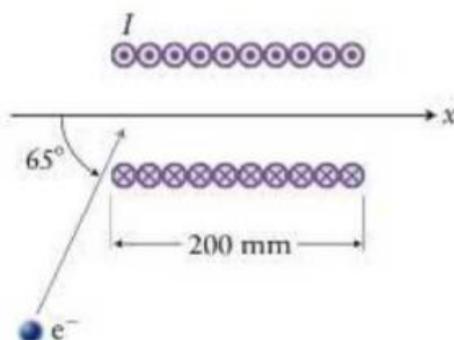


Eletricidade e Magnetismo 2021 – Turma IME - IFUSP

Provinha 5 – Resolução

Um elétron é emitido e entra em uma das extremidades de um solenoide, como mostrado na figura abaixo. O elétron entra de baixo para cima, formando 65° com o eixo x , justamente tangenciando a extremidade inferior do solenoide.

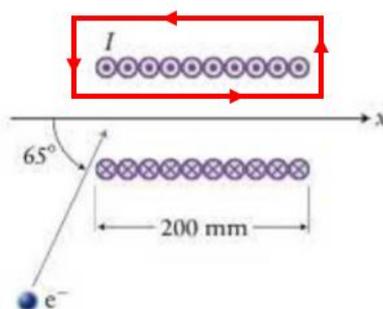


A corrente que circula no solenoide é de 10 A no sentido horário. O solenoide é feito de $33,0\text{ m}$ de comprimento de fio enrolados formando 400 espiras ao longo de 200 mm de comprimento. Supondo um solenoide ideal, desprezando os efeitos de borda e considerando as constantes físicas $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$ para a massa do elétron, $e = 1,602 \cdot 10^{-19}\text{ C}$ para a carga elementar e $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\text{ H/m}$, responda:

a) (2,0) Use a lei de Ampère para calcular o campo magnético no interior do solenoide. Indique na figura a direção e o sentido deste vetor.

Resolução:

Para achar o campo elétrico dentro do solenoide, consideramos uma curva fechada retangular mostrada na figura:



Considerando a simetria do problema, ao longo da curva só haverá campo magnético no interior do solenoide, de modo que

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B L,$$

onde $L = 200\text{ mm}$ é o comprimento do solenoide. Assim, a lei de Ampère nos dá

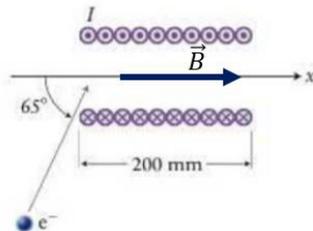
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{total} \rightarrow B L = \mu_0 N I,$$

onde $N = 400$ é o número de espiras. Portanto,

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L}$$

Em notação vetorial, o campo magnético dentro do solenoide é uniforme e dado por

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 NI}{L} \hat{x}$$



Considerando $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$, $I = 10 \text{ A}$, $N = 400$ e $L = 200 \text{ mm} = 0,2 \text{ m}$:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 400 \cdot 10}{0,2} \rightarrow B = 2,51 \cdot 10^{-2} \text{ T}$$

b) (4,0) Qual é o valor máximo do módulo da velocidade inicial para o elétron atravessa o solenoide sem se chocar com suas espiras?

Resolução:

O vetor velocidade pode ser decomposto em dois, um na direção \hat{x} que chamaremos de v_{\parallel} e outro no plano perpendicular ao eixo do solenoide que chamaremos de v_{\perp} :

$$v_{\parallel} = v \cos 65^\circ \quad e \quad v_{\perp} = v \sin 65^\circ$$

O raio do movimento circular no plano perpendicular ao eixo do solenoide é:

$$r = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{m_e v \sin 65^\circ}{eB}$$

Considerando $C = 33 \text{ m}$ o comprimento total do fio que será enrolado de modo a gerar $N = 400$ espiras, cada uma com comprimento $2\pi R$, onde R é o raio do solenoide, temos que

$$C = N \cdot 2\pi R \rightarrow R = \frac{C}{2\pi N}$$

Para que o elétron não se choque com as espiras do solenoide, devemos ter

$$r < R$$

Assim,

$$\frac{m_e v \sin 65^\circ}{eB} < \frac{C}{2\pi N}$$

Portanto,

$$v < \frac{CeB}{2\pi Nm_e \sin 65^\circ}$$

Ou ainda,

$$v_{max} = \frac{CeB}{2\pi Nm_e \sin 65^\circ}$$

Substituindo os valores:

$$v_{max} = \frac{33 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 2,51 \cdot 10^{-2}}{2\pi \cdot 400 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 0,9063}$$

Assim,

$$v_{max} \approx 6,4 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

c) (3,0) No percurso realizado pelos elétrons no item (b), qual é o tempo necessário para atravessar o solenoide e quantos giros o elétron faz ao redor do eixo do solenoide?

Resolução:

Considerando o movimento uniforme na direção x com velocidade $v_{\parallel} = v \cos 65^\circ$, o tempo necessário para o elétron atravessar o solenoide é

$$\Delta t = \frac{L}{v_{\parallel}} = \frac{L}{v \cos 65^\circ}$$

Considerando $L = 200 \text{ mm} = 0,2 \text{ m}$, $v = v_{max} = 6,4 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ e $\cos 65^\circ = 0,423$:

$$\Delta t = \frac{0,2}{6,4 \cdot 10^7 \cdot 0,423} \rightarrow \Delta t \approx 7,4 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

O período do movimento circular é dado por

$$T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi m_e}{eB}$$

Assim,

$$T = \frac{2\pi \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 2,51 \cdot 10^{-2}} \approx 1,42 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

Assim, o número de n de voltas (giros) do elétron dentro do solenoide é

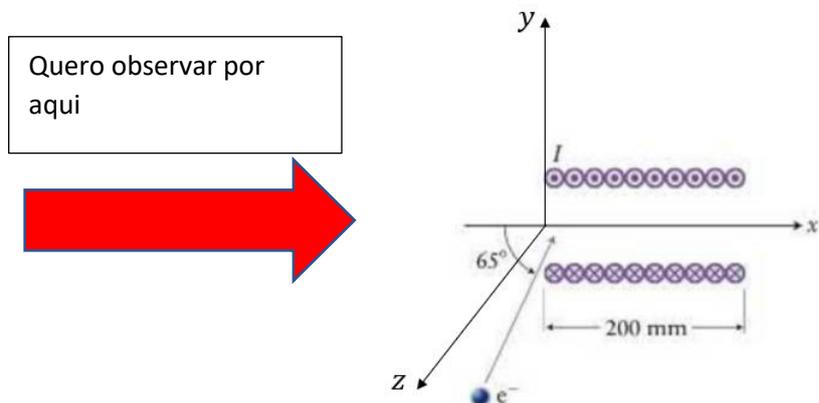
$$n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{7,4}{1,42} \rightarrow n \approx 5,2$$

Portanto, o elétron dá um pouco mais que 5 voltas completas dentro do solenoide enquanto executa seu movimento helicoidal.

d) (1,0) Olhando ao longo do eixo x , de x negativo para x positivo, a trajetória do elétron é no sentido horário ou anti-horário? Justifique sua resposta.

Resolução:

Para resolver esse problema, vamos definir um sistema de coordenadas:



O eixo z é perpendicular a tela, saindo dela. O vetor velocidade inicial pode ser escrito como

$$\vec{v} = v \cos 65^\circ \hat{x} + v \sin 65^\circ \hat{y}$$

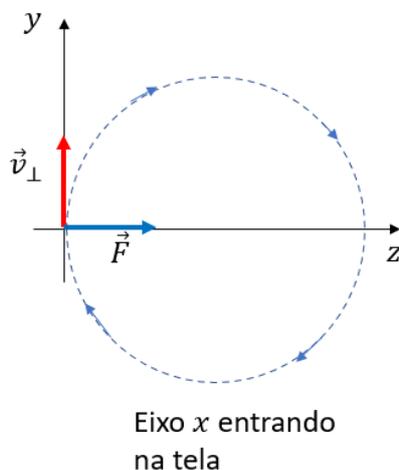
Como o campo magnético aponta na direção x , temos $\vec{B} = B \hat{x}$, de modo que a força atuante sobre o elétron assim que ele entra no solenoide é

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} = q (v \cos 65^\circ \hat{x} + v \sin 65^\circ \hat{y}) \times B \hat{x} = -qvB \sin 65^\circ \hat{z}$$

Como $q = -e$ (elétron), temos que

$$\vec{F} = evB \sin 65^\circ \hat{z}$$

No plano yz , temos:



Repare que olhando de x negativo para x positivo, vamos observar exatamente o que está mostrado na figura acima, de modo que a trajetória circular do elétron ocorre no sentido horário.