injeção. Nesse último caso, como o nível (2) continua descendo, conclui-se que o fluido colorido é injetado, mas, devido a movimentos transversais do escoamento, é totalmente diluído na água do tubo (3).



## **CINEMÁTICA DOS FLUIDOS**

### **Escoamento laminar e turbulento**

Esses fatos denotam a existência de dois tipos de escoamentos separados por um escoamento de transição.

No primeiro caso, em que é observável o filete colorido reto e contínuo, conclui-se que as partículas viajam sem agitações transversais, mantendo-se em lâminas concêntricas, entre as quais não há troca macroscópica de partículas.



## **CINEMÁTICA DOS FLUIDOS**

### **Escoamento laminar e turbulento**

No segundo caso, as partículas apresentam velocidades transversais importantes, já que o filete desaparece pela diluição de suas partículas no volume de água.

Escoamento laminar é aquele em que as partículas se deslocam em lâminas individualizadas, sem trocas de massa entre elas.

Escoamento turbulento é aquele em que as partículas apresentam um movimento aleatório macroscópico, isto é, a velocidade apresenta componentes transversais ao movimento geral do conjunto do fluido.





## **CINEMÁTICA DOS FLUIDOS**

### **Escoamento laminar e turbulento**

O escoamento laminar é o menos comum na prática, mas pode ser visualizado num filete de água de uma torneira pouco aberta ou no início da trajetória seguida pela mudança de um cigarro, já que a uma certa distância dele notam-se movimentos transversais.

Reynolds verificou que o fato de o movimento ser laminar ou turbulento depende do valor do número adimensional dado por:



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Escoamento laminar e turbulento

$$\text{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{v D}{\nu}$$

Esta expressão se chama número de Reynolds e mostra que o tipo de escoamento depende do conjunto de grandezas  $v$ ,  $D$  e  $\nu$ , e não somente de cada uma delas.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Escoamento laminar e turbulento

Reynolds verificou que, no caso de tubos, seriam observados os seguintes valores:

$Re < 2000$  Escoamento laminar

$2000 < Re < 2400$  Escoamento de transição

$Re > 2400$  Escoamento turbulento



## **CINEMÁTICA DOS FLUIDOS**

### **Escoamento laminar e turbulento**

Note-se que o movimento turbulento é variado por natureza, devido às flutuações da velocidade de cada ponto. Pode-se, no entanto, muitas vezes, considerá-lo permanente, adotando em cada ponto a média das velocidades em relação ao tempo.

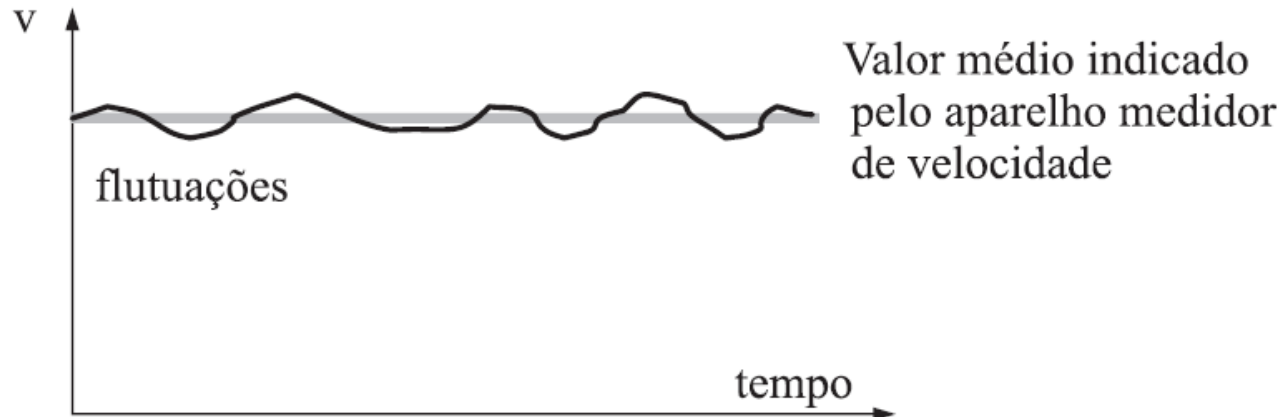
Esse fato é comprovado na prática, já que somente aparelhos muito sensíveis conseguem indicar as flutuações dos valores das propriedades de cada ponto.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Escoamento laminar e turbulento

A maioria dos aparelhos, devido ao fato de apresentarem uma certa inércia na medição, indicará um valor permanente em cada ponto que corresponderá exatamente à média citada anteriormente.





**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



## **CINEMÁTICA DOS FLUIDOS**

### **Escoamento laminar e turbulento**

Assim, mesmo que o escoamento seja turbulento, poderá, em geral, ser admitido como permanente em média nas aplicações.



**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



# **VAZÃO**

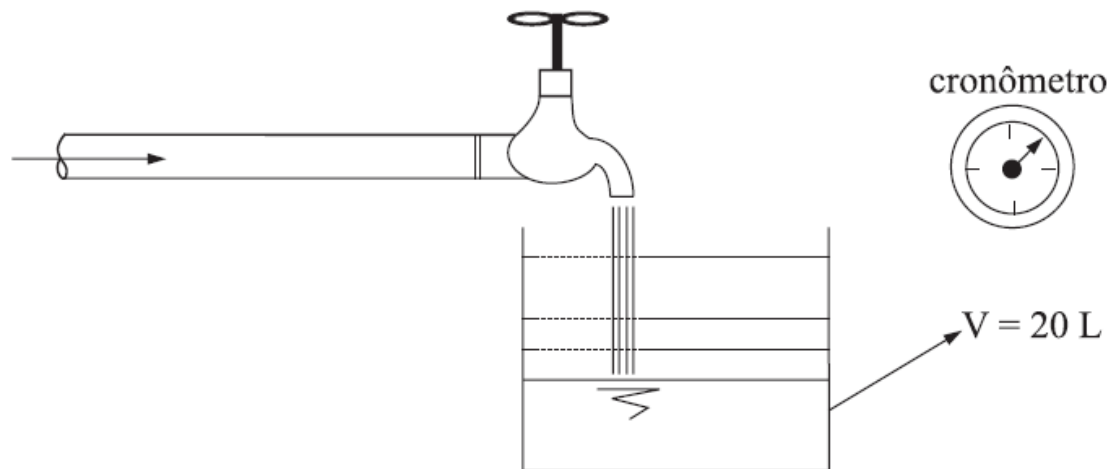
## **VELOCIDADE MÉDIA NA SEÇÃO**



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Vazão – Velocidade média na seção

A vazão em volume pode ser definida facilmente pelo exemplo da figura a seguir.







## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Vazão – Velocidade média na seção

Suponha-se que, estando a torneira aberta, seja empurrado o recipiente da figura anterior embaixo dela e simultaneamente seja disparado o cronômetro. Admita-se que o recipiente encha em 10 s.

Pode-se então dizer que a torneira enche 20 L em 10 s ou que a vazão em volume da torneira é  $20 \text{ L}/10 \text{ s} = 2 \text{ L/s}$ .



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Vazão – Velocidade média na seção

Define-se vazão em volume  $Q$  como o volume de fluido que atravessa uma certa seção do escoamento por unidade de tempo.

$$Q = \frac{V}{t}$$



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Vazão – Velocidade média na seção

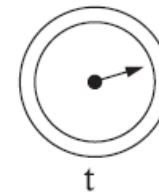
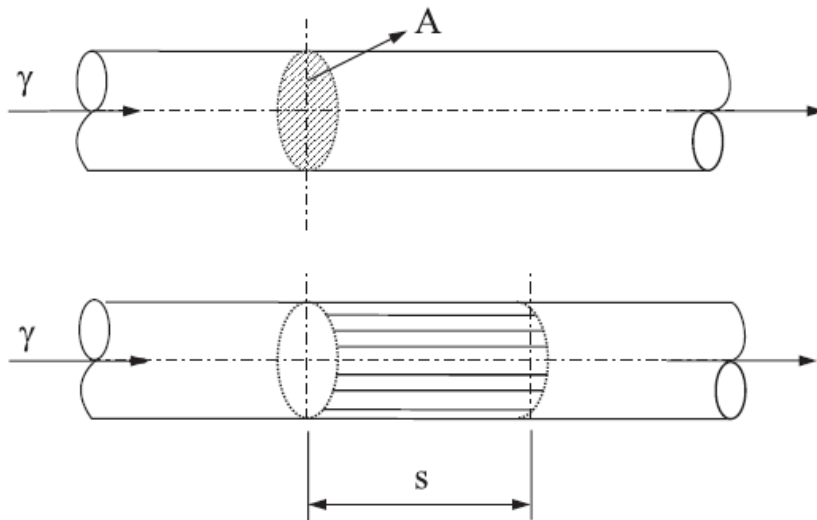
As unidades correspondem à definição:  $\text{m}^3/\text{s}$ ,  $\text{L}/\text{s}$ ,  $\text{m}^3/\text{h}$ ,  $\text{L}/\text{min}$ , ou qualquer outra unidade de volume ou capacidade por unidade de tempo.

Existe uma relação importante entre a vazão em volume e a velocidade do fluido, conforme mostrada na figura a seguir.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Vazão – Velocidade média na seção





## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Vazão – Velocidade média na seção

Suponha-se o fluido em movimento da figura.

No intervalo de tempo  $t$ , o fluido se desloca através da seção de área  $A$  a uma distância  $s$ .

O volume de fluido que atravessa a seção de área  $A$  no intervalo de tempo  $t$  é  $V = sA$ .

Logo, a vazão será:



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Vazão – Velocidade média na seção

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{sA}{t} \quad \text{mas} \quad \frac{s}{t} = v$$

Logo:

$$Q = v \cdot A$$



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Vazão – Velocidade média na seção

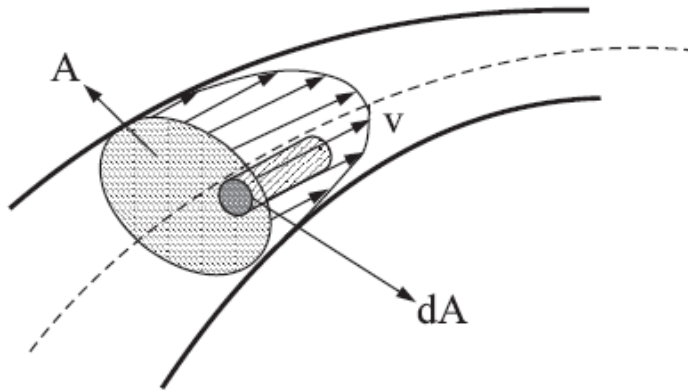
É claro que essa expressão só seria verdadeira se a velocidade fosse uniforme na seção.

Na maioria dos casos práticos, o escoamento não é unidimensional; no entanto, é possível obter uma expressão do tipo da equação  $Q = v A$  definindo a velocidade média na seção.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Vazão – Velocidade média na seção



Obviamente, para o cálculo da vazão, não se pode utilizar a equação anterior, pois  $v$  é diferente em cada ponto da seção.





## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Vazão – Velocidade média na seção

Adotando um  $dA$  qualquer entorno de um ponto em que a velocidade genérica é  $v$ , como mostrado na figura anterior, tem-se:

$$dQ = v \, dA$$

Logo, a vazão na seção de área  $A$  será:

$$Q = \int_A v \, dA$$



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Vazão – Velocidade média na seção

Define-se velocidade média na seção como uma velocidade uniforme que, substituída no lugar da velocidade real, reproduziria a mesma vazão na seção.

Logo:

$$Q = \int_A v dA = v_m A$$



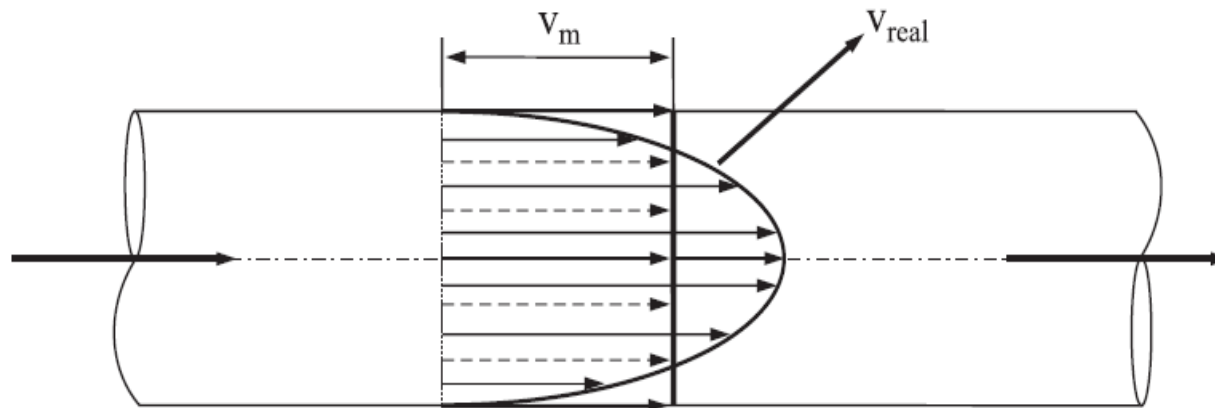
## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Vazão – Velocidade média na seção

Dessa igualdade, surge a expressão para o cálculo da velocidade

média na seção:

$$v_m = \frac{1}{A} \int_A v dA$$





## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Outras definições:

Assim como se define a vazão em volume, podem ser analogamente definidas as vazões em massa ( $Q_m$ ) e em peso ( $Q_G$ ).

$$Q_m = \frac{m}{t} \quad \text{onde } m = \text{massa de fluido}$$

$$Q_G = \frac{G}{t} \quad \text{onde } G = \text{peso de fluido}$$



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Outras definições:

Pela equação:

$$Q_m = v_m A \quad \text{mas} \quad Q_m = \frac{m}{t} = \frac{\rho V}{t}$$

Logo:

$$Q_m = \rho Q = \rho v_m A$$

e

$$Q_G = \frac{G}{t} = \frac{\gamma W}{t}$$



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Outras definições:

Ou

$$Q_G = \gamma Q = \gamma_m A$$

Por outro lado,

$$Q_G = \gamma Q = \rho g Q$$

e

$$Q_G = g Q_m$$



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

- ★ As unidades de vazão em massa serão  $\text{kg/s}$ ,  $\text{kg/h}$  e qualquer outra que indique massa por unidade de tempo.
  
- ★ As unidades de vazão em peso serão  $\text{kgf/s}$ ,  $\text{N/s}$ ,  $\text{kgf/h}$  e qualquer outra que indique peso por unidade de tempo.



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



# **EXPERIÊNCIA DE REYNOLDS**

## **DETERMINAÇÃO DO REGIME DE ESCOAMENTO**





## **CINEMÁTICA DOS FLUIDOS**

### **Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do escoamento**

#### **Objetivo**

Estudo dos regimes de escoamento dos fluidos a partir da realização da experiência semelhante à de Reynolds com a visualização do escoamento laminar e turbulento.

#### **Introdução Teórica**

##### **Experiência de Reynolds**

A correta descrição e formulação dos regimes de escoamento dos fluidos só foi proposta entre 1880 e 1884 por Osborne Reynolds. A figura 1 a seguir descreve graficamente o experimento de Reynolds.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento

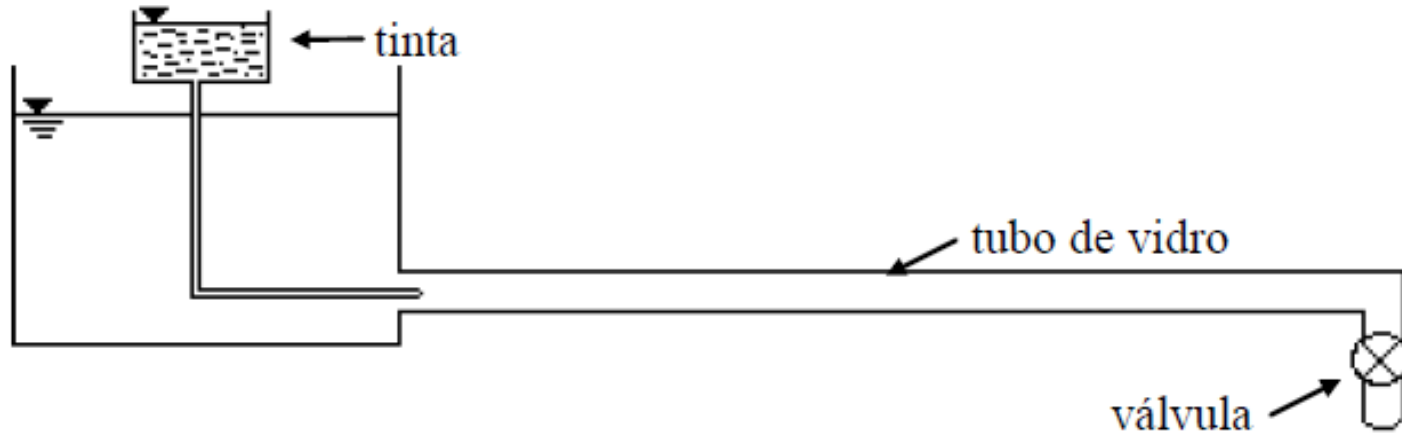


Figura 1 – Aparato utilizado por Reynolds para estabelecer os regimes de escoamento.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento

Ao abrir a válvula, Reynolds nota que ocorrem quatro tipos de fluxos.

**a) Vazões baixas: a tinta não se mescla.**

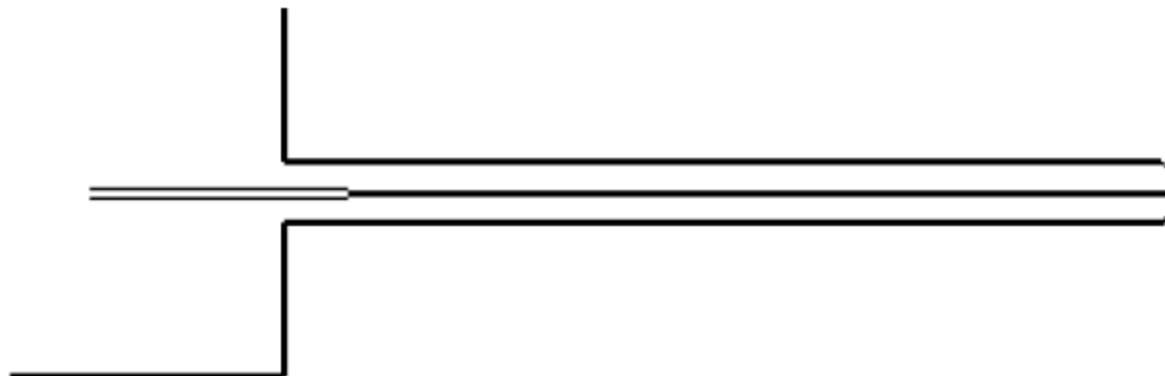


Figura 2 – Filamento de tinta para vazões baixas.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento

Ao abrir a válvula, Reynolds nota que ocorrem quatro tipos de fluxos.

**b) Vazões intermediárias: o filamento de tinta começa a apresentar comportamento sinuoso e ligeiramente instável.**

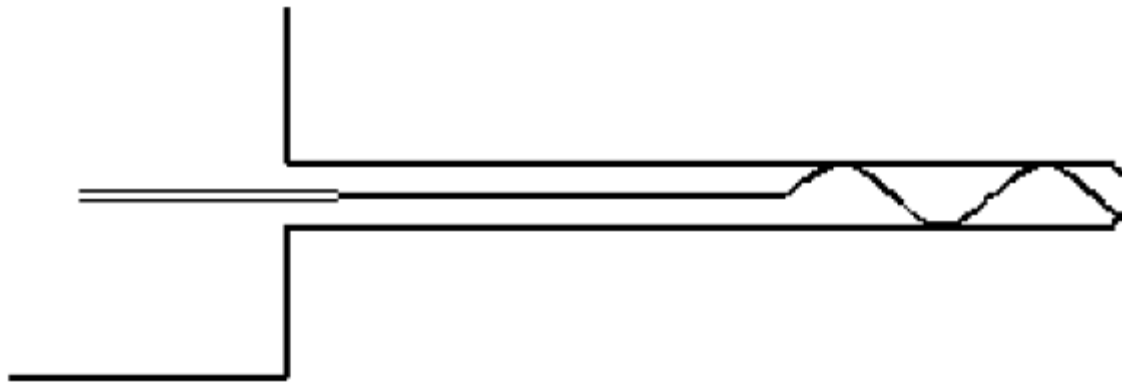


Figura 3 – Filamento de tinta para vazões intermediárias.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento

Ao abrir a válvula, Reynolds nota que ocorrem quatro tipos de fluxos.

**c) Vazões altas: A tinta mantém um movimento instável dentro do fluido até a completa mistura da tinta com o fluido.**

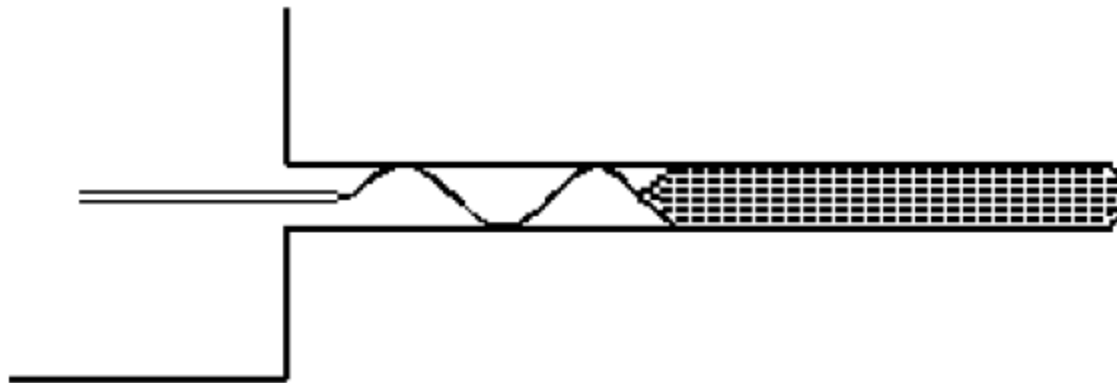


Figura 4 – Filamento de tinta para vazões altas.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento

Ao abrir a válvula, Reynolds nota que ocorrem quatro tipos de fluxos.

**d) Vazões mais altas: Logo que a tinta sai do recipiente se mistura completamente com o fluido.**

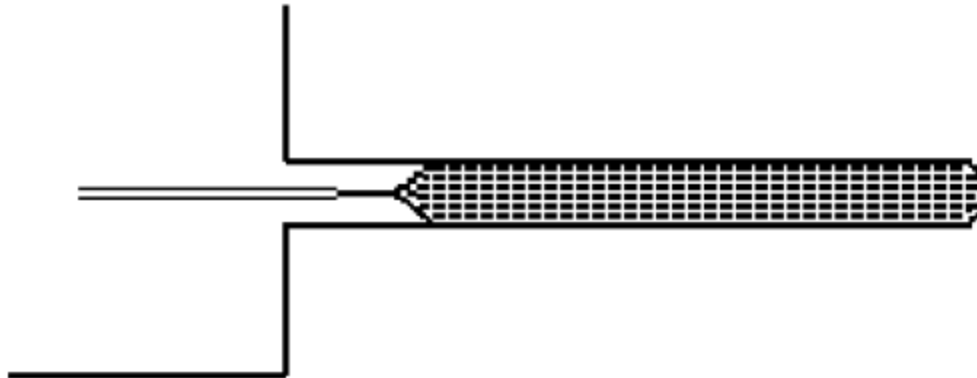


Figura 5 – Filamento de tinta para vazões extremamente altas.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento

Com esta experiência, Reynolds define dois tipos de fluxo:

***Laminar*** – quando a tinta não se mistura. As partículas do fluido movem-se em camadas ou lâminas de fluido segundo uma trajetória reta e paralela, sem troca de partículas entre elas.

***Turbulento*** – ocorre quando a tinta se mistura completamente. O escoamento se apresenta com troca de partículas de fluidos entre as camadas, que se movimentam com velocidades diferentes. As partículas não têm um vetor velocidade muito definido.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do escoamento

Com esta experiência, Reynolds define dois tipos de fluxo:

***Fluxo em Transição*** – quando o filamento começa a fazer-se instável com a existência de ondulações. É um regime intermediário entre o regime laminar e o turbulento, quando as partículas começam a ter certa instabilidade em seu movimento.





## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento

#### O número de Reynolds

Reynolds experimentalmente determinou um parâmetro pelo qual o regime de um escoamento pode ser determinado. Mais tarde, tal descoberta recebeu o seu nome.

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{v D}{\nu}$$



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento

#### O número de Reynolds

Para tubos circulares, a longitude significativa da geometria do fluido é o próprio diâmetro. Para valores de número de Reynolds inferiores a 2300, detectou-se o regime laminar e, para valores superiores a 4000, o regime turbulento foi verificado. Valores de Reynolds entre 2300 e 4000, demonstram o regime de transição.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do escoamento

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

**Objetivo Específico:** Visualização do regime de escoamento no momento da experiência. Cálculo do número de Reynolds e determinação do regime de escoamento a partir do número calculado.

**Determinação do número de Reynolds e dos Regimes de escoamento.**

#### ***Teoria do Método:***

A partir do esquema especificado na figura 6, realiza-se a experiência semelhante à de Reynolds realizando um escoamento de água numa tubulação, juntamente com um filete de tinta azul.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

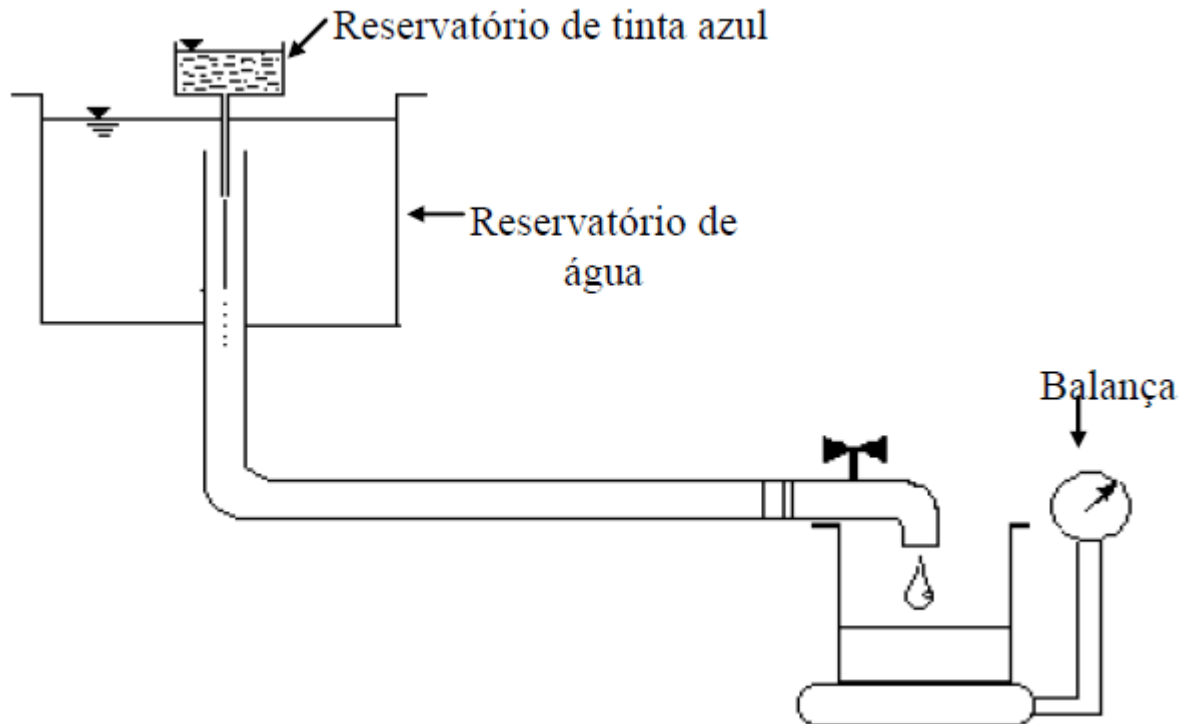


Figura 6 – Esquema da experiência no laboratório



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do escoamento

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

##### *Procedimento:*

Abre-se a válvula da água e da tinta simultaneamente, deixando a água escoar com uma vazão bem pequena de tal maneira que apareça somente um filete de tinta azul.

Neste instante aciona-se o cronometro e inicia-se a medida da massa na balança até atingir o valor especificado na aula.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do escoamento

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

##### *Procedimento:*

Interrompe-se o cronômetro e têm-se então a primeira medida. Descarta-se a água utilizada. Para uma segunda medida, aumenta-se a vazão de água, aciona-se o cronômetro até atingir a massa desejada.

Descarta-se novamente a água. Realiza-se novamente o processo até atingir a quantidade de medidas desejadas, sempre descartando a água anterior e cronometrando o tempo.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do escoamento

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

##### *Procedimento:*

Para cada medida, calcula-se o número de Reynolds observando que, como são realizadas medidas de vazão mássica (kg/s) , deve-se modificar a equação 1 inicial do número de Reynolds.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

##### *Procedimento:*

A velocidade é calculada como função da vazão mássica:

Vazão mássica:  $\dot{m} = \rho Q$

mas vazão  $Q = V \times A$ , assim: 
$$\dot{m} = \rho V \frac{\pi D^2}{4}$$





## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

##### *Procedimento:*

Invertendo a equação, temos a velocidade:  $V = \frac{4 \dot{m}}{\pi D^2 \rho}$

Aplicando na equação do número de Reynolds e considerando tubos circulares:

$$\text{Re } y = \frac{\rho \cdot D}{\mu} \cdot \frac{4 \dot{m}}{\pi D^2 \rho}$$



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

*Procedimento:*

*Número de Reynolds para valores de Vazão mássica:*

$$Re_y = \frac{4 \dot{m}}{\pi \mu D}$$



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

##### *Procedimento:*

##### Dados auxiliares:

Fluido: água

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 1,02 \times 10^{-3} \text{ N.s/m}^2$$

Diâmetro da tubulação: 0,026 m

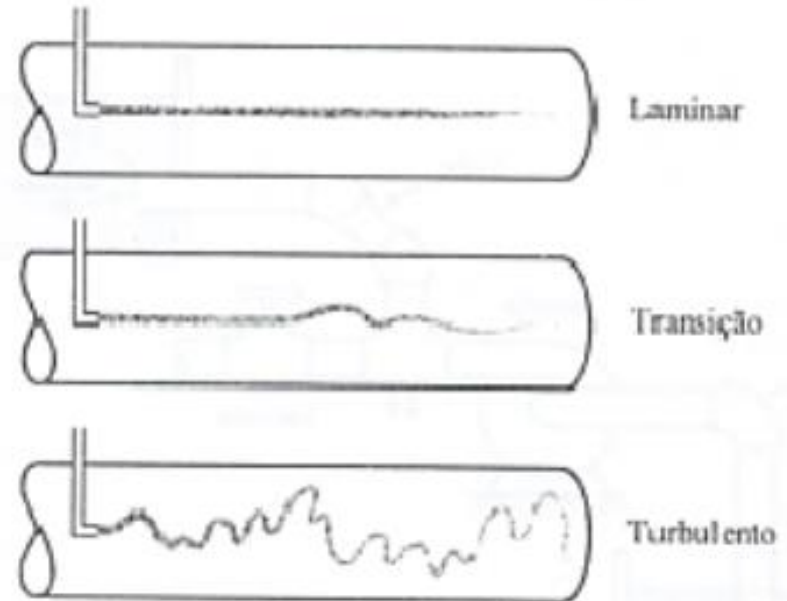




## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL





## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

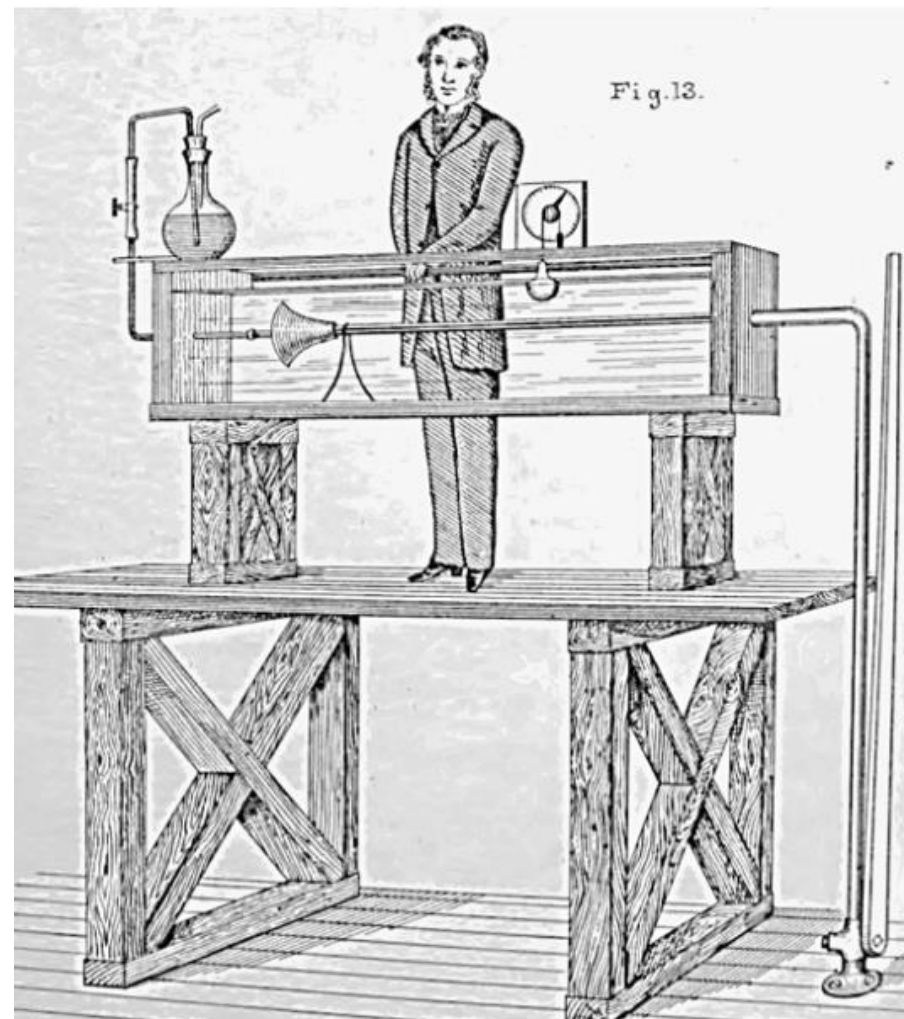
### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

<https://www.youtube.com/watch?v=MjujI72PX-k>

<https://www.youtube.com/watch?v=Kgbo8Eah2QI>

<https://www.youtube.com/watch?v=K67usCfh84Y>





UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Experiência de Reynolds – Determinação do Regime do Escoamento





UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



# **EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE PARA REGIME PERMANENTE**

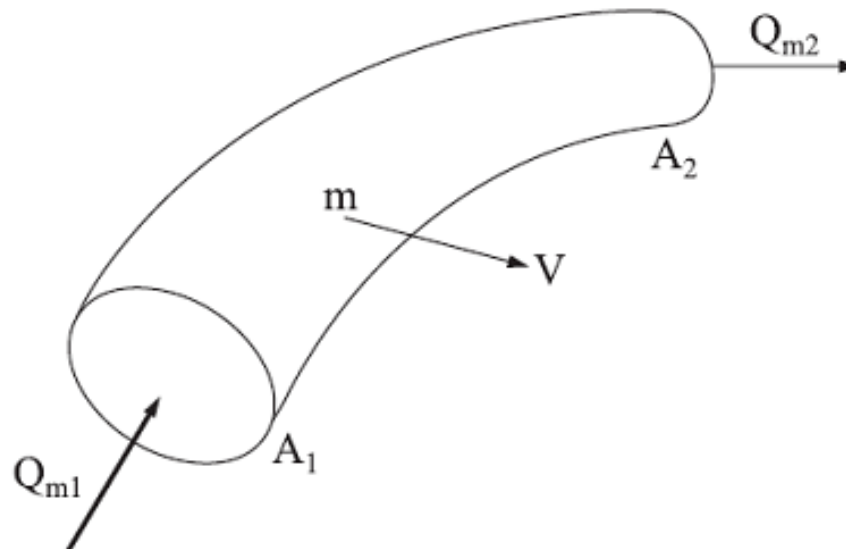




## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Equação da continuidade para regime permanente

Seja o escoamento de um fluido por um tubo de corrente conforme mostrado na figura abaixo. Num tubo de corrente não pode haver fluxo lateral de massa.





## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Equação da continuidade para regime permanente

Seja a vazão em massa na seção de entrada  $Q_{m1}$  e na saída  $Q_{m2}$ .

Para que o regime seja permanente, é necessário que não haja variação de propriedades, em nenhum ponto do fluido, com o tempo.

Se, por absurdo,  $Q_{m1} \neq Q_{m2}$ , então em algum ponto interno ao tubo de corrente haveria ou redução ou acúmulo de massa.

Dessa forma, a massa específica nesse ponto variaria com o tempo, o que contrariaria a hipótese de regime permanente.



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Equação da continuidade para regime permanente

Logo:

$$Q_{m1} = Q_{m2}$$

$$\rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2$$

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$$

Essa é a equação da continuidade para um fluido qualquer permanente.

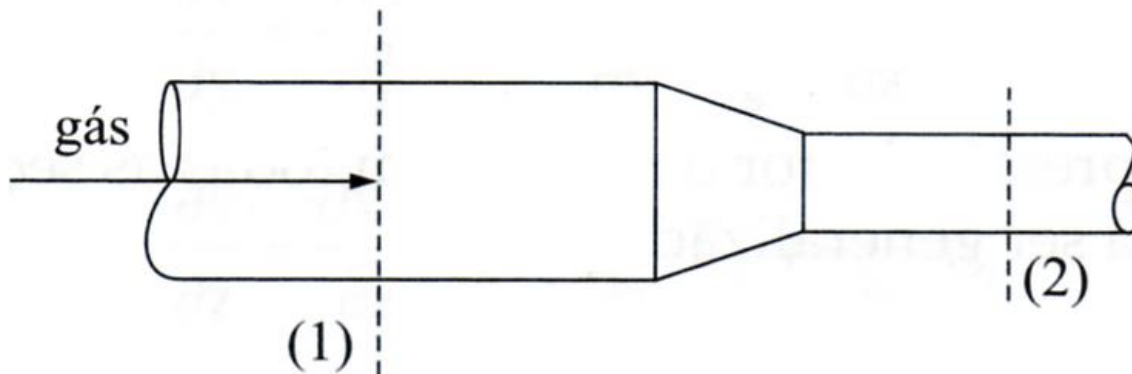


## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Equação da continuidade para regime permanente

#### EXEMPLO 1

Um gás escoa em regime permanente no trecho de tubulação da figura. Na seção (1), tem-se  $A_1 = 20 \text{ cm}^2$ ,  $\rho_1 = 4 \text{ kg/m}^3$  e  $v_1 = 30 \text{ m/s}$ . Na seção (2),  $A_2 = 10 \text{ cm}^2$  e  $\rho_2 = 12 \text{ kg/m}^3$ . Qual a velocidade na seção (2)?

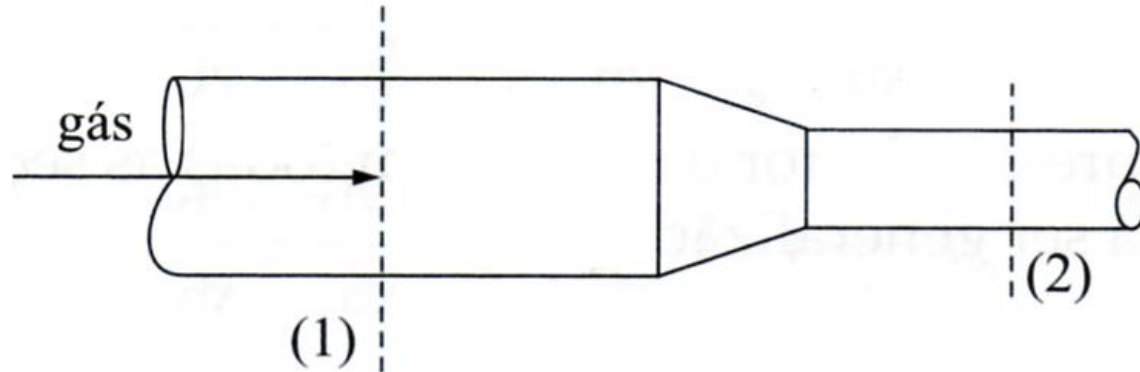




## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Equação da continuidade para regime permanente

### EXEMPLO 1 - RESOLUÇÃO



$$Qm_1 = Qm_2$$

$$\text{Logo: } \rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$$

$$\text{Ou: } v_2 = v_1 \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{A_1}{A_2}$$

$$v_2 = 30 \times \frac{4}{12} \times \frac{20}{10} = 20 \text{ m/s}$$



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Equação da continuidade para regime permanente

Se o fluido for incompressível, então a massa específica na entrada e na saída do volume  $V$  deverá ser a mesma. Dessa forma, a equação da continuidade ficará:

$$\rho Q_1 = \rho Q_2$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$\boxed{v_1 A_1 = v_2 A_2}$$



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Equação da continuidade para regime permanente

Logo, a vazão em volume de um fluido incompressível é a mesma em qualquer seção do escoamento. A equação anterior é a equação da continuidade para um fluido incompressível.

Fica subentendido que  $v_1$  e  $v_2$  são as velocidades médias nas seções (1) e (2). A equação  $v_1 A_1 = v_2 A_2$  mostra que, ao longo do escoamento, velocidades médias e áreas são inversamente proporcionais, isto é, à diminuição da área correspondem aumentos da velocidade média na seção e vice-versa.

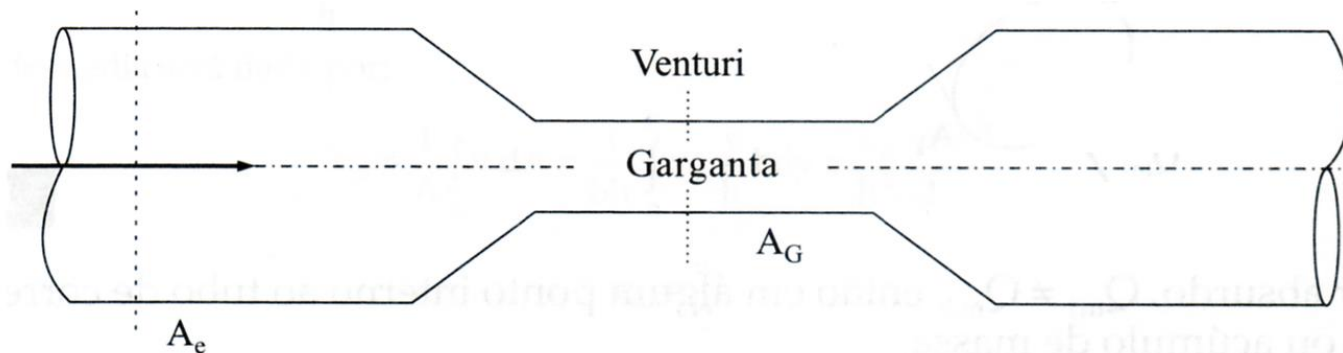


## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Equação da continuidade para regime permanente

#### EXEMPLO 2

O Venturi é um tubo convergente/divergente, como é mostrado na figura. Determinar a velocidade na seção mínima (garganta) de área  $5 \text{ cm}^2$ , se na seção de entrada de área  $20 \text{ cm}^2$  a velocidade é  $2 \text{ m/s}$ . O fluido é incompressível.



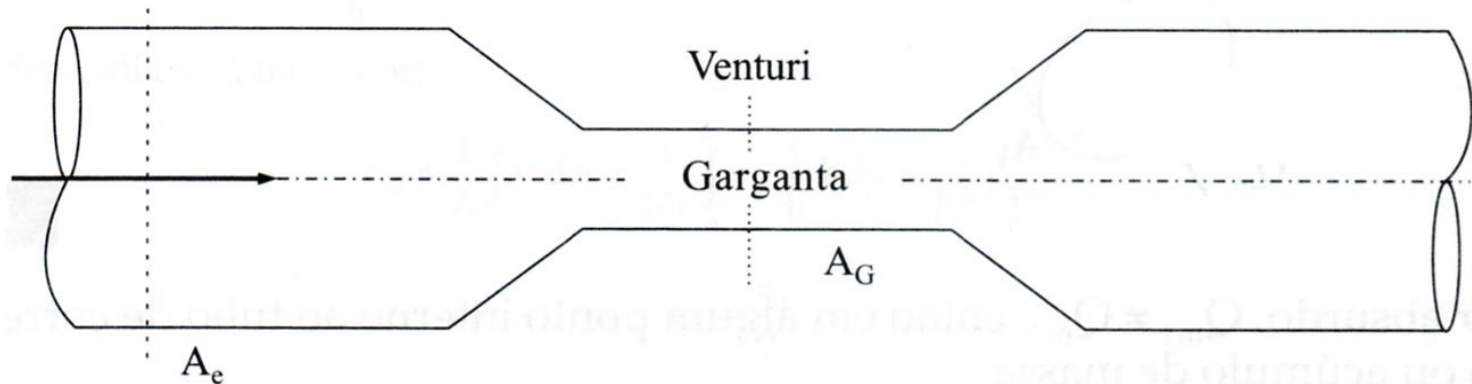




## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Equação da continuidade para regime permanente

### EXEMPLO 2 - RESOLUÇÃO



$$v_e \times A_e = v_G \times A_G$$

$$v_G = v_E \times \frac{A_E}{A_G} \quad \Rightarrow \quad v_G = 2 \times \frac{20}{50} = 8 \text{ m/s}$$



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Equação da continuidade para regime permanente

Para o caso de diversas entradas e saídas de fluido, a equação  $\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$  pode ser generalizada por uma somatória de vazões em massa na entrada (e) e outra na saída (s), isto é:

$$\sum_e Q_m = \sum_s Q_m$$



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Equação da continuidade para regime permanente

Se o fluido for incompressível e for o mesmo em todas as seções, isto é, se for homogêneo, a equação  $v_1 A_1 = v_2 A_2$  poderá ser generalizada por:

$$\sum_e Q = \sum_s Q$$



## CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

### Equação da continuidade para regime permanente

Apesar de a equação  $\sum_e Q_m = \sum_s Q_m$  só poder chegar à equação

$\sum_e Q = \sum_s Q$  quando se tratar de um único fluido, pode-se verificar que é

válida também para diversos fluidos, desde que sejam todos incompressíveis.

**(OBS: faremos um exercício sobre esse assunto mais adiante!!!)**



**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL



# **EXERCÍCIOS**



**EXERCÍCIO 1:** Um gás ( $\gamma = 5 \text{ N/m}^3$ ) escoa em regime permanente com uma vazão de  $5 \text{ kg/s}$  pela seção A de um conduto retangular de seção constante de  $0,5 \text{ m}$  por  $1 \text{ m}$ . Em uma seção B, o peso específico do gás é  $10 \text{ N/m}^3$ . Qual será a velocidade média do escoamento nas seções A e B?  
(Dado:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

(Resposta:  $v_A = 20 \text{ m/s}$  ;  $v_B = 10 \text{ m/s}$ )

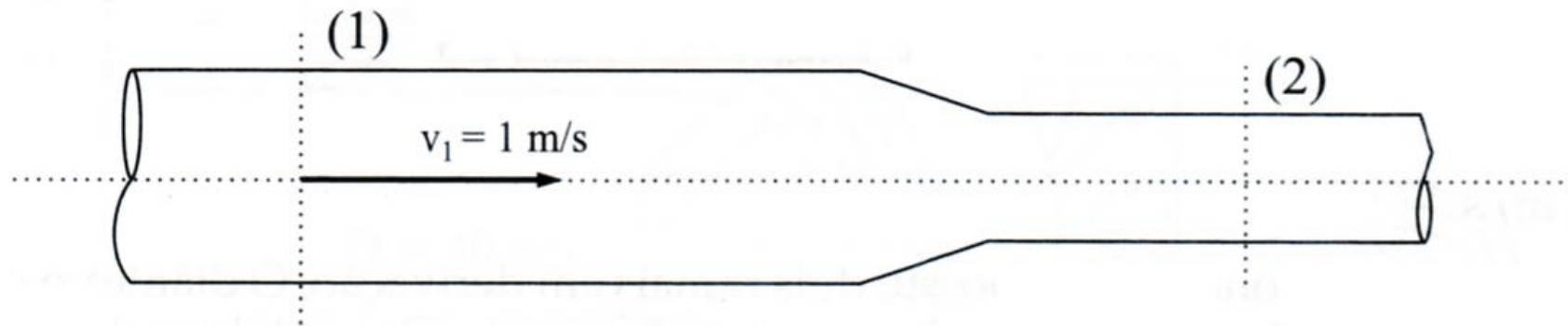


**EXERCÍCIO 2:** Uma torneira enche de água um tanque, cuja capacidade é 6.000 L, em 1 h e 40 min. Determinar a vazão em volume, em massa e em peso em unidade do SI se  $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1.000 \text{ kg/m}^3$  e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

(Resposta:  $Q = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  ;  $Q_m = 1 \text{ kg/s}$  ;  $Q_G = 10 \text{ N/s}$ )



**EXERCÍCIO 3:** No tubo da figura, determinar a vazão em volume, em massa, em peso e a velocidade média na seção (2), sabendo que o fluido é a água e que  $A_1 = 10 \text{ cm}^2$  e  $A_2 = 5 \text{ cm}^2$ . (Dados:  $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1.000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

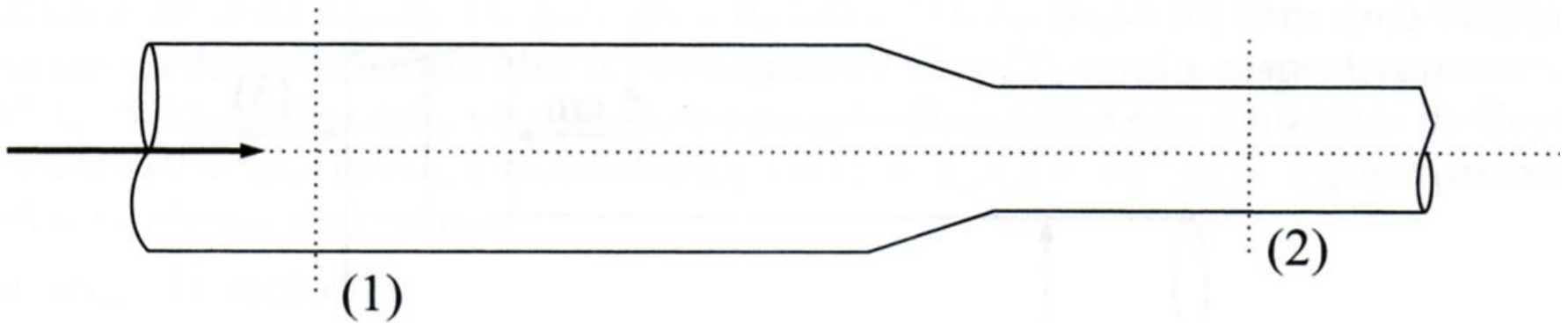


(Resposta:  $Q = 1 \text{ L/s}$ ;  $Q_m = 1 \text{ kg/s}$ ;  $Q_G = 10 \text{ N/s}$ ;  $v_2 = 2 \text{ m/s}$ )





**EXERCÍCIO 4:** O ar escoa num tubo convergente. A área da maior seção do tubo é  $20 \text{ cm}^2$  e a da menor é  $10 \text{ cm}^2$ . A massa específica do ar na seção (1) é  $1,2 \text{ kg/m}^3$ , enquanto na seção (2) é  $0,9 \text{ kg/m}^3$ . Sendo a velocidade na seção (1)  $10 \text{ m/s}$ , determinar as vazões em massa, volume, em peso e a velocidade média na seção (2).

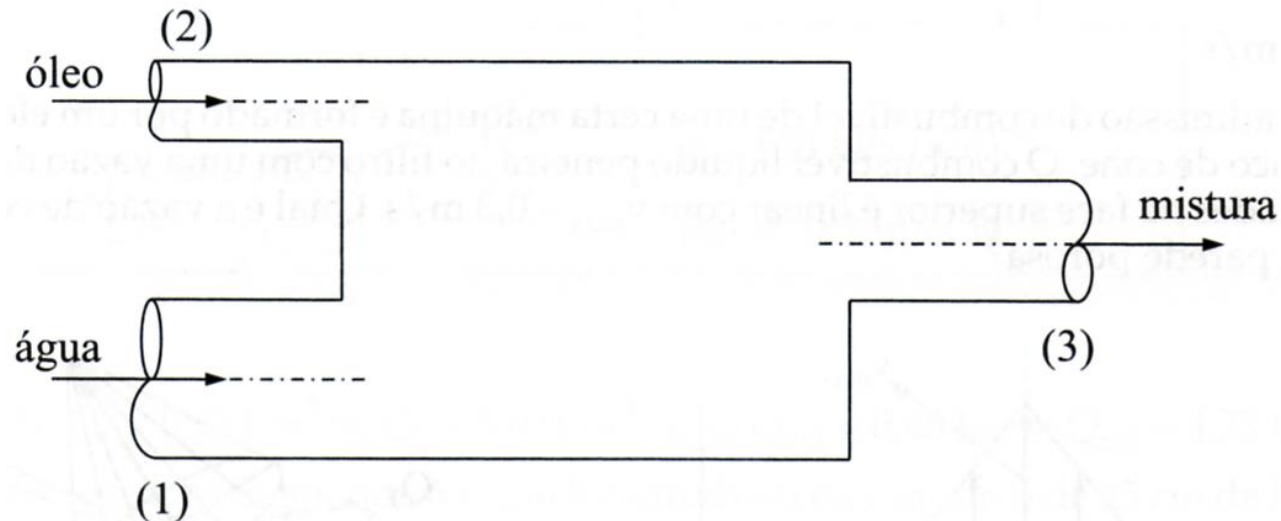


(Resp:  $v_2 = 26,7 \text{ m/s}$ ;  $Q_m = 2,4 \times 10^{-2} \text{ kg/s}$ ;  $Q_1 = 0,02 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $Q_2 = 0,0267 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  
 $Q_G = 0,24 \text{ N/s}$ )



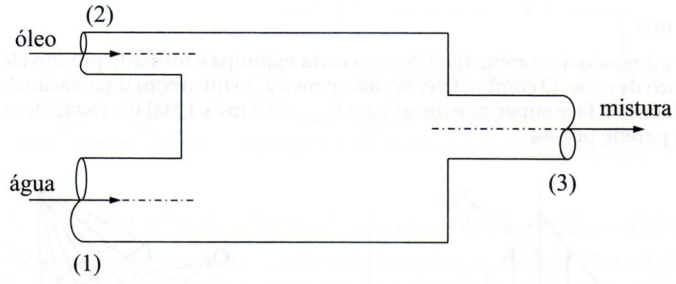
**EXERCÍCIO 5:** Um tubo admite água ( $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$ ) num reservatório com uma vazão de 20 L/s. No mesmo reservatório é trazido óleo ( $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ ) por outro tubo com uma vazão de 10 L/s. A mistura homogênea formada é descarregada por um tubo cuja seção tem uma área de  $30 \text{ cm}^2$ . Determinar a massa específica da mistura no tubo de descarga e sua velocidade.

(Resp.:  $\rho_3 = 933 \text{ kg/m}^3$  ;  $v_3 = 10 \text{ m/s}$ )





**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**Escola de Engenharia de Lorena – EEL**





**EXERCÍCIO 6:** Água é descarregada de um tanque cúbico de 5 m de aresta por um tubo de 5 cm de diâmetro. A vazão no tubo é 10 L/s. Determinar a velocidade de descida da superfície livre da água do tanque e, supondo desprezível a variação da vazão, determinar quanto tempo o nível da água levará para descer 20 cm.

(Resposta:  $v = 4 \times 10^{-4} \text{ m/s}$  ;  $t = 500 \text{ s}$ )