**Lista 20 - Sobre derivada direcional**

(I) Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial \vec{u}}(-1,2)$, sendo $f(x,y) = x^2y^3$ e $\vec{u} = (-\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{2}})$.

(II) Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial \vec{u}}(-1,1)$, sendo $f(x,y) = \dfrac{2}{x^2+y^2}$ e $\vec{u}$ o versor de $-\vec{i} + 2\vec{j}$.

(III) A função diferenciável $f(x,y)$ é tal que sua derivada direcional, no ponto $(1,1)$, na direção do vetor $3\vec{i} + 4\vec{j}$ vale -1, e, na direção do vetor $4\vec{i} - 3\vec{j}$, vale 3. Determine $\bigtriangledown f(1,1)$.

(IV) Seja $f(x,y) = 4x^2 + 2y^2$.

Dentre as retas tangentes ao gráfico da função $f$ no ponto $(1,1,f(1,1))$, determine aquela que forma ângulo máximo com o plano $xy$.

(V) Seja $f(x,y) = xarctg\dfrac{x}{y}$.

Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial \vec{u}}(1,1)$, onde $\vec{u}$ aponta na direção e sentido de máximo crescimento de $f$, no ponto $(1,1)$.

(VI) Seja $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$ e $\vec{u} = (\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{2}})$. Mostre que $\dfrac{\partial f}{\partial \vec{u}} \neq \nabla f . \vec{u}$ e explique o motivo.