Aula 17 – Incerteza e Risco

Piracicaba, Novembro de 2021

Professora Dra. Andréia Adami

Mitigando o Risco

- Seguro
- O segurado (indivíduo) compra uma apólice de seguro pagando um prêmio de risco para evitar perda.

✓Ex.: seguro carro, casa, de vida, etc.

Mitigando o Risco

- Seguro
- O segurado (indivíduo) compra uma apólice de seguro pagando um prêmio de risco para evitar perda.

✓Ex.: seguro carro, casa, de vida, etc.

- As companhias seguradoras teriam dificuldades de se manter no negócio cobrando um valor (Prêmio) atuarialmente justo, situação em que o valor do prêmio **é igual ao pagamento esperado em caso de sinistro.**
- Quanto mais averso ao risco, maior o valor do prêmio que o indivíduo estará disposto a pagar.

Mitigando o Risco

- Seguro
- Problemas enfrentados pelas seguradoras:

✓Desastres em larga escala;
✓Eventos raros e imprevisíveis;
✓Seleção Adversa por problemas de informação;
✓Risco moral (Moral Hazard)

Escolha sob incerteza

- Estados da natureza e evento aleatório

✓Um evento aleatório terá diferentes resultados de acordo com o "estado da natureza"

- Mercadoria contingente

✓Relaciona o resultado do evento aleatório a cada estado da natureza - $1 em situação favorável ou nada caso contrário

Escolha sob incerteza

- Mercadoria contingente

- É concebível que um indivíduo possa comprar uma mercadoria contingente, compra uma promessa de que alguém lhe pagará $ 1 se amanhã for um bom momento

✓Este bem provavelmente será vendido por menos de $ 1

Escolha sob incerteza

- Mercadoria contingente

- Considere duas mercadorias contingentes, riqueza caso o evento favorável ocorra w_g; e riqueza caso o evento desfavorável ocorra w_b;

Escolha sob incerteza

- Mercadoria contingente

- Considere duas mercadorias contingentes, riqueza caso o evento favorável ocorra w_g; e riqueza caso o evento desfavorável ocorra w_b;

- O indivíduo acredita que a probabilidade do evento favorável é π;
- A utilidade esperada fica:

Escolha sob incerteza

- Utilidade esperada:

- $V(Wg,Wb) = \pi U(Wg) + (1 - \pi)U(Wb)$

✓Este é o valor que o indivíduo quer maximizar, dada a sua riqueza inicial (W)

Escolha sob incerteza

- Preços da mercadoria contingente

- Assumindo que o indivíduo possa adquirir \$1 da riqueza no cenário favorável (tempos bons) a p_g e \$1 nos tempos ruins por p_b, a restrição orçamentária fica:

$$W = p_g Wg + p_b Wb$$

- A razão de preços p_g / p_b mostra como o indivíduo pode trocar cada \$1 de sua riqueza entre os dois estados da natureza.

Escolha sob incerteza

- Preços da mercadoria contingente

- A razão de preços p_g / p_b mostra como o indivíduo pode trocar cada $1 de sua riqueza entre os dois estados da natureza.

- Se, por exemplo, pg = 0,80 e pb = 0,20, o sacrifício de $ 1 de riqueza nos bons tempos permitiria que essa pessoa comprasse créditos contingentes que rendem $ 4 de riqueza em tempos ruins.

Escolha sob incerteza

- Mercados justos para mercadorias contingentes
- Seja $p_g = \pi$ e $p_b = 1 - \pi$
- A razão de preços fica: $\frac{p_g}{p_b} = \frac{\pi}{1-\pi}$
- Se $p_g = 0{,}8$, $p_b = 0{,}2$ então: $\frac{\pi}{1-\pi} =$,

Escolha sob incerteza

- Mercados justos para mercadorias contingentes
- Seja $p_g = \pi$ e $p_b = 1- \pi$
- A razão de preços fica: $\frac{p_g}{p_b} = \frac{\pi}{1-\pi}$
- Se $p_g = 0{,}8$, $p_b = 0{,}2$ então: $\frac{\pi}{1-\pi} = 4$,

✓Nesse caso, as chances em favor dos bons tempos seriam declaradas como "4 a 1". Mercados contingentes (como mercados de seguros) também refletirão essas probabilidades. Uma analogia é fornecida pelas "probabilidades" cotadas em corridas de cavalos. Essas chances são "justas" quando refletem probabilidades verdadeiras que vários cavalos vão ganhar.

Escolha sob incerteza

- Aversão ao risco

- Mercado contingente é justo quando a maximização da utilidade do indivíduo o deixa numa posição em que: $W_g = W_b$, ou seja, o indivíduo avesso ao risco escolherá a opção em que o nível de riqueza será o mesmo independente do estado da natureza.

Escolha sob incerteza

- Exemplo 7.6

✓Riqueza sem roubo: Wg

✓Riqueza após roubo: Wb

✓U=ln(W)

✓ $\pi = 0{,}25$ e $1- \pi = 0{,}75$

✓Ulitidade Esperada:

✓EU =

- Em termos de preços da commodity contingente: pgWg+pbWb

Escolha sob incerteza

- Exemplo 7.6

✓Riqueza sem roubo:

✓Riqueza após roubo:

✓U=

✓ π =   e 1- π =

✓Ulitidade Esperada: 0,75*ln(Wg) +0,25*ln(Wb)

✓EU = 0,75*ln(100.000) +0,25*ln(80.000) = 11,45714

- Em termos de preços da commodity contingente: pgWg+pbWb

Escolha sob incerteza

- Exemplo 7.6

✓Riqueza sem roubo: Wg

✓Riqueza após roubo: Wb

✓U=ln(W)

✓ $\pi = 0{,}25$ e $1- \pi = 0{,}75$

✓Ulitidade Esperada: 0,75*ln(Wg) +0,25*ln(Wb)

✓EU = 0,75*ln(100.000) +0,25*ln(80.000) = 11,45714

- Em termos de preços da commodity contingente: pgWg+pbWb

Escolha sob incerteza

- Exemplo 7.6
- Em termos de preços da commodities contingente:

✓ $0{,}75*(W_g) + 0{,}25*(W_b) = 0{,}75*(100.000) + 0{,}25*(80.000) = 95.000$

Escolha sob incerteza

- Exemplo 7.6
- Em termos de preços da commodities contingente:

✓ $0,75*(W_g) + 0,25*(W_b) = 0,75*(100.000) + 0,25*(20.000) = 95.000$

✓ Restrição: $W_g = W_b = 95.000$ com seguro

Escolha sob incerteza

- Exemplo 7.6
- Em termos de preços da commodities contingente:

✓ $0{,}75*(W_g) + 0{,}25*(W_b) = 0{,}75*(100.000) + 0{,}25*(20.000) = 95.000$

✓ Restrição: $W_g = W_b = 95.000$ com seguro

✓ $0{,}75*(W_g) + 0{,}25*(W_b) = 95.000$

Escolha sob incerteza

- Exemplo 7.6
- Em termos de preços da commodities contingente:

✓0,75*(Wg) +0,25*(Wb) = 0,75*(100.000) +0,25*(20.000)=95.000

✓Restrição: Wg = Wb = 95.000 com seguro

✓0,75*(Wg) +0,25*(Wb) = 95.000

✓0,25*(Wb) = 95.000 - 0,75*(Wg)

✓Wb = 95.000/025 - 0,75/0,25*(Wg)

✓E, ***dWb/dWg*** =

Escolha sob incerteza

- Exemplo 7.6
- Em termos de preços da commodities contingente:

✓$0,75*(W_g) +0,25*(W_b) = 0,75*(100.000) +0,25*(20.000)=95.000$

✓Restrição: Wg = Wb = 95.000 com seguro

✓$0,75*(W_g) +0,25*(W_b) = 95.000$

✓$0,25*(W_b) = 95.000 - 0,75*(W_g)$

✓$W_b = 95.000/025 - 0,75/0,25*(W_g)$

✓E, $dW_b/dW_g = -0,75/0,25 = (\pi/(1- \pi)) = 3/1$

✓sacrifício de $ 1 de riqueza nos bons tempos permitiria que essa pessoa comprasse créditos contingentes que rendem $ 3 de riqueza em tempos ruins.

Mitigando o Risco

- Diversificação:

- Prática de redução do risco por meio da alocação de recursos entre atividades (ativos) variadas cujos resultados não estejam intimamente relacionados entre si.

✓ Princípio econômico: “não se deve colocar todos os ovos em uma mesma cesta”

Mitigando o Risco

- Diversificação

Rendimentos obtidos com a venda de Aparelhos - $		
	Clima quente	Clima frio
Vendas de ar condicionado	30.000	12.000
Vendas de aquecedores	12.000	30.000

Fonte: Pindyck, cap 5.

Mitigando o Risco

- Diversificação
- Mercado de ações
- ✓Ativos de risco
- ✓Retorno sobre ativos
- ✓Modelo Risco e Retorno – Harry Markovitz (Nobel de Economia de 1990 – “*Portfolio Selection*”)

Mitigando o Risco

- Diversificação
- Investimento

Risco e Retorno – período 1926-2010			
	Taxa média de retorno (%)	Taxa média real de retorno (%)	Risco (desvio-padrão)
Ações ordinárias	11,9	8,9	20,4
Títulos de empresas	6,2	3,3	8,3
Letras do Tesouro Nacional	3,7	0,7	3,1

Fonte: Pindyck, cap 5.

Mitigando o Risco

- Diversificação
- Carteira de investimento

✓Considere que um indivíduo queira investir sua riqueza em dois ativos, letras do Tesouro Nacional, ativo sem risco; e ações, ativo com risco.

✓Seja R_f o retorno que o indivíduo receberá pelas Letras do Tesouro Nacional; e R_m o retorno esperado do mercado de ações e r_m o retorno efetivo.

Mitigando o Risco

- Diversificação
- Carteira de investimento

✓Sabemos que $R_m > R_f$.

- Deixemos *b* representar a fração de sua riqueza que o indivíduo investirá no mercado de ações e (*1-b*) a proporção da riqueza investida em Letras do Tesouro, o retorno da carteira dica:

✓$R_p = b\, r_m + (1-b)R_f$

Mitigando o Risco

- Diversificação
- Carteira de investimento

✓Considerando que o individuo alocou 50% de sua riqueza em cada um dos ativos, e que as Letras do Tesouro estão pagando 4% (R_f=0,04) e que o retorno esperado do mercado de ações é de 12% (r_m=0,12), qual o retorno esperado da carteira R_p?

✓Resposta:

✓O risco da carteira é: $\sigma_p = b\sigma_m$

Mitigando o Risco

- Diversificação
- Carteira de investimento

✓Sabendo-se que as Letras do Tesouro estão pagando 4% (R_f=0,04) e que o retorno esperado do mercado de ações é de 12% (r_m=0,12), qual o retorno esperado da carteira R_p?

✓Resposta: 8%

✓O risco da carteira é: $\sigma_p = b\sigma_m$

Relembrando

- Propriedades da Esperança matemática:

✓ Se c é uma constante qualquer, então: $E[c] =$

Relembrando

- Propriedades da Esperança matemática:

✓ Se c é uma constante qualquer, então: $E[c] = c$;
✓ $E[cX] =$

Relembrando

- Propriedades da Esperança matemática:

✓ Se c é uma constante qualquer, então: $E[c] = c$;

✓ $E[cX] = cE[X]$;

✓ $E[a + cX] =$

Relembrando

- Propriedades da Esperança matemática:

✓ Se c é uma constante qualquer, então: $E[c] = c$;
✓ $E[cX] = cE[X]$;
✓ $E[a + cX] = a + c\,E[X]$, para a e c = constantes;
✓ $E[X+Y] =$

Relembrando

- Propriedades da Esperança matemática:

- ✓ Se c é uma constante qualquer, então: $E[c] = c$;
- ✓ $E[cX] = cE[X]$;
- ✓ $E[a + cX] = a + c\,E[X]$, para a e c = constantes;
- ✓ $E[X+Y] = E[X]+E[Y]$;
- ✓ $E[XY] =$

Relembrando

- Propriedades da Esperança matemática:

✓ Se c é uma constante qualquer, então: $E[c] = c$;
✓ $E[cX] = cE[X]$;
✓ $E[a + cX] = a + c\,E[X]$, para a e c = constantes;
✓ $E[X+Y] = E[X]+E[Y]$;
✓ $E[XY] = E[X]E[Y]$, se X e Y variáveis aleatórias independentes.
✓ $V[c]=$

Relembrando

- Propriedades da Esperança matemática:

✓ Se c é uma constante qualquer, então: $E[c] = c$;

✓ $E[cX] = cE[X]$;

✓ $E[a + cX] = a + c\,E[X]$, para a e c = constantes;

✓ $E[X+Y] = E[X]+E[Y]$;

✓ $E[XY] = E[X]E[Y]$, se X e Y variáveis aleatórias independentes.

✓ $V[c] = 0$;

✓ $V[cX] =$

Relembrando

- Propriedades da Esperança matemática:

- ✓ Se c é uma constante qualquer, então: $E[c] = c$;
- ✓ $E[cX] = cE[X]$;
- ✓ $E[a + cX] = a + c\,E[X]$, para a e c = constantes;
- ✓ $E[X+Y] = E[X]+E[Y]$;
- ✓ $E[XY] = E[X]E[Y]$, se X e Y variáveis aleatórias independentes.
- ✓ $V[c] = 0$;
- ✓ $V[cX] = c^2V[X]$

Mitigando o Risco

- Diversificação
- Risco e Retorno em carteiras de investimento

✓Retorno da Carteira: $R_p = br_m + (1-b)R_f$

✓Retorno esperado: $E[Rp] = E[b\, rm + (1\text{-}b)Rf]$

Mitigando o Risco

- Diversificação
- Risco e Retorno em carteiras de investimento

✓Retorno da Carteira: $R_p = br_m + (1-b)R_f$

✓Retorno esperado: $E[Rp] = E[b\ rm + (1-b)Rf]$

$= b\ E[rm] + (1-b)\ E[Rf]$

Como $E[rm] = Rm$:

Mitigando o Risco

- Diversificação
- Risco e Retorno em carteiras de investimento

✓Retorno da Carteira: $R_p = br_m + (1-b)R_f$

✓Retorno esperado: $E[Rp] = E[b\ rm + (1-b)Rf]$

$$= b\ E[rm] + (1-b)\ E[Rf]$$

Como $E[rm] = Rm$:

$$E[Rp] = b\ Rm + (1-b)\ Rf$$

Mitigando o Risco

- *Diversificação*

- Risco e Retorno em carteiras de investimento

✓O risco da carteira é: $\sigma_p = b\sigma_m$

✓$\sigma_p^2 = E[brm + (1-b)Rf \ \ - E[Rp]^2$

Mitigando o Risco

- *Diversificação*

- Risco e Retorno em carteiras de investimento

✓O risco da carteira é: $\sigma_p = b\sigma_m$

✓$\sigma_p^2 = E[brm + (1-b)Rf \; - E[Rp]^2$

✓$\sigma_p^2 = E([brm + (1-b)Rf \; - (\mathrm{b\ Rm} + (1-\mathrm{b})\ \mathrm{Rf}\,)])^2$

Mitigando o Risco

- *Diversificação*
- Risco e Retorno em carteiras de investimento

✓O risco da carteira é: $\sigma_p = b\sigma_m$

✓$\sigma_p^2 = E[brm + (1-b)Rf \; - E[Rp]^2$

✓$\sigma_p^2 = E([brm + (1-b)Rf \; - (\mathrm{b\ Rm} + (1-\mathrm{b})\ \mathrm{Rf}\,)])^2$

✓$\sigma_p^2 = E[brm - (\mathrm{b\ Rm})]^2$

✓$\sigma_p^2 = E[b(rm - Rm)]^2$

✓$\sigma_p^2 = b^2E[(rm - Rm)]^2$

Mitigando o Risco

- *Diversificação*

• Risco e Retorno em carteiras de investimento

✓O risco da carteira é: $\sigma_p = b\sigma_m$

✓$\sigma_p^2 = b^2E[(rm - Rm)]^2$

✓$\sigma_p^2 = b^2\sigma_m^2$

✓$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} = b\sigma_m$

Mitigando o Risco

- *Diversificação*
- Risco e Retorno em carteiras de investimento

Retorno esperado da carteira: $Rp = b\,Rm + (1-b)\,Rf$

$Rp = b\,Rm + Rf - bRf$

✓ $Rp = Rf + b\,(Rm - Rf)$

✓ *Mas:* $\sigma_p = b\sigma_m$, *isolando b:* $b = \sigma_p/\sigma_m$

Mitigando o Risco

- *Diversificação*

- *Carteira de investimento*

✓ *Como escolher b?*

✓ *Retorno esperado da* carteira: $Rp = R_f + b(Rm - R_f)$

✓ Sabemos que $\sigma_p = b\sigma_m$, isolando b *temos:* $b = \sigma_p / \sigma_m$

✓ *Rp fica:* $Rp = R_f + ((Rm - R_f) / \sigma_m) * \sigma_p$

✓ *Gráfico risco e retorno – figura 5.6 - Pindyck*

Risco e Retorno

✓*Gráfico risco e retorno – figura 5.6 - Pindyck*

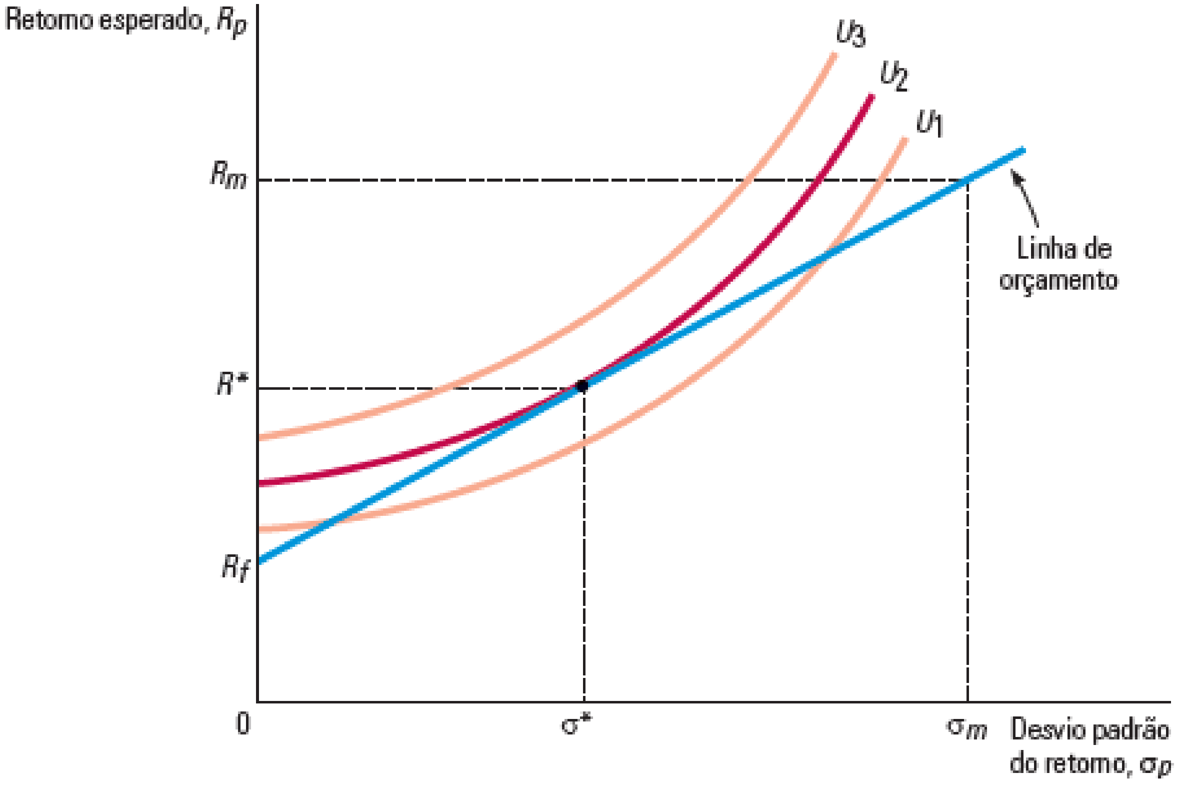

FIGURA 5.6 ESCOLHA ENTRE RISCO E RETORNO

Referências Bibliográficas

- NICHOLSON, W; SNYDER, C. **Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions**. 11th Edition (International Edition), 2012 – cap. 7
- PINDYCK, R.S. e D.L. RUBINFELD. **Microeconomia**. São Paulo; Pearson Education do Brasil, 8ª edição, 2013. – cap. 5