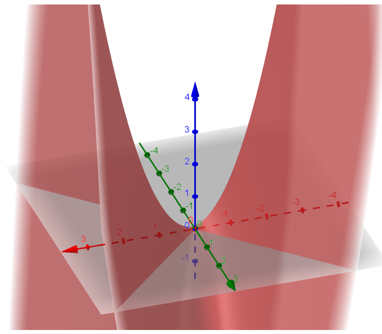
Lista 21 - Pontos de máximo e de mínimo locais e globais e pontos de sela



(1) Estude as seguintes funções quanto a pontos de máximo e de mínimo locais e pontos de sela :

(a) $f(x,y) = x^2 + y^3 + xy - 3x - 4y + 5$

(b) $f(x,y) = x^3 - 3x^2y + 27y$

(c) $f(x,y) = x^5 + y^5 - 5x - 5y$

(d) $f(x,y) = \sqrt[3]{x^2 + 2xy + 4y^2 - 6x - 12y}$

(e) $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{y} + xy, \qquad x > 0,\ y > 0$

(2) Considere as retas reversas r e s de equações dadas respectivamente por

$r : (x,y,z) = (0,0,2) + \lambda(1,2,0), \qquad \lambda \in \mathbb{R}$

$s : (x,y,z) = (0,0,4) + \mu(1,1,1), \qquad \mu \in \mathbb{R}.$

Determine pontos $R \in r$ e $S \in s$ tais que a distância entre R e S seja a menor possível.

(3) Determine os pontos críticos das funções dadas e classifique-os:

(a) $z = xy$

(b) $z = x^2y^2$

(c) $z = x^3y^3$

(d) $z = (2x - x^2).(2y - y^2)$

(4) Determine os valores de k tais que a função $f(x,y) = x^2 + 2ky^4 - 2x - ky^2$

(i) tem exatamente um ponto bde sela e dois pontos de mínimo local.

(ii) tem exatamente dois pontos vde sela e um ponjto de mínimo local.

(5) Mostre que a função $f(x,y) = x^2 + 5y^2(1+x)^3$ possui um único ponto crítico, que este ponto crítico é ponto de mínimo local, e que f não possui ponto de mínimo global.