Computação III - 2$^{\underline{o}}$ Semestre de 2021

Lista 2

Exercício 1 Considere as formas bilineares

(i) $\langle u, v\rangle_1 = \int_a^b w(x)u(x)v(x)\, dx$, onde w é positiva, contínua e integrável no intervalo aberto (a, b);

(ii) $\langle u, v\rangle_2 = \sum_{i=1}^n w_i u(x_i)v(x_i)$, onde $x_i \neq x_j$ se $i \neq j$ e $w_i > 0$, $1 \leq i \leq n$.

Mostre que $\langle u, v\rangle_1$ é um produto interno e que $\langle u, v\rangle_2$ é um produto interno degenerado no espaço das funções contínuas. Mostre também que $\langle u, v\rangle_2$ restrito ao espaço dos polinômios de grau menor ou igual a $n - 1$ é não degenerado.

Exercício 2 Considere um espaço vetorial V de dimensão m munido de um produto interno $\langle\ ,\ \rangle$, e seja $\{g_1, \ldots, g_m\}$ uma base de V. Defina a matriz A pelos seus elementos $a_{ij} = \langle g_i, g_j\rangle >$, $1 \leq i, j \leq m$. Prove que A é simétrica definida positiva (em particular, A é inversível).

Exercício 3 Determine a reta $y = a + bx$ que melhor aproxima a tabela

x	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
y	1.2	3.4	3.9	5.6	6.1

no sentido de mínimos quadrados.

Exercício 4 A lei adiabática dos gases é dada por $PV^\gamma = c$, onde c e γ são constantes. Estime os valores destas constantes para a tabela

V	10	20	30	40
P	6.0	2.2	1.3	0.8

usando o método dos mínimos quadrados.